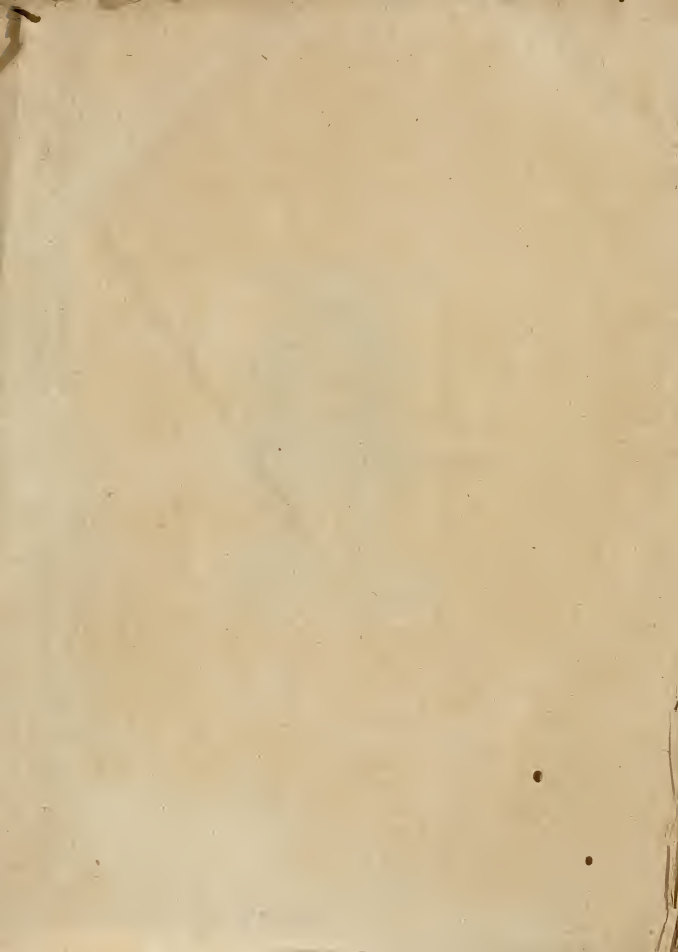
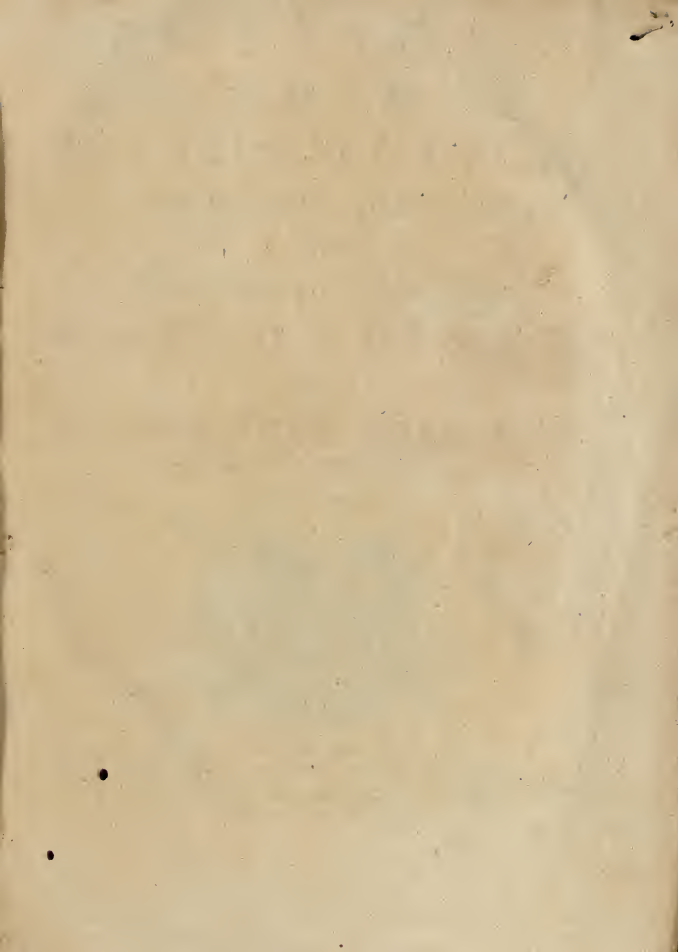


Vol 77
+ 116





PHYSICES
ELEMENTA
MATHEMATICA,

EXPERIMENTIS CONFIRMATA.

Sive

Introductio ad Philosophiam

NEWTONIANAM.

Auctore

GULIELMO JACOBO 's GRAVESANDE.

TOMUS PRIMUS.

Editio Tertia duplo auctior.



LEIDÆ.

Apud { JOHANNEM ARNOLDUM LANGERAK, } Bibliop.
{ JOHANNEM ET HERMANNUM VERBEEK. }

M D C C X L I L

EORUMQUE COLLEGIS
NOBILISSIMIS GRAVISSIMISQUE
VIRIS

REIPUBLICÆ LUGDUNENSIS
CONSULIBUS,

D. JOANNI VANDEN BERGH, Jcto.
EX FOEDERATA HAC REPUBLICA OLIM, NOMINE
IMPERATORIS CAROLI VI., BRABANTIÆ, FLAN-
DRIÆ, HANNONIÆ, ETC. EPHORO, ET AD RES
EARUM ORDINANDAS DELEGATO.

D. JOHANNI VAN ASSENDELFT, Jcto.

D. HENRICO VAN WILLIGEN, Jcto.

D. ABRAHAMO VAN GERWEN, Jcto.

NEC NON

VIRO SPECTATISSIMO

D. PETRO GIJS, Jcto.
REIPUBLICÆ LUGDUNENSIS SCABINO,
AMPLISSIMIS CURATORIBUS ET CON-
SULIBUS A SECRETIS,

Hæc Physices Elementa

D. D. D. (

G. J. 's GRAVESANDE

P R Æ F A T I O

Primæ Editionis anni 1719.



Uⁱ variorum Philosophorum circa *Physicam* scripta contulerit, scientias omnino diversas hoc nomine designari, in dubium vocare vix poterit, dum omnes se veram causam Phænomenon naturalium tradituros pollicentur. Nil mirum, Mathematicis fallere nescia non semper contentionem omnem à se remove potuit.

Sed ne nos sententiarum varietas à veritatis inquisitione abducatur, studio & labore, quantumvis abscondita, in lucem protrahitur veritas; & qui flagranti hujus amore rapitur, si errores non omnes, quod minime humanum, evitet, difficilius tamen in illos cadit.

Caute in *Physicis* procedendum; circa *Intelligentiæ* supremæ opera versatur hæc scientia; tradit

quas, dum primordia rerum

Pangeret omniparens, Leges violare Creator

Noluit, æternique operis fundamina fixit: Hal.

quomodo hisce legibus universa rerum congeries regatur; & quomodo ordo, nunquam fatis mirandus, quibus omnia peraguntur, iisdem legibus in mundo serveatur, explicat.

Cavendum ne fictum pro vero admittamus, eo ipso ulteriori examini januam claudimus; nulla vera Phænomenon explicatio ex falso principio deduci potest; mentisque humanæ figmentum discere, aut *Intelligentiæ* sapientissimæ opus perpendere quantum interest! Cumque sapientiæ divinæ investigatio, & cum hac semper conjuncta veneratio, scopus *Physici* esse debeat, hic ex fi-

Etis hypothesibus ratiocinandum non esse ulterius probare inutile foret.

Ipsa ergo Natura indefesso labore, animoque attento, continuo examinanda est. Lente quidem progredimur, sed quæ deteguntur certa sunt; &, ubi mortalium cognitionibus limites ponantur, sæpe determinamus. Quod fere omnes in errorem duxit, est sciendi immoderata cupido; & quia pudet fateri nescire quæ nesciunt. Sæpe tamen studio acquiritur ignorantia; &, si in verbis ludere non vetitum, docta indocta scientiæ anteponenda ignorantia est.

Physica inter partes Matheseos, cuius objectum est quantitas in genere, merito refertur. Dividitur Mathesis in puram & mixtam. In generales figurarum, aliarumque quantitatum, proprietates inquiri illa, abstractasque ideas pro objecto suo habet. In hac res ipsæ examinantur, consequentiasque non modo legitimas dari requiritur, sed ut cum rebus ipsis congruant ideæ circa quas ratiocinamur.

Ad Mathesin mixtam pertinet Physica; ratiociniorum mathematicorum bases sunt corporis proprietates, & naturæ leges, quod nemo, qui hujus scientiæ scopum examinavit, inficias ire potest. Quid autem pro naturæ lege sit habendum, qua methodo ad has leges investigandas procedendum, minime inter Philosophos convenit. Necesse ideo duxi in hac præfatione tueri quam in hoc opere secutus sum philosophandi Methodum *Newtonianam*, quæ in primo capite breviter exponitur.

Non agitur in Physicis de prima rerum formatione; nihil magis rationi consentaneum est, quàm quod Sacræ

Litte-

Litteræ tradunt, mundum à DEO conditum; nequidem per momentum temporis naturam examinantem Intelligentiæ supremæ vestigia latent. Afferere ex quibusdam generalibus motûs legibus mundum originem ducere potuisse, & omnino parum referre quid de prima materiæ divisione fingatur. *Et vix aliquid supponi posse ex quo non idem effectus per easdem naturæ leges deduci possit: illudque hac de causa, quod cum illarum ope materia formas omnes quarum est capax successive assumat, si formas istas ordine consideremus, tandem ad illam, quæ est hujus mundi, nos posse devenire: adeo ut hic nihil erroris ex falsa suppositione sit timendum.*

Hæc, inquam, afferere, & notiones maxime claras evertere, vix differt, ut à plurimis Viris doctis abunde probatum, & ad quod argumenta proferre inutile videbitur illi, cui ignotum, sententiam, adeo à ratione remotam, & Divino Numini contumeliosam, ab antiquis & novis, etiam præclaris Philosophis, & ab omni athei-fini labe remotissimis, in medium prolatam.

Positis ergo omnibus à DEO creatis, explicandum quibus legibus omnia regantur; & ut solam Lunam memorem, dicendum:

*quâ causâ argentea Phœbe
Passibus haud æquis graditur, cur subdita nulli
Hactenus Astronomo numerorum fræna recuset;
Cur remeant nodi, curque auges progrediuntur.*

*quantis refluxum vaga Cynthia Pontum
Viribus impellit; dum fractis fluctibus ulvam
Deserit, ac nautis suspectas nudat arenas;
Alternis vicibus suprema ad littora pulsans. Hal.*

De

De investigatione autem naturæ legum ut dicam, res altius petenda est.

Substantiæ quid sint inter nobis ignota referendum est. Quasdam ex. gr. materiæ proprietates novimus, sed in quo subjecto hæreant hæ nos omnino latet. An corpori non multæ aliæ tribuendæ sint proprietates, de quibus nullam habemus ideam, quis asserere potest? Cui etiam enotuit an, præter corporis proprietates, quæ à materiæ essentia profluunt, non dentur aliæ à DEI libera potestate pendentes, substantiamque extensam & solidam (hæc enim à nobis corpus vocatur) quibusdam, sine quibus existere posset, proprietatibus ornari. De ignotis nihil affirmandum aut negandum est.

Quantum ab hac regula aberrant illi, qui, quasi omnia quæ ad corpus pertinent plenissime perspecta haberent, in Physicis ratiocinantur, paucasque Corporis proprietates notas ipsum Corpus constituere asserere non dubitant!

Quid obsecro sibi vult proprietates substantiæ ipsam constituere substantiam? An quæ separatim subsistere non possunt simul juncta subsistent? An extensum, impenetrabile, mobile esse, &c. concipi possunt, sine subjecto cui hæ proprietates competant? Et an hujus subjecti ullam habemus ideam?

In dubio relinquendum quod certum non est; & ne ignorantiam fateri pudeat: neque timendum de ignoto nimium affirmari, dum subjectum omnino ignotum quibusdam incognitis proprietatibus forte præditum esse asserimus. Qui vero cum hoc axiomate se nixos dicunt, quod de incognitis non sit ratiocinandum, pro ratiocinii tamen fundamento habent, nil circa corpus

pus ignoti dari, nisi forte fortuna errorem non vitabunt.

Corporis proprietates à priori detegi nequeunt; Corpus ipsum ideo est examinandum, hujusque proprietates exactissime perpendendæ sunt, ut possimus determinare quid, in rerum Phænomenis, ex illis proprietatibus sequatur.

Corpus majori cum cura examinando, videmus quasdam leges dari generales, secundum quas corpora moventur. *Corpus motum in motu continuare: corpus quiescens motui resistere, dum motum acquirit*, extra omne dubium est. Variæque aliæ similes circa corpus deteguntur leges, quæ minime ex proprietatibus, quæ ipsum corpus constituere dicuntur, deduci possunt; cumque hæ leges semper, id est, in omnibus occasionibus, & ubique, obtineant, & omnia corpora iis subjiciantur, pro generalibus naturæ legibus habendæ sunt. Circa has in obscuro est, an ex materiæ essentia fluant; an deducendæ sint ex proprietatibus, corporibus, ex quibus constat Mundus, à DEO tributis, sed Corpori minime essentialibus; tandem, an non pendeant effectus, qui pro naturæ legibus habentur, à causis extraneis nobis nequidem ideo attingendis.

Quis mortalium de omnibus aut singulis naturæ legibus hac in parte aliquid non temere asserere poterit? Multas etiam leges non esse detectas, circa alias varia desiderari, qui naturæ Phænomena examinavit, plenissime persuasum habebit.

Non tamen, ut ignoto fundamento nixum, contemnendum Philosophiæ naturalis studium. Limitibus actis circumscribitur mentis humanæ cognoscendi capacitas; & qui nisi evidentiae assensum dare negat, omnibus

bus momentis in dubio hæret, & inter incognita refert multa, circa quæ vix per momentum temporis dubitandum plerique credunt. Cognita tamen ab ignotis rite separare est animæ intelligentis perfectio, terræ incolam superans, sed ad quam acquirendam, continuo, animo attento, sese applicare debet. Si in Physicis nos multa latent, quæ in hac scientia traduntur certa sunt. Ex paucis generalibus principiis innumera Phænomena peculiariter explicantur; hæcque ex illis mathematicâ demonstratione deducenda sunt. Agitur ubique de motuum collatione, id est, de quantitatum comparatione, circa quam ille, qui demonstrationibus mathematicis in rationibus non progreditur, si non in errorem, saltem in dubias conclusiones incidet.

Quæcunque ergo habeat ignota Physica, vasta & certissima est nihilominus hæc scientia, & maxime utilis. Corrigit innumera circa res naturales, & divinam sapientiam, falsa iudicia; omnibusque momentis in DEI operibus hanc sapientiam ante oculos ponit; & satis non est supremi Numinis potentiam, sapientiamque, argumento metaphysico novisse: sed & has omnibus momentis in effectibus ipsis contemplari debemus; eo magis magisque ad DEO debitam venerationem excitamur.

Satis ergo patet, quinam sit scopus Physices, ex quibus naturæ legibus phænomena sint deducenda; & quare, quando ad leges generales pervenimus, non ulterius in causarum cognitionem penetrare possimus. Superest, ut de ipsarum legum investigatione dicamus, & tres regulas *Newtonianas*, in primo hujus operis capite traditas, sequendas esse probemus.

Prima est, *causas rerum naturalium non plures admitti debere*

debere quam quæ veræ sint, & earum phaenomenis explicandis sufficiant. Pars prior ex ante dictis plenissime sequitur. Altera à nemine, qui sapientem rerum Conditorum non negat, in dubium vocari potest; si causa non sufficit, veram non esse sponte sequitur; si sufficit, aliam superaddere inutile erit. Adde effectum ex duplici causa nunquam exactissime eundem esse cum effectu ex simplici; ergo si duabus effectus explicetur, unica non sufficiet.

Regulæ duæ sequentes ut probentur, quædam generalia præmittenda sunt.

Jam monuimus demonstrationes mathematicas nisi circa ideas non versari, & ubi de rebus ipsis agitur ante omnia requiri, ut cum rebus ideæ convenient, quod nullâ mathematicâ demonstratione probari potest. Cum tamen omnibus momentis circa res ipsas ratiocinandum sit, & nil de rebus in mente dari possit præter harum ideas, ratiociniaque omnia ideas immediate spectent, sequitur à DEO constitutas quasdam regulas, quibus de convenientia idearum cum rebus possimus judicium ferre.

Omnia ratiocinia mathematica talem idearum tantum comparisonem spectant, ex qua sequitur contrarium contradictionem involvere. Triangulum rectilineum, cujus tres anguli duos rectos non æquant, impossibile est; quia idea trium angulorum trianguli, ipsa est idea duorum angulorum rectorum. Ubi de rebus ipsis agitur, contraria propositio impossibilis non semper datur. Indubitatum est, ex. gr. *Petrum vivere*, licet certissimum sit, illum heri potuisse mori. Cum autem in innumeris occasionibus in casu simili, remoto dubio affirmandum

dum aut negandum sit, cùmque hoc clarè ex rerum constitutione, deducatur, sequitur, voluisse rerum Conditozem in talibus occasionibus, ratiocinia dari certa, à mathematicis demonstrationibus necessario diversa. Qui enim homines necessitate cogit, de veritate aut falsitate propositionis pronunciare, assentiendum esse, clare indicat, argumentis, quibus judicium necessario nititur; & non digne de DEO sentit, qui aliter ratiocinatur.

Ut ad Physicam redeamus, in hac de convenientia rerum cum ideis sensibus judicandum. Extensio, ex. gr., materiæ & hujus soliditas, quæ hoc fundamento affirmantur, extra omne dubium sunt. Non hîc agitur, an sensus quibusdam in occasionibus fallant, & quomodo error vitetur, rem in genere hîc examinamus.

In Physicis de omnibus non possumus immediate sensibus judicium ferre; datur & alia legitima, licet non mathematica, ratiocinandi methodus, hoc axiomate nixa: *Pro vero habendum omne, quod si negetur, societas inter homines destruitur, aut his vivendi ratio adimitur.* Ex qua propositione, quæ à nemine in dubium vocari potest, regulæ philosophandi *Newtonianæ* secunda & tertia evidentissime deducuntur.

Nisi enim, quæ ubique obtinent, ubi experimenta instituere licet, pro generaliter veris habeantur, effectusque similes ex causa simili oriri ponantur, quis per momentum temporis tranquille vivere poterit?

Quotidie, nequidem ad illud attendendo, sequentia ratiocinia unusquisque pro indubitatis habet, & clare videt horum conclusiones, sine præsentis rerum constitutionis destructione, in dubium vocari minime posse.

Ad:

Ædificium, hodie in omnibus partibus firmum, crastino die sponte non ruet: id est, partium corporum cohæsio horumque gravitas, quas, nisi interveniente causa extranea, nunquam mutatas vidi, aut audiui, hac nocte non mutabuntur; quia causa cohæsionis & gravitatis eadem erit crastino die ac hodie. Cujus ratiocinii firmitatem, nisi ex memorato principio deduci non posse, quis non videt?

Tigna & lapides, quæ in quacunque regione ad ædificium construendum apta sunt, seposita omni mutatione ex causa extranea, hic translata inservire poterunt, & de ruina non magis sollicitus ero, ac in prima regione incolæ fuissent, si, non translatis tignis & lapidibus, ipsi ex his domum construxissent; id est, vis, qua partes cohærent, & illa, qua corpora gravia sunt, in variis regionibus non differunt.

Tali cibo per tot annos usus sum, & hodie eo sine timore vescar.

Ubi cicutam video, venenum ibi dari concludo, licet de hac ipsa, quam video, nullum experimentum sumsero.

Hæc omnia ratiocinia analogiam pro fundamento habent, & extra omne dubium est, nos à rerum Conditoris necessitate cogi, per analogiam ratiocinari; & hanc ideo ratiociniorum legitimum esse fundamentum. Analogiæ autem fundamentum est hoc; rerum universarum consuetudinem legibus immutatis regi.

Quibus semel probatis, hæc ratiocinandi methodo uti poterimus etiam in illis occasionibus, in quibus non similis ratiocinandi necessitas datur. Argumento, quod in uno casu procedit, in alio assensum negare non debemus. Quis enim concipiet, quæ eodem modo probantur non æquæ certe esse? Adde ex necessitate quidem generaliter

raliter deduci, ratiocinandi methodum esse legitimam, ratiocinia vero pecuniaria ab hac necessitate non pendere. Ex analogia concludo, cibum non esse veneficum; an argumentum non procedit nisi cum esurio? Ex necessitate ratiocinandi per analogiam, mundum fixis legibus à rerum Conditorè regi, probamus; unde deducimus, & sublatâ necessitate, ratiocinia hæc extra dubium esse posita.

In physicis ergo per Phænomena naturæ leges sunt detegendæ; per inductionem pro generalibus habendæ; de cetero mathematicè ratiocinandum. Qui, quo hæc tractandæ Physices methodus fundamento nitatur, serio examinaverit, solam hanc esse legitimam, hypothesefque omnes esse rejiciendas, facillime percipiet.

Hæc de philosophandi methodo; restat ut de ipso opere quid dicatur.

Dividitur totum opus in quatuor libros. Primus agit de corpore in genere, & corporum solidorum motu. Secundus fluida spectat. Quæ ad lucem pertinent, in tertio tractantur. In quarto tandem motus corporum cœlestium, & quæ in terris ad hos relationem habent, explicantur. Primi duo libri hoc Tomo continentur.

Ut Physices studium, quantum fieri potest, amœnum & facile reddatur, omnia experimentis esse elucidanda, ipsasque conclusiones mathematicas, hac methodo sub oculos esse ponendas, necessarium duxi.

Qui scientiæ elementa conscribit, non quid novi, quantum ad materiam, pollicetur; ideoque inutile duxi monere, ubi reperiantur, quæ hîc traduntur. Pro meo summi, quodcunque proposito meo utile mihi visum est, credidique satis esse de hoc, monere
ad

ad omnem furti suspicionem vitandam. Malo gloriam, si quam ex paucis novis, quæ sparsim in hoc tractatu dantur, sperare possum, amittere, quam alii suam detrahere; sumat ergo quisque quod suum credit, nihil mihi vindico.

Quod machinas attinet, quibus experimenta instituenta sunt, varias juxta præscriptum aliorum Auctorum construi curavi, multas inter has mutavi perfectioresque reddidi, plures novas addidi. Neque mirum in hanc necessitatem illum incidisse, qui ad experimentum vocavit multa, de quibus nil simile nemo antea forte tentavit. Mathematicus enim circa illa, quæ mathematicè demonstrantur, experimenta superflua credit: nos autem mathematicas demonstrationes, semper abstractas, faciliores reddi, si experimentis conclusiones sub oculos ponantur, extra omne dubium habuimus; in hoc imitati Anglos, quorum docendæ Philosophiæ naturalis methodus nobis occasionem dedit cogitandi de hac, quam in hoc opere secuti sumus; illorum vestigia tenere semper gloriabimur, qui, Principe Philosophorum duce, primi in philosophicis detegendæ veritatis viam ingressi sunt, fictas omnes hypotheses ex physicis amandantes.

Circa machinas ulterius monebo, plerasque constructas esse ab artifice in hac urbe ingeniosissimo, & simul Philosopho non imperito, *Joanne van Musschenbroek*, cui omnes quæ hîc explicantur plenissime notæ sunt; quod monere non ingratum fore iis credidi, qui fortè quasdam similes machinas comparare vellent.

M O N I T U M.

Secundæ Editioni præfixum.



Um primum ad hæc Elementa conscribenda animum applicarem, hoc mihi fuit propositum, ut auditores, quæ fufius explicata audivissent, & demonstrata vidissent, illa facile in memoriam revocare possent. Etiam, ut lectoribus, quibus prima tantum Geometriæ elementa nota essent, ideam darem Philosophiæ naturalis mathematicâ methodo tractatæ. Cumque, ut tironibus præcipue liber hicce utilis esset, difficiliora omnia intacta relinquerem, sæpe propositiones indicavi, de quibus tantum monui, has à Geometris probari.

Ut autem secunda hæc editio, & lectoribus magis in Mathematicis versatis, usui esset, propositiones tales omnes, in capite quocunque indicatas, mathematicè demonstratas in scholiis, capitibus subjunctis, adjeci. Et ne hæc lectores alios turbarent, ipsa minore charactere imprimi curavi. Omnia tamen ita disposui, ut illa sola, quæ majore charactere edita sunt, separatim quasi opus constituent.

In scholiis etiam alia quædam tradidi, quæ in ipso opere commode tractari non potuere, quamvis cum explicatis relationem habeant, aut ad hæc illustranda inserviant.

Secunda hæc editio, & aliis respectibus, est auctior & magis accurata.

Novæ multæ machinæ, & antiquæ emendatæ, in hujus tabulis exhibentur; & experimenta, ipsorumque successus, in hac majori cum curâ exponuntur.

Novam etiam nostram Percussionis Theoriam, quæ Leibnitzianam, quam & Hugenianam dicere ausim, de
viri-

viribus insitis doctrinam pro fundamento habet, hinc plenius explicatam, novisque variis experimentis fulcitam, & illustratam tradimus.

Non animus unquam mihi fuit, nec adhucdum est, cum ullo, utcumque provocatus, in arenam descendere, ut de veritate contendam. Quod mihi verum videtur, hoc, ubi datur occasio, pro viribus defendo; & in his ut, quantum possem, omnem contentionis speciem removerem, argumenta, quibus memoratæ Theoriæ inniti mihi videntur, ita proponere conatus sum, ut responsa ad difficultates inde facile deduci queant, paucasque tantum directæ solvere suscepi: lectorique dyjudicandum relinquo, an non Virium, Percussionum, ut & Resistentiarum, Retardationumque, corporum in fluidis motorum, Theoriæ cum Phenomenis, & inter se, quàm exactissime conveniant.

Nostro labore quisque pro arbitrio utatur, & ne nos ad respondendum objectionibus, quæ proponi poterunt, devinctos credat. Quamdiu illa pro veris habebimus quæ scripsimus, nos jure silere posse persuasum habemus.

Quamvis in multis, quæ spectant memoratas Theorias, à NEWTONIANA recesserim sententia, non tamen titulum Introductionis ad Philosophiam Newtonianam servare, & huic secundæ editioni ipsum inscribere, ullo modo dubitavi. Varia enim in hisce illustramus ex iis, quæ ab eximio illo Philosopho fuere tradita; & pleraque, quæ hic explicamus, eo conducunt, ut facilius intelligantur, à summis Philosophis in perpetuum celebranda, & à nemine unquam sine admiratione legenda, NEWTONI scripta Philosophica

Qui tantum ex Phenomenis, omni fictâ rejectâ hypothesi, in Physicis ratiocinatur, & quantum in ipso est, caste hanc methodum sequitur, ille NEWTONI vestigiis insistere conatur,

natur, & merito NEWTONIANAM se sectari Philosophiam profitetur; non autem ille, qui in verba jurat magistri.

Ut autem augmenta, & emendationes, hujus editionis, & illis, qui primam jam possident, inservirent, supplementum separatim edi curavi: in quo, ut primæ editionis possessoribus utilis essem, præstiti quod potui, non autem omne quod voluisssem. In supplemento dedi omnium machinarum novarum descriptiones, additamenta omnia, & propositiones mutatas. Non autem huic inserere potui, machinarum correctiones, neque illa, quibus, quæ in prima editione continentur, aut illustrantur, aut clare & magis accurate exprimuntur; supplementum omnibus partibus completum; lectori nimio fuisset labori, & ipsius pretium nimium excrevisset.

Hujus tertiæ Editionis.

SCopus, Librum hunc cum scriberem, fuit, *Physices Elementa Mathematica* dare. Hac de causa illa tractanda elegi, in quibus certa à dubiis separari posse mihi videbatur; & intacta relinqui posse credidi, quæ ex fictis hypothesebus deducuntur.

Non diffiteor hypotheses sæpe ad veritatem viam aperire; sed ubi constat illud verum esse, quod antea fuit hypotheticum, nullum superest figmentum.

Usitatum hodie est argumentum: *si, quam fingo causam, vera non esset, non daretur causa.*

Hoc autem probandum foret; non enim, quia nos aliam de tegere non possumus, inde sequitur, non aliam dari; probatio per exclusionem omnium causarum possibilem, ubi agitur de rebus naturalibus, de quibus, arctis admodum limitibus circumscriptam, scientiam habemus, difficilis est.

Alii ex principiis ab his diversis hypotheses tueri conantur. Nullam nos, nisi mancā, habere rerum naturalium cognitionem, contendunt; primaque ratiociniorum de his ipsis hypothetica esse; ipsamque analogiam, sine qua nihil in physicis de tegere possumus, ad hypotheses debere referri.

Hæc jam responsum dedimus in præcedenti præfatione anni 1719. Postea, cum mihi in solemnitate academicâ publicè verba essent facienda, hoc ipsum thema ad examen revocaui, & de fundamento persuasionis, ubi agitur de rebus corporeis, distinctius egi; sermonem hunc, quamvis jam publici juris factum, huic Præfationi subnectam, ut omnem, si quis superfit, scrupulum removeam.

Hypothesium defensores sæpe quoque argumentis utuntur, quæ vocantur ad hominem, sed hæc ad me non pertinent; si quis enim mihi probaverit, me hypothesim unam aut alteram admisisse, non inde sequeretur hypotheses esse admittendas; ne quidem ipse hanc conclusionem admitterem, sed hypotheses rejicerem.

Præter generalem scopum indicatum, peculiarem hunc alium ulterius mihi proposui; ut ipsas mathematicas demonstrationes

cum experimentis conjungerem; & omnia ita disponerem ut systema efficerent, & introductionem continerent ad altiora in physicis.

Non deficiebant auctores, qui experimenta suppeditarent, sed pleraque ad scopum nostrum non pertinebant; & plura, nobis necessaria, nullibi reperiebamus.

Plerique, qui de rebus physicis, quæ mathematicè tractari possunt, scribere, minimè solliciti fuere de experimentis, quibus demonstrata illustrari possent. Illi verò, qui experimentis animum applicarunt, circa illa tentamina præcipuè occupati fuerunt, ad quæ mathesis deducere non potest, & quæ cum mathesi non intimam connexionem habent.

Directè magis ad nostrum propositum spectabant experimentales cursus, quos tunc temporis Londini demonstrabant, vir doctiss. *Joh. Theoph. Desaguliers*, ut & *Joh. Hauxbee, Jun.*, hujus experimenta explicante viro eruditiss. *Gul. Wifshon*.

Ordine naturali omnia explicabantur, & simul corpus quoddam efficiebant; sed hæc prima & levissima principia tantum spectabant; & triginta duabus Lectionibus primus, viginti sex secundus, absolvebatur cursus.

Latiorem campum circumarare mihi in animum induxeram; & plura, huc usque intacta quantum ad experimenta, sub oculos ponere mihi proposueram, ut in præcedenti præfatione monui, ubi reliqua habentur, quæ ad primam editionem pertinent.

De secunda editione egi in monito, illi editioni præfixo, quod ante hanc præfationem quoque repetitur.

Libenter illa, quæ in præfati editione addita, aut mutata, fuerunt, separato supplemento comprehensa dedissem, quod illis inferviret, qui secundam editionem, aut primam, cum supplemento ipsius possident; sed nimium tale supplementum excrevisset, cum ita mutatus, & auctus, sit hic liber, ut pro novo opere haberi possit.

Eundem tamen ordinem servavi, sed opus integrum, quod in præcedentibus editionibus in quatuor libros erat distributum, hæc vice in sex divisi; quia, rebus dispositis ut nunc sunt, hæc divisio mihi magis commoda visa est.

Eadem quoque est materia, ad quam, quæ nova addita sunt, referuntur; & quamvis pauca hic tractentur, quæ non ab aliis jam fuere explicata, non ea mente scripsi, ut lectores à studio aliorum.

aliorum auctorum avocarem; quisque propriam habet methodum, & una uni, alia alteri, magis placet.

Nemo quoque in intimam scientiarum cognitionem penetrare potest, nisi varia scripta circa hanc ipsam inter se conferat; quod ita intellectum velim, ut quis auctorem sibi eligat, & duce hoc primum generalem, deinde magis peculiarem scientiæ cognitionem acquirat. Postea quosdam alios auctores eâdem curâ perlegat, pluraque deinde scripta perlustret, ita tamen ut integrum auctoris persequatur systema, & illa tantum prætermittat, quæ alibi jam vidit. Tandem ad Tractatus peculiare transeundum erit.

Ut illis, qui ita studia dirigunt, præcipuè prodessem peculiarem adhibui curam: ideo illa, quæ alibi habentur, novis saltem demonstrationibus illustrare tentavi, & quoties, quæ ab aliis fuere tradita, commodè prætermitti potuere, hæc prætermisi, ut apud ipsos auctores videantur: nam propositum meum fuit introductionem dare ad intelligentiam illorum, quæ ab aliis fuere tradita, præcipue quæ sunt altioris indaginis, qualia quotidie nova in lucem prodeunt; plures enim hodie inter summos mathematicos & philosophos hoc ipsum philosophiæ mathematicæ & experimentalis studium mirè excolunt, & illustrent, continuoque magis ac magis proferunt.

Testimonia exstant in commentariis annuis tot academiarum in bonum harum scientiarum, in diversis Europæ regionibus, præcedenti, & hoc ipso sæculo, erectarum.

Præter illos, quorum scripta in his commentariis reperiuntur, quotidiana nobis suppeditant testimonia, & quid juncta mathematicis cum experimentis præstare possit demonstrant viri celebres *Poleni, Desaguliers, Bernoullii, Wolf, Musschenbroek*, totque alii, quos recensere longum foret. Horum scriptis mathematico-physicis addenda sunt quæ de his ipsis rebus reliquerunt, *Galileus, Toricelli, Gulielmini, Mariotte, Huigens*, plurimique alii, qui de peculiaribus matheseos partibus, ad physicam pertinentibus, scripsere, & quorum quosdam in sequentibus indicabo.

Inter illos autem, qui physicam mathematicis demonstrationibus & experimentis illustrarunt, principem locum occupat *Isaacus Newton*, qui in *Philosophiæ naturalis Principiis mathematicis*, quid mathesis in physicis præstare possit, demonstravit, cum nemo ante illum in tam abscondita penetraverit.

In opticis novum detexit systema physicum, & quantumvis mira sint quæ dedit, ingenii vis præcipuè elucet in ipsa arte, qua viam sibi aperuit, quam constanter persecutus est, quasi Ariadne filo duceretur, donec ad scopum pervenerit.

Experimenta quasi coherent inter se; ex uno, magnâ sæpe subtilitate, deduxit auctor quodnam aliud esset tentandum, ut ad scopum magis accederet.

Quæ superius dixi de prætermiſſis, quæ apud alios habentur, ut nempe ibi legantur, cum restrictione indicata intelligenda esse clarum est; pleraque enim de quibus agimus ab aliis fuerunt explicata; sed in hoc casu, potius novam adhibendam esse demonstrationem, dixi, si nempe hoc cum scopo conveniat; nam ubi aliûs demonstratio majorem dat perspicuitatem, sine dubio eâ uti debemus, & absurdum foret aliter agere: Cavendum autem ne sæpius hoc fiat, eo enim plures lectores tædio afficerentur.

In hac editione machinæ sunt multiplicatæ, & aliæ ita correctæ, ut fere omnes pro novis haberi possint; cum autem plures jam sæpius in usus aliorum constructæ sint, majori cum curâ ipsas & harum usus explicavi; hoc me illis debere credidi, qui ipsis utuntur, aut in posterum utentur.

In præcedentibus editionibus non indicavi ubi habeantur illa, quæ ex aliis desumfi, quod à multis improbari percepi; ego vero libenter, si hoc utile credant, ipsis morem geram, breviterque opus percurram, & conabor in memoriam revocare, ubi habeantur, quæ mea non sunt; machinas eodem modo ad veros inventores referam; paucae tamen in hac editione aliorum habentur.

Hoc tantum rogo, ut, si quid prætermiserim, credat B. L. præter intentionem hoc accidisse.

Liber primus tres continet partes. In prima, vulgo notas, generales corporum proprietates ad examen revocamus.

In schol. i. cap. iv. divisibilitatem materiæ illustrare conamur, consideratione curvæ logarithmicæ spiralis; cujus curvæ proprietates primi demonstrarunt *Wallis* (1.), *Barow* (2.), & *Jac. Bernoulli* (3.).

(1.) Tractatus de Cycloide; opetum Tom. i. pag. 560.

(2.) Lectio 12. Geom.; Prob. 4.

(3.) *Acta* Lipf. 1691; pag. 282.; sed præcipuè 1692; pag. 210. (

In transitu indicamus, in casu peculiari, angulum, quem tangens cum radio efficit; error autem datur in præcedenti editione, qui in hac corrigitur.

Pendet hæc determinatio, à solutione hujus problematis. *Dato centro, & duobus punctis ad libitum, in dictâ spirali, cum numero revolutionum inter puncta data, sive numerus hic sit integer, sive fractus, detegere angulum, quem tangens cum radio efficit.*

Solutio est perquam facilis, quamvis primo intuitu intricata appareat. Si enim concipiamus curvam de qua agitur, servatis uno ex punctis datis, cum tangente in hoc puncto, ut & ordinatis, mutari in logarithmicam vulgarem, cujus asymptos per centrum transeat, & perpendicularis sit ad radium transeuntem per punctum quod servatur, statim patebit sine ullo calculo, quomodo regulâ proportionum, adhibitis tabulis logar. & tang., anguli quæsiti tangentem habeamus.

Quæ in schol. 3. ejusdem capitis de infinitorum classibus explicamus, *Newtoniana* sunt (4.), sed demonstrationem addidi in editione 1725; quæ hic repetita est.

Experimenta 5. 6. & 7. capitis v. *Hauxbeana* sunt (5.); Exp. II. 12. 13. à *Mariotte* describuntur (6.), reliqua sunt vulgo nota. Plures de causis horum phaenomenorum scripserunt; sed nos, ex aliis principiis, hæc in scholiis illustrare conamur, quare iis quæ alii dederunt inhærendum non est.

Vulgo nota sunt quæ in cap. vi. habentur.

In parte secundâ Lib. I. agitur de actionibus potentiarum, sed de talibus, quæ contrariis aliarum potentiarum actionibus destruuntur; id est, in totâ hac parte 2^{dâ}. agitur de æquilibrio.

De fundamento æquilibrii variæ sunt mathematicorum demonstrationes; sed hoc persuasum habeo, paucas dari, in quibus ille, qui attentè ipsas ad examen revocabit, non percipiet, implicite illud poni, quod est demonstrandum. *Wallisius* verum fundamentum indicavit (7.), quidam etiam alii.

De hac materiâ agimus in cap. vii. & abstractè rem consideramus.

In cap. viii. generalia de gravitate indicamus, præcipuum

(4.) Schol. Lemm. 10. Libri I. Princ.

(5.) Philosoph. Transact. N. 305. p. 2223. N. 336. p. 539. N. 332. p. 395.

(6.) Mouvement des Eaux; part. 2. Disc. I.

(7.) Mechan. cap. 2. prop. 5.

puum est, corpora omnia æquali velocitate gravitate descendere, quando non cohibentur; reliqua sunt vulgo nota.

Hanc velocitatem æqualem, de qua philosophi contendebant, primus experimentis cum plumbo & subere demonstravit *Galileus* (8.). Distinctius postea rem illustravit *Newtonus* cum auro, argento, plumbo, vitro, arenâ, sale communi, ligno, aquâ, tritico (9.). Deinde etiam hoc ipsum fuit confirmatum experimentis in vitris, ex quibus aer erat exhaustus, tentatis cum corpore levissimo & auro. Tale quoque est experimentum, quo nos hanc de gravitate assertionem confirmamus.

Pleraque experimenta de libra & centro gravitatis, quæ in cap. x. explicantur, habentur in cursibus *Hauksbei* aut *Desaguliersii*, de quibus supra locutus sum. Experimentum 11. à *Cassato* describitur in *Mechanicâ* (10.).

De centro gravitatis *Wallisus* primus observavit, non debere sine demonstratione hanc admitti propositionem: in omni corpore dari determinatum punctum, circa quod, in omni situ, illud sit in æquilibrio; demonstravit idè omne corpus habere centrum gravitatis (11.). Demonstratio nostra ejusdem propositionis habetur in scholio 1. In hoc ipso *Wallisum* sequimur pro centri gravitatis determinatione (12.). In secundo scholio hujus ejusdem capituli arithmeticam mechanicam tradimus. Hujus explicandi occasionem dedit *Cassini*, qui, per libram quasdam iniri posse operationes arithmeticas demonstravit, divisis brachiis in partes æquales (13.).

De machinis simplicibus & compositis, quarum nullam, nisi vulgo notam, proponimus, nihil hic monendum habemus, si cuneum excipiamus.*

Mira de hac machinâ est sententiarum varietas. Qui maximâ cum curâ hanc examinarunt sunt *de la Hire* (14.) & *Variignon* (15.). Hujus ultimi tamen auctoris solutio, quia neglexit anguli cunei considerationem, tantum applicari potest casibus, in

- (8.) *Mech. Dialog.* 1.
- (9.) *Princip. Lib.* 3. *Prop.* 6.
- (10.) *Lib.* 1 *Cap.* 7.
- (11.) *Mechan. cap.* 4. *prop.* 15.
- (12.) *ibid. prop.* 24.
- (13.) *Journ. des Sçavans* 27. Decemb. 1676.
- (14.) *Mechan. chap. du Coin.*
- (15.) *Mechan. sect.* 8.

in quibus cuneus replet angulum, quem partes ligni separatæ efficiunt. Solutio nostra in præcedenti editione anni 1725. jam habetur.

In editione primâ anni 1719. proposueram machinam, qua vim cunei demonstrarem, aliûs erat & parum tantum mutata; ipsam postea rejeci propter nimium attritum, & præcipuè quia actionem cunei non demonstrabat.

Novam ideò in editione sequenti dedi, quæ in hac distinctius exhibetur & explicatur.

Post machinas agimus de potentiis obliquis. In præcedentibus editionibus, statim punctum consideravi, quod tribus trahitur potentiis, & quod quiescit; & *Varignonis* demonstrationem (16.) dederam; ex hac postea deduxeram reductionem potentiæ obliquæ ad directam.

Ordinem nunc mutavi, quia secunda hæc propositio magis simplex est, & quàm facillimè demonstratur; si vecti angulari duas potentias directas applicatas ponamus, quarum semper una obliqua est respectu aliûs. Ex hac reductione postea faciliè deducimus, quæ spectant punctum quod tribus trahitur potentiis, & ad triangulum *Varignonis* reducimus propositionem.

Cujus sit demonstratio, propter simplicitatem magni facienda, per vectem angularem, non memini, sed mea non est.

De puncto, quod tribus trahitur potentiis, quoque egit *Mersennus*, & demonstravit proportionem harum haberi inter latera trianguli, cujus constructionem demonstrat (17.). Hoc simile est triangulo *Varignonis*, quod adhibeo; quia facilior est hujus constructio.

In præcedentibus editionibus dedi machinam pro potentiis demonstrandis, quando plures idem punctum trahunt, ipsam & hic dedi, quia admodum simplex est. Novam tamen addidi, quæ magis composita est, sed cujus usus admodum extenditur, quamvis in his elementis de casibus intricatis virium obliquarum, quibus hæc machina applicari potest, non agam.

Pars tertia libri I. agit de potentiarum actionibus in corpora, quæ non retinentur.

Galilei doctrina de descensu gravium in cap. XVIII. & XIX. explicatur. In

(16.) Pojet d'une nouv. Meeh. Lemme. 3. & prob. pag. 23.

(17.) Phænom. balistica, prop. 6.

In cap. xx. agitur de pendulis. Plura, & quidem præcipua, quæ in hoc capite, aut hujus scholiis, habentur, sunt ex *Hugenio* (18.), sed aliter demonstrata. De cycloide plura hic habentur, non tamen *Hugenius* est hujus curvæ inventor, *Galileo* jam nota fuit, & de iis, qui præcipuas hujus proprietates invenerunt, magna fuit contentio (19.). *Hugenius* verò hanc detexit proprietatem, descensum in cycloide semper fieri æquali tempore. Ille quoque primus evolutam dedit hujus curvæ, cujus ope viam penduli direxit. Ante illum hoc genus curvarum Mathematicis ignotum erat. Primus quoque *Hugenius* de centro oscillationis egit. In præcedenti editione demonstrationem, quæ quoque in hac repetitur, dedi de hoc centro, ex generali theoriâ compressionum deductam; hæcque tunc, quia tantum corpora considerabam eidem lineæ applicata, sufficiebat. Nunc autem plura addita fuere & in textu & in scholiis, quæ in sequentibus usu veniunt; quare etiam centrum oscillationis in aliis casibus determinari debuit, quod cum, nisi magis intricatâ demonstratione, ex solâ theoriâ compressionum præstare non possem, in N°. 476. in subsidium vocavi principium *Hugenianum*, ex quo ille omnes demonstrationes de centro oscillationis deduxit.

In ultimo scholio demonstramus cycloëidem esse lineam cellerrimi descensûs; quam hujus lineæ proprietatem primus detexit Mathematicus ante dimidiatum seculum jam celeberrimus, & adhuc dum hodie studium mathematicum juvenili vigore promovens, *Johannes Bernoulli* (20.).

Caput xxi. est integrum novum, spectat materiam, huc usque à scriptoribus de Mechanicâ neglectam, utilem tamen.

In cap. xxii. de gravium projectione post *Galileum* demonstramus, viam corporis projecti esse parabolam conicam. In hoc capite duo solvimus problemata, primum est. *Datâ velocitate ex puncto dato, in punctum datum corpus projicere*. Secundum est. *Ex dato puncto, per punctum datum, in punctum datum projicere corpus*.

Primum ex his vulgare est, & plures diversorum Mathematicorum

(18.) vide Horol. Oscill.

(19.) vide Gröningii Hist. Cycloëidis.

(20.) Acta Lipf. An. 1697. pag. 206.

ficorum solutiones videri possunt apud *Blondel* (21.). Solutio, quam damus, est *Cotesii* (22.). Quomodo autem in hanc solutionem methodo facillimâ inciderim, antequam dicti celeberrimi viri solutionem videram, in *Matheseos Universalis principiis* explicavi.

Caput XXIII. ultimum Lib. I. est de viribus centralibus. Præcipua *Hugeniana* theoremata de hoc motu (23.) demonstramus; Theoremata hæc vir ille celebris dedit anno 1673. ad calcem libri de *Horologio Oscillatorio*. Illa quoque, quæ de hoc ipso motu apud *Newtonum* habentur, illustramus, pluresque ex nostris demonstrationibus idem cum *Newtonianis* fundamentum habent.

In primâ editione machinam explicaveram pro comparatione virium centralium; sed cum ageretur de primo tentamine, non admodum perfecta hæc erat; sæpius postea illam correxi, & tandem rejeci; nunc autem novæ, qua admodum accuratè experimenta demonstrantur, explicationem dedi. De viribus hæc quidem experimenta instituebantur, plura demonstrabant *Desagulier*, & alii; sed de conferendis corporum, separatim agitatorum, viribus, nemo quod sciam ante primam à me propositam machinam quid tentaverat.

In Libro II. agitur de viribus insitis, & corporum collisione.

In capite I. de naturâ virium agitur; quod primum de his demonstramus, est vim insitam in infinitum superare compressionem. Non nova est hæc opinio, quamvis plures Mechanici de comparatione harum quantitatum agant quasi has conferri posse clarum esset.

Aristoteles primus dictam differentiam indicavit; hic enim quærit, quare securis feriens dividit, premens verò non (24.).

Ipse hæc quæstio ponit effectum compressionis esse nullum, saltem infinitè exiguum respectu effectûs percussionis; in responsione etiam nihil aliud continetur. Responsio enim hæc, si aliis verbis exprimitur, significat, in uno casu tantum dari compressionem, in alio compressionem cum percussione. *Gallileus* ex quibusdam experimentis eandem deduxit conclusionem (25.) *Borellus* verò primus clarè

(21.) Art de jetter les Bombes. part. 3. Liv. 5. chap. 5. 6. 7.

(22.) Opera miscellanea p. 87.

(23.) Opera varia. p. 138. Opera reliqua Vol. II. Tom. 2. p. 107.

(24.) Mechanica. Quæst. 20.

(25.) *Neuchan. Dial.* 4. in fine. *Mersennus Cogit. Phys. Math.* Tom. III. Reflex. cap. 23.

clare demonstravit, quantitates has esse incommensurabiles, & percussione[m] esse infinitè magnam, si cum compressione quacunque conferatur (26).

In II. & III. cap. agimus de mensurâ virium; plures auctores de his egerunt, & duæ hodie sententiæ de his ipsis Philosophos dividunt. Omnes vim sequi proportionem massæ concedunt; plures autem, ubi velocitas differt, hujus rationem sequi vim contendunt; dum alii velocitatis rationem duplicatam in his locum habere tueri conantur.

Prima controversia de hac mensurâ, indirecta saltem, fuit *Hugenium* inter & *Abbatem Catalanum*, occasione determinationis centri oscillationis.

Qui *Hugenii* demonstrationes examinabit in 4^{ta}. parte libri de *Horologio Oscillatorio*, & has conferet cum objectionibus *Catalani*, evidentissimè videbit agi revera in hac controversiâ de mensurâ virium.

Ambo viri celebres perpendunt casum, in quo plura corpora juncta, solâ vi gravitatis descendunt, deinde soluta, velocitatibus acquisitis, in altum feruntur; aut quæ soluta descendunt, & conjunctim adscendunt.

Hugenius dum hunc casum perpendit, ex hoc axioma[r]e ratiocinatur, *corpora actione gravitatis adscendere non posse*, & demonstrat, summam productorum ponderum, singulorum multiplicationum per altitudines, à quibus descendunt, aut ad quas adscendunt, esse eandem ante & post solutionem; id est, quando pondera sunt soluta, quærit summam productorum quadratorum velocitatum per massas (27.).

Catalanus contra ita ratiocinatur. „ Si pondera duo æqualia, separatim suspensa ex eodem puncto, [ad distantias inæquales] & elevata ad idem planum horizontale, quod per punctum suspensionis transit, demittantur ita, ut arcus similes describant, acquirant velocitates tales, ut horum quadrata sint inter se, ut altitudines, unde illa pondera perpendiculariter descendunt ad horizontem „

„ Quod si deinde pondera hæc duo, lineâ, aut virgâ inflexili, quam pondere expertem ponimus, jungamus, &
„ ex

(26.) De vi percussione prop. 90.

(27.) Horol. Oscill. pars. IV. prop. 3. & 4.

ex eodem puncto, ad easdem distantias, suspensa demittamus, ab eadem, qua ante, altitudine; pendulum ex illis compositum acquireret tantum velocitatis, quantum summa duorum pendulorum simplicium. Rationem hanc statim addit. Nam separatio ponderum non mutat quantitatem motus (28.).

Hugenius facile demonstravit, principia hæc ad absurdas deducere consequentias (29.). Ponebat quidem ille cum reliquis, quantitatem motus proportionalem esse producto velocitatis per massam, (quam proportionem sequitur translatio) sed absurdam esse *Catalani* opinionem, quantitatem hanc non mutari, facile demonstravit. Circa quantitatem motus jam antea dixerat (30.), quod postea demonstravit (31.), in collisione corporum perfectè elasticorum, (quæ ab ipso ad perfectè dura referebantur) quantitatem motus non servari; sed summam productorum quadratorum velocitatum per massas collisione non mutari, hancque summam ante & post collisionem esse eandem; postea verò magis generaliter locutus est; cum dixit in ultimâ responsione ad *Catalanum*, *minimè pro lege naturæ esse habendum, eandem motus quantitatem semper conservari, nisi alicui impendatur, & consumatur; sed hanc esse constantem legem naturæ, corpora servare vim suam adscendentem (force ascensionelle) & idcirco summam quadratorum velocitatum illorum semper manere eandem* (32.) Observandum agi de massis æqualibus, nam ad illum casum reduxerat *Catalanus* quæstionem, ut vidimus.

Ante finitam hanc controversiam alia orta est inter *Leibnizium* & eundem *Abbatem Catalanum*. Penultimum *Hugenii* scriptum pertinet ad annum 1684. ultimum, ex quo verba memorata sunt desumpta, est anni 1690. Anno autem 1686. *Leibnizius* Actis Lipsiensibus mensis Martii inseruit scriptum, in quo hæc verba subjungit demonstrationi, quam dederat, & in qua agitur de altitudinibus ex quibus corpora descendunt, aut ad quas ascendant. „ *Ex his apparet quomodo vis æstimanda sit à quantitate effectus, quem producere potest, ex. gr. ab altitudine ad* quam:

(28.) Journal des Scavans 1682. in initio. Opera varia p. 217.

(29.) Journal des Scavans, 29. Juin 1682. Opera varia pag. 222.

(30.) Journal des Scavans 18. Mars 1669; 5. & 6. règle du mouv.

(31.) Opera posthuma de Motu. prop. 6. & 11.

(32.) Histoire des Ouvrages des Scavans, Juin 1690. & Opera varia pag. 148.

quam ipsa corpus grave data magnitudinis, & speciei, potest elevari, non verò à velocitate, quam corpori potest imprimere.
 Dicendum ergo est vires esse in compositâ ratione corporum & altitudinum, ex quibus cadendo tales velocitates acquirere potuissent. . . . Ex quo quamplures errores nati sunt. . . . Quin & hinc factum puto, quod nuper regula Hugeniana circa centrum oscillationis pendulorum, quæ verissima est, à nonnullis viris doctis in dubium fuit vocata.

Hæc satis conveniunt cum verbis *Hugenianis* quæ supra habuimus, & quæ quamvis posteriora sunt *Leibnitianis*, tantum explicant illa, quæ in scriptis anterioribus *Hugenii* revera continebantur. Simile quid sæpius contingit; ita qui præcedunt res explicant, ut auctori novi inventi nihil faciendum supersit, quam distinctius exponere, & verbis magis apertis illa declarare, quæ alter tantum obscurius indicavit. Non nego *Leibnizium* pro auctore esse habendum illius mensuræ virium, quam in verbis memoratis exponit, sed hoc affirmare ausim *Hugenium* illum eò deduxisse.

Leibnizio Catalanus, (33.) postea & *Papinus* (34.) responderunt; scripsit iterum *Leibnizius* variaque scripta inde orta (35.). Deinde plures alii de hac eadem quæstione egerunt.

Hæc ipsa est de qua agitur in indicatis capit. II. & III. libri II. hujus operis; plura addidi experimenta nova iis, quæ in præcedenti editione proposueram. De verbis non contendo, hæc duo probare, & experimentis directis probare in animum induxi; *Corpori quiescenti non communicari velocitatem, nisi actione quæ sit ut productum massæ per quadratum velocitatis. Et corpus motum nunquam amittere totam velocitatem nisi resistantiam superet, id est, effectum præstet, qui sequatur dictam rationem.* Agitur de integrâ, & hac solâ, actione, quæ movendo corpus impenditur; & de effectu integro, & solo, quem corpus, dum motum amittit, præstat. Qui has negaverit propositiones, negabit quæ ad oculum patent: si verò quis has concedat, & affermet has sequi ex mensurâ virium antea receptâ, cum tali ego non contendo, vim voco agendi capacitatem in corpore, quæ

(33.) Nouvelles de la Republique des lettres Sept. 1686.

(34.) Acta Lips. 1689. pag. 126.

(35.) Nouv. de la Rep. Juin & Sept. 1687. Acta Lips. 1690. pag. 223. 1691. p. 6. & 439. 1695. p. 145.

quæ per integrum effectum mensurari debet. Rogo tamen illos qui aliam illam mensuram adhibent, ut videant an omnia, non tantum quædam, experimenta nostra, de viribus & collisione, explicare possint. Rogo quoque ubi tempora considerabunt, quibus effectus præstantur, ne figmenta pro veris temporum mensuris adhibeant; plura de hac temporis mensurâ in scholiis habemus.

De experimentis, quæ virium mensuras spectant, monere debeo virum nobiliss. & eruditiss. *Jo. Poleni* primum immediate experimento demonstrasse, effectibus æqualibus consumi vires positum massis inversè ut quadrata velocitatum (36.). Hoc ipsum *Polenii* experimentum, adhibitâ machinâ, ut magis accuratè peragatur, dedimus in n. 834.

In secundâ parte libri II. agimus de corporum percussione; de hac diu hallucinati sunt Philosophi. Tandem anno 1669. *Wallisius* veras leges dedit, quæ locum habent in corporibus mollibus, quamvis ille ad perfectè dura has referat; circa idem tempus *Hugenius* & *Wrennius*, idem pro corporibus elasticis præstiterunt (37.), quamvis de elasticitate non loquantur.

De duobus his ultimis hæc in actis societatis Anglicanæ leguntur. *Extra omne dubium est, neutrum horum Theoriæ illius quicquam, priusquam scripta eorum simul compararent, rescivisse ab altero; sed utrumque propriâ ingenii fecunditate pulchellam hanc sobolem enixum fuisse.*

Solvit equidem *Hugenius* ante aliquot jam annos, Londini cum ageret, illos de motu casus qui ipsi tunc proponebantur; luculento sanè argumento eum jam tum exploratas habuisse regulas, quarum id evidentia præstaret. At non affirmabit ipse se cuiquam Anglorum suæ theoriæ quicquam aperuisse (38.).

De hac Theoriâ demonstramus in cap. 5. lib. 2. ipsam cum *Wallisianâ*, quæ in cap. 4. datur, in eo solo differre; quod, ubi corpora sunt elastica, mutatio velocitatis ex ictu dupla sit illius quæ locum habet, quando non sunt elastica, & eo Theoriam hanc ad magnam simplicitatem reduximus. Ubi autem agitur de demonstrandis regulis *Wallisianis*, propriam sequor Theoriam.

Quod ad experimenta attinet, plura circa collisionem, jam ante

(36.) De Castellis §. 118.

(37.) *Philos. Transactions* N. 43. & 46.

(38.) *ibid.* N. 46. pag. 927.

ante notas veras hujus regulas fuere tentata cum corporibus pendulis; sed hæc nulliùs ufus fuere; quædam generalia tantum spectabant & nulliùs momenti sunt.

Primus *Wrennius* & *Rooscius* magis accurata demonstraverunt, illi enim talibus experimentis regulas datas coram societate Regiâ confirmarunt (39.). Postea *Mariotte* integrum tractatum de collisione dedit cum accuratâ experimentorum expositione.

Nos etiam utimur corporibus suspensis; sed quam jam in primâ editione, perfectam satis machinam, & cum *Mariottianâ* in plurimis convenientem, dedimus, quam correctam in secundâ editione exhibuimus, nunc multo perfectiorem redditam adhibemus; & collisionem ipsam multis novis experimentis illustramus.

Postquam à viris cel. memoratis veræ regulæ collisionis directæ fuere detectæ, nulla in explicandâ percussione obliquâ duorum corporum difficultas supererat; quod etiam à plurimis viris doctis est præstitum, hisce casibus applicatâ resolutione motûs *Keplerianâ*; separatim nempe considerando mutatum motum directum, & manentem motum lateralem (40.).

De collisione compositâ, sive directâ, sive obliquâ, trium corporum concurrentium, pauca & ad casus simplices pertinentia apud auctores habentur, non tamen omnino hanc materiam esse negligendam credidi & plura in hac editione addidi.

Pars ultima libri 2^{di}. agit de legibus elasticitatis. Illa, quæ de motibus fibrarum dicimus, sunt ex *Merfenne*. *Hugenius* detexit laminæ elasticæ vibrationes esse æquè diuturnas. Experimentum I. cap. XIV. quoque novum non est, sed his omnibus demonstrationes addidi, & veram legem elasticitatis experimentis illustravi.

Liber III. agit de fluidis, & quidem pars I. de pressione fluidorum. Plura ex iis quæ explicamus sunt ex *Archimede* (41.); reliqua

(39.) *ibid.* No. 46. & *Newtonus Princip. Schol. Corr.* 6. *Legis Motûs* 32.

(40.) *Paralipom. in Vitellionem* Cap. 1. prop. 19. „ Cum quid obliquè move-
tur versus superficiem, motus is componitur ex perpendiculari & pa-
rallelo superficiei. At superficies tantum ei parti objicitur, quæ est
in se perpendicularis, non ei quæ est sibi parallelus. Quare nec im-
pedit partem sibi parallelon, sed patitur mobile resiliendo pergere
ad partem alteram, sic ut advenerat.

(41.) De insidentibus Humido.

reliqua fere omnia à plurimis auctoribus explicantur; inter præcipuos numeramus *Simonem Stevinum* (42.), *Pascalium* (43.) & *Boileum* (44.); Nihil in hisce mihi vindicare possum præter methodum explicandi, & plura quæ ad experimenta pertinent; in quibus tamen quoque eisdem auctores, præcipuè *Boileum*, prædecessores habui.

Vir doct. *Jo. Georg. Leutmannus* in Actis Academiæ Petrop. demonstravit methodum exiguas ponderum differentias accuratè determinandi adhibitâ bilance, cujus brachia essent inæqualia (45.). Occasione hujus inventi negotium hoc examinavi, & hydrostaticè illud adhucdum magis accuratè posse præstari percepi; methodus hæc in cap. 4. libri 3ⁱⁱ. habetur.

In parte secundâ hujus libri 3ⁱⁱ. motus fluidorum, & horum effluxus ex vasis perpenditur. Plura ex *Newtono* explicantur. Magnum etiam lumen huic materiæ communicant, quæ ex *Mariotte & Poleno* mutuatus sum. In reliquis relictis controversiis, inter viros doctos de hisce motibus agitat, illud quod mihi verum videtur proposui, additis rationibus quare ita judicavi.

Experimentum 2. cap. ix. dedit *Mariotte* (46.), quartum & quintum jam dedimus in editione præcedenti anni 1725. Monere autem hic debeo virum ingeniosum & doctiss. unum ex his, quintum nempe, explicasse in commentariis Academ. Scient. Gall. anni 1736. (47.), mutatâ circumstantiâ hac: utitur tubis lateraliter vitro clausis; quam methodum ut illi sequantur, qui experimentum imitari in animo habebunt, commendo. In reliquis nostram methodum esse anteponendam haud difficulter probari potest.

Caput x. agit de motu fluminum. Quæ de determinandâ velocitate aquæ habemus, dedit *Gulielmini* (48.). Ex quo auctore etiam quædam alia desumimus (49.).

Illa quæ de motu Penduli collato cum motu undæ demonstramus,

(42.) De la Statique. liv. 4. & 5.

(43.) De l'Equilibre des Liqueurs.

(44.) Paradoxa Hydrostatica.

(45.) Tom. III. pag. 138.

(46.) Mouv. des eaux 3. part. 2. discours, sur la fin.

(47.) Memoires pag. 191.

(48.) Mensura Aquarum fluentium.

(49.) De Fluminum Natura.

stramus, in capite sequenti de undis, *Newtoniana* sunt (50.).

In parte tertiâ libri 3ⁱⁱ. fluidorum motorum actiones perpenduntur, & tria examinantur: impetus fluidorum profluentium; pressio lateralis fluidorum per tubos motorum; & tandem resistentia, quæ superari debet, ut fluidum, auxilio machinæ, in locum elatum transferatur.

Quod ad primum attinet, non diffiteor experimentum, quod dedi de impetu fluidorum, non convenire cum experimentis virorum celebrium; sed nullus dubito semper eventum illum futurum, quem retuli, si modo omnes quas indicavi cautelæ observentur.

Circa pressionem lateralem in tubis monere debeo; me, postquam jam per aliquod tempus constructam habuisssem, cum omnibus partibus, machinam, quam adhibui in experimentis cap. XIII., similem, quæ fortè ante meam constructa fuit, descriptam vidisse in actis Acad. Petrop. à viro celeberrimo, & primi ordinis mathematico, *Daniele Bernoulli* (51.), qui eandem iterum exhibuit in elaboratissimo opere *Hydrodynamices*.

De machinis Hydraulicis in capite sequenti plura huc usque neglecta demonstramus, quæ insignem usum habere possunt; generalissimè tantum rem consideramus, applicatio ad peculiare machinas scopum nostrum non spectat.

In parte ultimâ libri 3ⁱⁱ. agimus de corporibus in fluidis motis; & in hac editione nihil addidi, pauca magis illustravi. Plures ex propositionibus quæ in scholiis cap. XVI. demonstrantur sunt *Newtonianæ*; in demonstrationibus autem hæc est præcipua differentia. Ubi vir celeberr. adhibet hyperbolæ quadraturam, substitui lineam logisticam, quod faciliè fieri posse notum est, quo tamen minus abstractæ fiunt demonstrationes; *Newtonus* autem à generali sua methodo determinandi magnitudines per quadraturas curvarum, quam in multis occasionibus feliciter adhibet, in hoc casu peculiari recedere noluit.

Proprietates lineæ hujus logisticæ primus *Hugenius* indicavit ad calcem tractatûs de Gravitate; hasque *Hugenianas* propositiones in libello peculiari demonstravit Mathematicus celebris. *Guido Grandi* (52.).

Liber

(50.) Princip. Lib. 2. prop. 44.

(51.) Tom. 4. pag. 194.

(52.) vide Hugenii opera reliqua tom. 1.

Liber noster quartus agit de aëre & igne. In primâ parte de aëre, hujus gravitatem & elasticitatem consideramus, & præcipua phænomena quæ ab his pendent explicamus.

Gravitas aëris, antiquis nota, & experimentis comprobata (53.), nullius fere usûs erat in explicandis phænomenis. Ipse *Galileus*, qui *Aristotele* duce, aërem, in lagenâ accumulatum, ponderaverat (54.), nunquam suspicatus est pondere aëris aquam in antliis sustineri, quamvis ipsi notum esset, non ultra certam altitudinem, aquam in antlias suctorias, ut loquuntur, attolli posse (55.).

Torricellius primus est, qui cum anno 1643. similem effectum cum mercurio detexisset, & vidisset hunc in tubo aëre vacuo non ultra certam altitudinem sustineri, in suspensionem incidit effectum hunc pressioni aëris à gravitate oriundæ esse tribuendum. Veram hanc esse conjecturam anno 1648. probavit *Pascalius* experimento celebri, quod ad hujus petitionem fuit institutum, quo constitit in apice montis *le puits de domme* in comitatu *Alvernie*, mercurii altitudinem in tubo *Torricelliano* minorem fuisse quàm ad ejusdem montis radicem, & differentiam superasse pollices tres; quod imminutam pressionem cum ipsâ quantitate aëris deorsum prementis demonstravit (56.).

Brevi postquam hæc fuere detecta plura circa aërem nova fuere tentata, & inter hæc præcipua sunt experimenta *Ottonis de Guericke*, *Roberti Boile*, & *Academiæ Italicæ del Cimento* dictæ (57.); quæ ultima, quamvis laude dignissima, minus notabilia sunt, saltem quantum ad aërem; non enim hunc, nisi ex globulis minoribus, cum tubis *Torricellianis* in superiori parte coherentibus, eduxerunt. *De Guericke* autem & *Boileus* majora vasa adhibuerunt, & auxilio antliarum aërem eduxerunt; vocaturque hodie *Antlia pneumatica*, quæ ad hunc usum est accommodata.

De inventore hujus antliæ *Boileus* nos docet, *Ottonem de Guericke*

(53.) *Aristoteles* de cælo lib. 4. cap. 4.

(54.) *Dialog.* 1. *Mechan.*

(55.) *ibid.*

(56.) *Pascal* *Recit de la grande Experience de l'Equilibre des liqueurs.*

(57.) *Vir Clariss. P. van Musschenbroek* anno 1731. latino idiomate editionem dedit horum *Exp.* cum commentario pulcherrimo & multis experimentis novis.

ricke primum aërem ex vase eduxisse, se verò primum machinam commodam ad hunc usum construi curasse (58.). *Papinus* autem primus duas antlias conjunxit, quæ simul motibus contrariis agitabantur, ut breviori tempore, & magis commodè (conjunctio enim antliarum admodum laborem minuit) effectus desideratus obtineretur (59.).

Post *Boileum* plures diversæ antliarum constructiones adhibitæ fuere, quæ omnes cum *Boileanâ* & methodo *Guerickianâ* idem fundamentum habent.

Ego varias methodos ab aliis propositas adhibui, & incommoda, quæ occurrebant, corrigere tentavi. Sed varias methodos explorando, & corrigendo, tandem ad illam, quam in cap. 4^{to}. libri iv. explicavi, duplicis antliæ constructionem perveni; quam eandem constructionem postea ad minorem simplicem antliam, in eodem capite demonstratam, applicavimus. Duplicem hanc antliam, omnibus aliis mihi notis anteponendam credo; non tamen hanc non perfectiorem fieri posse contendendo; sed illos monere debeo qui hoc tentabunt, sæpe contingere, ubi, ut incommodum vitemus, aliquid mutamus, inde aliud imprævisum majus, & nisi usu detegendum, profluere. Quod & ad alias machinas quoque referri debet; faciliè inexpertus corrigendo deteriorem machinam facit.

Fundamentum constructionis antliæ cujuscumque, qua aër exhauritur, est aëris elasticitas, quare de *Guericke* proprietatem hanc ignorare vix potuit. *Galileus* qui, ut supra vidimus, aërem in lagenam compressit, cum hunc ponderavit, effectum elasticitatis sub oculis habuit. Ipse *Aristoteles*, cum uteros inflatos graviores detexit quàm vacuos (60.), aëre compresso usus est, aliter enim gravitas aucta non fuisset. Nihilominus tamen nemo ante *Boileum* de hac ipsa egit; vir hic celeberr. primus est, qui hanc proprietatem distinctè exposuit, & experimentis illustravit (61.).

In cap. v. & vi. plura explicamus de aëris gravitate & elasticitate experimenta hoc tempore vulgo nota, quod tamen de
omni-

(58.) Proem. Experim. Physico-Mechan.

(59.) Boilei Exp. Phys. Mech. continuatio 2da in præfatione.

(60.) Loco supra indicato.

(61.) Exp. Phys. Mech. & alibi.

omnibus, septimo & octavo ex. gr. cap. vii. & quibusdam aliis, dici non potest. Pro omnibus demonstramus quomodo in ipsis procedendum sit, & in variis non à vulgo receptâ methodo recedimus. Duas tantum novas machinas in hisce dedimus, pro aëris compressione primam; & alteram, cujus ope pluribus vicibus repetitur experimentum de corporibus in vacuo cadentibus.

Occasione aëris, generalia quædam observamus de aliis fluidis elasticis. De his fluidis plura habentur apud *Boileum*, qui hæc designat nomine aëris factitii (62.); de his etiam plura notatu admodum digna dedit vir diligentiss. *Steph. Hales*, qui hæc omnia fluida ad aërem refert (63.).

Sonus per aërem propagatur; de illo quoque agimus in hac parte libri iv. *Newtonianam* explicamus theoriam; & ipsa est *Newtoni* demonstratio, quam in scholio i. cap. vii. damus de agitatione particularum aëris, sed hanc minus abstractè proposuimus. Circa hanc ipsam viri celebres observarunt vitium dari in hac *Newtoni* demonstratione; propositionem tamen ipsam esse veram demonstravit vir doctiss. Philosophiæ & Matheseos Professor Genevensis *Gabr. Cramier* (64.).

De velocitate soni plures tentarunt experimenta, præcipua autem sunt, quæ dedit vir plurimis scriptis clarus *Gul. Derham* (65.).

In parte 2^{da}. libri iv. agitur de igne. Ex observationibus; & experimentis, notis deduxi quasdam ignis proprietates, quæ mihi plurium phænomenorum explicationes suppeditarunt.

In physicis quando ex simplicibus naturæ legibus ratiocinari non conceditur, non alia patet viâ, & intacta relinquenda sunt, quæ ignoramus. Non tantum ita egi circa plura, quæ ignem spectant; sed multa alia, quæ apud scriptores de Physicâ explicantur, prætermisi; quia hyphoteses admittere nolui.

In capite ix. mentionem feci de lapidibus lucidis: quæ indicavi habentur in Actis Academiæ scientiarum Galliæ (66.).

Ubi in cap. 10. ago de dilatatione corporum ex calore, simplici experimento tantum demonstro hanc obtineri omnes partes

(62.) Exp. Phys. Mech. contin. 2da.

(63.) Vegetable Statics. Vol. i. Chap. 6.

(64.) Newt. Princ. editio Genev. Tom. 2. pag. 364.

(65.) Philos. Transact. No. 313. pag. 2.

(66.) Memoir. de l'an. 1730. p. 524. & 1735. p. 347.

tes versùs. Hæc autem corporum proprietas majori cum curâ ab aliis fuit explorata, præcipuè à viro illustri, nuper nostræ Academiæ ornamento *Hermanno Boerhave* (67.). Primus autem qui ad accuratissimam mensuram hanc dilatationem revocavit est vir clariss. Collega conjunctiss. *Pet. van Musschenbroek*, qui philosophiam experimentalem quotidie feliciter promovet (68.). Machinam, à *Musschenbroekianâ* diversam, ingeniosè quoque excogitatam in actis societatis Londinensis dedit *J. Ellicott* (69.).

Hæc hunc in finem constructa est, ut diversorum corporum dilatationes dato eodem caloris gradu possent conferri inter se. Sed quamvis sæpius hoc, magnâ cum curâ, adhibitâ tali machinâ tentaverim, & usus fuerim machinâ accuratissimè elaboratâ ex Angliâ transmissâ, pervenire eo non potui; sed experimenta me docuerunt, inutiliter hanc comparisonem tentari, nisi corpora quæ explorantur fluido immersa fuerint, ut à fluido circum ambiente ipsis calor communicetur.

Occasione ignis pauca dedi de electricitate, ut pateret, connexionem dari inter phænomena quædam ignis & ipsam electricitatem. Experimenta hæc sunt ex *Hauksbeio*; cui etiam debentur experimenta, quæ dedi de attritu in vacuo; sed machina, qua in his experimentis utor, diversa est ab illa, quam indefessus ille novorum experimentorum investigator adhibuit. Plura admodum sunt quæ ad electricitatem pertinent; qui distinctius cognoscere cupit quæ ad hanc materiam spectant videat loca quæ ad calcem hujus paginæ notamus (70.). Experimenta varia de mercurio lucido, habemus in capite xi. Primus hanc proprietatem in Barometro detexit *Picardus* (71.) Postea in majoribus vasis aëre vacuis etiam, hanc proprietatem demonstravit supra laudatus *Johannes Bernoulli*, qui etiam detexit mercurium præsentè aëre lucere (72.).

Liber

(67.) vide *Elementa Chemiæ*. Tom. 1. p. 138.

(68.) *Tentamina Exper. Acad. del Cim.* Part. 2. pag. 12.

(69.) *Philos. Transactions*. N^o. 443.

(70.) *Philos. Transactions* N^o. 417. 423. 426. 431. *Mem. de l'Ac. des Sci.* années 1733. pag. 23. 73. 233. 457 — 1734. pag. 341. 503 — 1737. pag. 86. 307.

(71.) *Acad. des Sci.* Tom. x. an. 1675. pag. 566.

(72.) *Acad. des Sciences*. M. 1701. pag. 1. & 147.

Liber v. agit de Lumine. In præcedenti editione duces secutus eram *Barocium* in prælectionibus opticis, *Hugenium* in Dioptricâ, *Newtonum* in Optice, cui nunc etiam addidi prælectiones opticas quæ tunc temporis nondum publici juris factæ erant. Antequam liber hicce quintus prælo committeretur, ad manus meas pervenit opus pulcherrimum de optica *Rob. Smith* Cantabrigiensis Professoris. Vir celeberrimus integram tractare opticam sibi proposuit, ego tantum Elementa, non mirum ergo si pleraque quæ ego habeo etiam ab illo auctore examinentur. Methodus tamen quam sequor, & demonstrationes satis differunt à pulcherrimis hujus auctoris demonstrationibus, ut plagii suspicio locum non habere possit. Præterea à viro doctissimo tractantur, quæ ad scopum nostrum non pertinent. Ex ipsius tamen opere illa quæ dixi de causâ quare duobus oculis objectum non videamus duplicatum mutuatus sum. Statim percipimus causam hanc convenire omnino cum principiis ex quibus in pluribus locis conclusiones deduxi. Ipsa hæc principia quoque fusi in Logicâ nostrâ explicavimus, nempe sensus per se nihil docere, omnem usum experientiæ debere.

Pro experimentis de lumine in primâ editione apparatus machinarum explicaveram, eundem nunc correctum amplificatumque do, ut plura experimenta & omnia facilius, & magis accuratè, demonstrari, & nova tentari, possent.

Machina omnium prima radiis solaribus in eadem lineâ servandis inservit; primus qui talem adhibuit est *Farenheitius*, qui manubrio speculum movendo facillè radium ad pristinum situm reducebat; horologium adhibere potuisset quo hoc speculum dirigeret. Hujus machinæ simplex erat constructionis fundamentum, duo adhibebat specula; primum, quod continuò agitabatur manubrio, radios solares juxta axem telluris reflectebat, & secundo ad libitum hos ipsos dirigebat. Sed duplici hac reflexione nimium radii debilitantur:

Unico nos utimur speculò, quod horologio dirigimus; sed si quis continuò manu hoc efficere vellet, & præterea post quadrantem aut semihoram, paululum situm machinæ mutare, simplicissima esset constructio.

In sexto aut ultimo libro pauca addidimus. In primâ parte, quæ ipsos motus corporum cælestium spectant & horum apparentias explicamus; in secundâ causas physicas tradimus juxta mentem *Newtoni*. Quæ de figurâ telluris habemus, deducimus ex mensuris recentioribus, ut suo loco indicamus.

Bibliopolæ L. S.

Quæ ad finem hujus Præfationis minoribus literis sunt exarata, Clarissimus Auctor mutare in animo habebat, cum morte fuit oppressus: quidquam tanti viri scriptis addere aut detrabere religio fuit; idcirco hæc ultima damus qualia in ejus chartis reperta sunt. Quas correctiones & additiones mente agitata conscribere est ex duobus sequentibus fragmentis, quæ imperfecta reliquit, & quæ hic subjungimus ne quid ex summi Philosophi scriptis deperdatur.

Liber noster quintus de Luminis phænomenis agit; & in eo scientia explicatur, quæ integra recentioribus debetur Philosophis. Si enim antiquiora scripta perlustremus, auctores veras phænomenorum causas latuisse statim patet, & ipsos plura nobis inutilia suppeditasse. Testimonia hujus assertionis quisque detegit qui scripta de optica perlustrabit *Euclidis, Heliodori, Albazeni Arabis, Vitellionis*, quibus etiam addere possumus quæ de optica reliquit celebris monachus seculi decimi tertii *Rogerus Baco*; ut & *Jo. Bapt. Porta*, cujus liber de refractionibus editus fuit anno 1598.

Liber hicce quintus quatuor continet partes, quarum prima agit de motu Luminis, & hujus inflexione. Quæ ad motum directum & velocitatem pertinent explicantur, indicatis auctoribus quibus debemus quæ ad hanc materiam pertinent. Inflexio luminis de qua postea agitur ex observationibus *Grimaldi* (73.) deducta fuit, sed præcipuè ex iis quæ *Newtonus* de hac detexit (74.).

In parte de refractione examinamus hujus leges, & agimus de lentibus vitreis & harum usu, ut & de microscopiis & telescopiis.

Primus *Snellius* veram legem refractionis detexit, ut *Hugenius* docet (75.). Lentæ vitreæ detectæ fuere circa finem seculi decimi tertii; de qua inventionē videri potest *Willel. Molynæus* (76.), pater illius de quo mentio fit in capite 1. hujus libri v. Ut mihi autem videtur lentium inventor est incertus, & superius memoratum *Rogerus Baconem* pro tali non esse habendum, nisi additâ restrictione, contra opinionem auctoris indicati persuasum habeo. Vir quidem hic doctiss. loca *Baconis* memorat ut opinionem confirmet, quæ separatim sumta ipsam evincere videntur; sed ita sumta hæc loca sensum præ se ferunt diversum ab eo quem ipsis tribuet ille, qui in ipsa connexionē verba examinabit, & ad alia loca simul attendet.

(73.) Acad. des Sciences. H. an. 1715. pag. 52.

(74.) Optic. Lib. III.

(75.) Hugenii Opera reliqua. Vol. II. pag. 2.

(76.) A. Treatise of dioptricks. pag. 257.

tendet. Quando *Baco* loquitur de objectis *per Medium visis* (77.), non intelligit objecta ultra medium esse posita, sed intra medium, posito oculo in alio medio. Concepiebat quoque solem, lunam, & stellas dari in ipsis vaporibus ex Tellure adscendentibus, spectatorem autem, extra vapores in medio rariori positum, hæc corpora contemplari (78.).

Nihilominus tamen illa, quæ *Baco* de vitris memorat, naturaliter ad constructionem lentium deducere potuerunt. Juxta sua principia (de quorum veritate aut falsitate hic non agitur) affirmabat objectum in vitro terminato superficie convexâ, posito oculo in aëre, citra centrum sphaeræ apparere amplificatum; unde deduxit, per segmentum minus sphaeræ vitreae litteris applicatum, has amplificatas apparere.

De Microscopiis simplicibus de quibus egi nihil dicam, sunt tantum lentæ convexæ. Compositorum Microscopiorum inventor est *Drebbelius* (79.).

Jo. Bapt. Porta primus est qui Telescopiorum mentionem fecit, dum affirmat objecta longinqua apparere

(77.) De Perspectiva. Pars. III. Distinct. 2. cap. 3.

(78.) Ibid. cap. 4.

(79.)

Locum quem in priori fragmento punctis distinximus amplificare volebat Auctor, Baconis verba ad examen revocando, ut patet ex hoc secundo fragmento.

UT mihi autem videtur lentium inventor est incertus, & superius memoratum *Rogerum Baconem* pro tali, accuratè si loquamur, non esse habendum contra opinionem Auctoris indicati persuasum habeo; ipsum verò inventioni januam aperuisse extra dubium credo.

Hæc constabant indicatis quibusdam *Baconis* locis: *si verò non sint corpora plana, per quæ visus videt, sed spherica, &c.* (77.). Non agitur in his de lentibus, neque de objectis visis ultra aliquod medium. Examinat Auctor mediorum convexorum & cavorum phaenomena, ut plana examinavit, & considerat objecta uni medio immersa, dum oculus extra hoc in alio datur, & nullibi considerat duplicem refractionem quæ locum habet, quando objectum ultra medium est positum.

Baco tamen rem acu tetigit, sique experientiam cum theoriâ conjunxisset, detectas habuisset lentes vitreas, & circa ipsam refractionem quam examinat plures errores evitasset.

Cum enim affirmasset rem amplificatam apparere, *si oculus est in subtiliori medio, & convexitas medii in quo res est sit versus oculum* (78.). Hoc po-
stea

(77.) De Perspectiva, Pars III. Distinct. 2. cap. 3.

(78.) ibid.

stea ad vitrum transfert, & ut objectum quasi in vitro esset consideraret, vitrum concipit ad partem oppositam planum, & ipsi objecto immediatè applicatum; & quamvis de lente plano-convexâ loquatur hic Auctor, nullum sibi effecit conceptum vitri ultra quod objecta post duplicem refractionem amplificata apparent. Locus notabilis est, si verò homo aspiciat literas & alias res minutas per medium crysalli vel vitri, vel alterius perspicui, suppositi literis, & sit portio minor sphaeræ, cujus convexitas sit versus oculum & oculus sit in aëre, longè melius videbit literas & apparebunt ei majores. &c. Statim addit ideo hoc instrumentum est utile senibus & habentibus oculos debiles. ————





*

ORATIO

D E

EVIDENTIA.



*N*emo non dicam in Mathematicis disciplinis versatus, sed in hisce scientiis tiro, & quidem in primo limine, non percepit, peculiarem probandæ veritatis Methodum sibi vindicare scientias hasce; Mathematicasque demonstrationes Evidentiâ concomitari, pertinaciam omni alio modo invictam superante.

Hinc tot doctorum virorum labores ut hac ipsâ Evidentiâ & alias illustrarent disciplinas: & non dubitabo asserere Mathematicos studium scientiis, ab hisce disciplinis quàm maximè remotis, face suâ lumen præbuisse.

Sed quo non abutuntur mortales! hoc ipsum quod Mathesis in detegendâ veritate utile habet, multis ut verum ipsum, firmissimis evidentissimisque licet fultum argumentis, rejicerent ansam præbuit.

Dum nihil nisi Mathematicâ quod evincitur demonstratione pro vero habendum contendunt, in multis omne veritatis cri-

*** ** 2

terium

* Habita Leidæ vi. Id. Februarii A. 1724. quum Auctor Rectoris munere abiret.

terium tollunt, dum unicum se veritatis criterium tueri gloriantur.

Quam parum autem hi secum consistant facile quisque percipiet, si tales rogaverit, an non in superficie Telluris vitam degentes aliorum auxilio indigeant, an non persuasum habeant Solem, quem orientem observant, post tempus occasurum; an in dubium unquam vocaverint potentissimum olim fuisse populum Romanum, hujusque Imperii caput urbem fuisse Romam. Non tamen hæc Mathematicis constant demonstrationibus.

Datur ergo Evidentia à Mathematicâ diversa, cui assensum nostrum denegare jure non possumus, quem etiam nemo in iis denegabit in quibus veri amor solum dubii est fundamentum.

Evidentiam à Mathematicâ diversam Moralem dixere recentiores Philosophi, Certitudinisque Moralis, antiquis ignotâ voce utentes, nomen dedere persuasioni quæ Moralem sequitur Evidentiam.

Hæc etiam à paucis veris suis circumscribitur limitibus, dum multis morali Evidentiâ niti contendunt propositiones vix minimâ probabilitate fultas.

Credidi, cum mihi in hac solemnitate coram Celeberrimo Nobilium & Litteratorum virorum cætu verba sint facienda me, nihil à munere alienum neque vobis AA. OO. NN. ingratum facturum, si de utrâque Evidentiâ, Mathematicâ & Morali, & Persuasionem inde oriundâ, hac horâ egerim.

Hoc mihi erit propositum ut verbis complectar quæ volo, & dicam planè quæ intelligatis; hoc unicum à Philosopho exigit Philosophorum eloquentissimus Cicero, ipsam à Philosopho eloquentiam non admodum flagitans.

Evidentiæ Mathematicæ indolem traditurus, quare huic assen-

assensum denegare nemo sanus potest, dicturus, ipsius Mentis nostræ natura examini subjiçienda erit.

Mens nostra idearum est capax, hasque confert inter se, in eo tota sita est intelligentia.

Mens nostra ideas percipit, conscia hujus perceptionis sibi est & in dubium nemo unquam vocare poterit, an quam percipit ideam, hanc revera percipiat.

Non hic agitur de convenientiâ inter ideas & res extra nos, de ipsâ tantum, quæ menti præsens est, loquor representatione. Dum Ædificii idea Menti obversatur, in dubium vocare potero, utrum Ædificium quoddam peculiare huic ideæ respondens extra me revera detur, an dari possit; sed hoc non dubitabo, me cogitare de Ædificio quod Menti representatur, Mens enim est quid perceptionis suæ conscium.

Non unica semper Menti eodem momento præsens est idea, eo plures simul Menti obversantur quo hujus capacior est intelligentia.

Ubi verò plures simul ideæ Menti præsentibus sunt, Mens necessariò harum percipit comparisonem, sibi quæ hujus format ideam.

Negare, ubi duas præsentibus mihi habeo ideas, me percipere utrum hæ differant inter se nec ne, & quo respectu differant, hoc ipsum esset negare mihi præsentibus esse ideas, quas revera præsentibus habeo, de ipsis ideis tantum loquor, de eo quod Menti præsens est.

Pugnantia ergo hæc sunt, Mentem percipere ideas, & hanc non percipere veram quæ datur inter ideas comparisonem; & eo ipso hujus perceptionis sibi conscia erit, persuasumque habebit dubium nullum circa hanc comparisonem superesse posse, id est, huic propositioni, illam inter ideas revera dari comparisonem quam inter has percipit, assentiet. Si conferam:

*** ** *

ideam numeri septem cum ideâ summâ horum numerorum quatuor & trium, statim percipio has ideas minimè differre, & in dubium vocari non posse, tria & quatuor simul sumpta valere septem.

En habetis A. A. H. H. Evidentiæ Mathematicæ fundamentum, videtis quare hæc suâ naturâ assensum nostrum secum trahat.

Habetis quo facîle, quibus veritatem involvere moluntur Sceptici, solvuntur nodi. Dicant veritatem criterio indigere, verum criterium à falso distinguendum esse, novumque ut hoc fiat criterium desiderari; quod criterium novum & suo indigebit, & sic in infinitum, contradictionem ideo involvere veritatis dari criterium ullum.

Respondemus veri desideratum criterium ipsam esse Evidentiam; ipsam nempe perceptionem comparationis inter duas ideas. Evidentiæ criterium esse conscientiam; Hanc autem proprium secum ferre criterium; non tali enim indigeo ut certus sim, me conscius esse ideæ quæ Menti præsens est. An possum non percipere ideam quam percipio; dum conscius sum, an eo ipso non sum conscius me conscius esse? Aliud conscientie quærere criterium contradictionem involvit: Hanc autem unicum Evidentiæ Mathematicæ esse fundamentum jam probavimus.

Vanam in Evidentiæ fundamentis detegendis nos impendere operam clamitant alii, cum nihil cognosci possit. Ut enim quid cognoscamus, hujus cum alio differentiam perspectam habere debemus, ipsam autem non detegimus differentiam, nisi etiam res nobis notæ fuerint: res ergo ipsæ, & harum differentie in perpetuum nos latebunt.

Exemplo argumentum illustrandum puto.

Triangulum non cognoscam nisi in quo cum Quadrato differat

rat mihi pateat, quod mihi ignotum erit quamdiu Trianguli & Quadrati cognitionem non habeo.

Quis verò non videt res hic separari, quæ minimè separari queunt, & quis dubitat mihi Triangulum, & illud quo cum omni aliâ re differt, unico actu manifesta fieri.

Sed Scepticos nunc relinquamus.

Expositis Evidentiæ Mathematicæ fundamentis, haud difficulter probabimus quare Matheſis ſibi non ſatis eſtimandum vindicet Privilegium non errare: cujus ut pateat juſtus titulus, quædam de Matheſeos objecto, Mathematicorumque methodo breviter memoranda erunt.

Primò: Verſatur Matheſis circa ideas, & circa ideas tantum; minimèque curat Mathematicus, quia Mathematicus, utrùm idea de quibus ratiocinatur cum ullâ re quæ eſt congruant an non. Ubi probat, e. gr. in Triangulo rectilineo rectangulo Quadratum Hypotenuse valere Quadrata reliquorum laterum ſimul ſumta, de ipſo Triangulo ſollicitus non eſt; neque curat an Quadrata laterum ſint formata, ad ipſas tantum Quadratorum ideas attendit, & de eo pronunciat quod locum haberet ſi darentur. Semper ex hypotheſi hac, ſi detur, ratiocinatur Mathematicus.

Tali hic cavet hypotheſi ne in errorem cadat, contrariam ſibi fingit Phyſicus dari revera quod ſibi fingit, & raro admodum erroris ſcopulos effugit.

In illis etiam Matheſeos partibus in quibus de rebus ipſis agitur, eadem hypotheſis ſi res dentur demonstrationum fundamentum eſt. Mixtam in hoc caſu dicimus Matheſin, ut hanc à purâ, id eſt ideali, diſtinguamus.

Dum Sidera luſtrat, dum horum curſus metitur, non Mathematici partes ſuſtinet Aſtronomus. Mathematicus ex præviis obſervationibus concluſiones deducit, ſolasque obſervationum ideas examini ſubjicit, & nihil de motibus cæleſtibus

nifi

nisi hypotheticè affirmat, si observata erroris fuerint expertia.

Sæpe etiam Astronomi ex observationibus hypothesein de motu fingunt, in quo casu conclusiones Mathematicæ, licet in se verissimæ, ad res ipsas applicari non poterunt, nisi & in hypothesei de motu, & observatis quibus nititur, nullus error detur, aut nisi forte fortunâ errorum detur compensatio.

Sed hæc non spectant Mathematicum qua Mathematicum: hic ad solas ideas attendit, & Evidentia quam Mathematicam diximus, quam suâ naturâ assensum nostrum secum trahere demonstravimus, in Disciplinis Mathematicis, à quibus nomen mutuata est, locum habet.

2°. Objectum Matheos est quantitas, hanc in genere, ante omnia, considerant hujus scientiæ cultores, & in peculiaribus Matheos partibus quantitates speciales examini subjiciunt. Extensionem mensurat Geometra. Vires confert Mechanicus. Motus in variis Matheos partibus perpenditur.

Quantitatum ejusdem generis tantum fieri potest collatio; & harum ideæ si simplices fuerint, quàm distinctissimæ sunt, & sine erroris periculo conferuntur. Si magis compositæ, hæc omnibus aliis facilius in peculiares resolvuntur, ut per partes fiat comparatio.

Tandem. In conferendis ideis compositis tali utuntur Methodo, qua error facile vitari potest. A simplicioribus ad magis compositas procedunt, quas, ut jam monuimus, per partes conferunt: Quod si fieri nequeat, ideas intermedias in subsidium vocant, ut nulla fiat collatio, nisi idearum quarum unicâ perceptione patet convenientia aut diversitas.

Non in solis scientiis Mathematicis ideæ solæ considerantur, in aliis etiam Evidentia Mathematica locum sibi vindicare potest. In illis quoque in quibus agitur de rebus ipsis, ratiocinia
tantum

tantum ideas spectant, & Evidentia Mathematica hypotheticè locum habebit, si cum rebus ideæ congruant, ut de Matheſi mixtâ monuimus.

Methodus autem, qua utuntur Mathematici, omnibus ſcientiis poteſt applicari, nihilque ſibi peculiare ſervat Matheſis præter objectum, Quantitatem nempe; ita ut facilius quidem in Mathematicis errorem vitemus, in aliis tamen ſcientiis eâdem arte illum effugere poſſimus, ſi nempe eâdem methodo cum Mathematicis ideas conſeramus, quod tamen quàm difficile ſit in multis occaſionibus ſtatim dicam

In Logicis agitur de ratiocinandi methodo, de regulis nempe quibus ideæ inter ſe conſerri debent, id eſt, ideæ collationum aliarum idearum ſunt Logices objectum, totaque hæc ſcientia ideas ſpectat, hæcque à Matheſi ſolo objecto differt. Quod naturam Evidentiæ qua Logica illuſtrari poteſt minimè mutat. Regulæ etiam, ut hoc ſolum memorem, quæ vulgò de Syllogiſmis traduntur nulli Mathematico Theoremati firmitate cedunt.

Ontologia, ſcientia quæ omnium quæ ſunt proprietates communes perpendit, in totum etiam circa ideas verſatur. Generalis hæc idea eſſe huius ſcientiæ eſt objectum, & quantumvis idea hæc ſimplex videatur, non ita arctis terminatur limitibus ſcientia hæc, lumenque cæteris diſciplinis maximum communicat, ſi quibus à Philoſophis involuta fuit liberetur ambagibus.

Nulla in hac ad examen vocatur res peculiaris; omnia verò quæ ſunt ad claſſes referuntur, ut generaliores inter hæc diſferentias determinemus.

Perpendimus etiam in Ontologicis generaliores illorum quæ ſunt aut eſſe poſſunt comparationes; & in his maxima huius ſcientiæ ſita eſt utilitas. Qui Ex. Gr., quæ de cauſa & eſſe-

* * * * *

Eu

Et demonstrantur, examinabit, usum in dirimendis questionibus difficillimis facile percipiet.

Pneumatologia versatur circa omnium Intelligentium proprietates. Cum omnis cognitio à cogitatione pendeat, ante omnes alias ipsius Ingenii idea in Mente nostrâ hæret, & Intelligentiæ proprietatum notiones omni extraneo deficiente auxilio acquirimus, cum autem de hisce solis agat hæc scientia, quæ in hac demonstrantur, Mathematicâ nituntur Evidentiâ, & certa sunt Mathematicè.

Si ad illam Pneumatologiæ partem nos convertamus in qua de Deo agitur, & hanc in totum circa ideas versari videbimus, & ex talibus notionibus deduci, circa quas dubium nullum in Mente hæere potest; quod ex ipsarum naturâ sequitur; ideoque Evidentiâ Mathematicâ etiam niti, quæ de Intelligentiâ supremâ & infinitâ disputantur.

Aliquid nunc est; ergo aliquid ab æterno fuit.

Cogito ego; id est datur quid intelligens; inde deduco hujus primum auctorem ab æterno esse & in infinitum intelligentiâ superare quam produxit Intelligentiam; quo etiam cogor ei tribuere potentiam qua Mens formari potest, id est in infinitum superantem omnem cujus ego mihi effingere possum ideam.

Hæc primo intuitu manifesta sunt; si attentius rem considerem, facile percipio, Intelligentiam dari quæ nullum habet initium, cujus esse nulli causæ extraneæ tribui potest; ipsam ergo à se esse & sua sponte, nihilque dari posse quo ipsius perfectiones fines habèant, unicamque talem dari.

Constat ergo Deum esse unicum; æternum; immensâ scientiâ præditum; hujusque nullis terminis circumscribi potentiam. Quibus demonstratis ex his alia quæ de Deo deteguntur profluunt. Bonitas Ex. Gr. in gradu supremo, ex infinitâ deducitur Sapientiâ. Non difficulter enim probamus omne quod

* * * * *

illi

illi opponitur ex defectu intelligentiæ sequi, & nisi in Intelligentiam limitatam cadere non posse.

Illud ipsum quo probamus Deum esse, & sapientem esse, ex examine rerum deductum, argumentum Mathematicâ concommitari Evidentiâ defendimus.

Fateor non Mathematicè certum est, Sidera moveri, Solem calore suo vitam plantis communicare, Animalium corpora mirabili artificio constructa dari, hæc ad moralem pertinent Evidentiam; sed dicam quod ad ideas spectat, & ad ideas solas. Datur extra me aliquid, quodcumque hoc fuerit quo in Mentem meam excitatur idea congeriei vastissimæ rerum, ordine sapientissimo dispositarum, & juxta leges ab omni Intelligentiâ mirandas agitatarum.

Non quero nunc unde oriantur ideæ, quas in examine Universi acquiro, nil de harum origine affirmo, me autem ipsarum esse auctorem ne per momentum suspicari possim. Unde sequitur extra me dari Intelligentiam quæ ipsas, quomodocunque, hoc non determino, in me excitavit: de cujus Intelligentiæ sapientiâ si ex hisce ipsis ideis judicium feram, illam omnem cujus ego mihi formare possum ideam in immensum superare in dubium vocare non potero.

Hæc omnia indicare tantum, non autem plenius examinare nostrum spectat propositum.

Ad scientias quæ Mathematicam Evidentiam pro fundamento habent, id est quarum constantia & firmitas à solo examine idearum pendet, referimus etiam prima Ethices fundamenta, id est omnia quæ in genere spectant fundamenta officiorum Intelligentiæ erga Intelligentiam, & præcipuè erga Intelligentiam supremam à qua originem accepit, & à qua omnem felicitatem sperare debet.

Satis video A. A. N. N. paradoxum admodum vobis vide-

debitur, me tot aliis Philosophiæ partibus tribuere Evidentiam & stabilitatem, quæ Mathesim extra erroris contentioneisque limites posuere; dum innumera Philosophorum in Metaphysicis dissensiones evidentissimè errorem, saltem ad aliquam partem, dari evincant.

Fateor A. A. N. N. sæpè errarunt Philosophi, objectioni etiam majorem vim concedam, & libenter agnoscam, nil tam absonum, nil tam à rectâ ratione alienum fingi posse, quod non cum Philosophorum quorundam somniis Metaphysicis equiparari possit; in paucissimis verò puram Mathesim spectantibus erratum fuit, erroresque quàm facillimè correxere alii: eadem tamen Evidentia, eadem ratiocinandi methodus, in Metaphysicis, & Mathematicis locum habent. Unde verò errores in Philosophica non itidem in Mathematica profluant, non difficulter detegere potero. Non loquar de iis qui, dum primas regulas ratiocinandi ignorant, primaque vix scientiæ fundamenta cognoscunt, nihilominus se judices de difficillimis, captumque superantibus, declarare audent; vulgare hoc in Metaphysicis, rarum autem in Mathematicis.

Non hic etiam agam de animi affectibus, in Metaphysicis multò magis quàm in Mathematicis Mentem afficientibus.

Satis erit si indicavero, sepositis affectibus, concesso sincero veritatis detegendæ desiderio, errorem à limitatâ Intelligentiâ separari minimè posse, & demonstravero non ut in Mathematicis æquè facile in aliis scientiis vitari posse.

Satis explicavi quomodo Mathematici errorem effugiant, quedam tamen addenda sunt.

Nullâ voce utuntur nisi quid hac designent exactissimè explicaverint, accuratissimè enumerando ideas peculiare quæ in ideâ compositâ continentur. Eadem voce idem semper exprimunt. Veritates demonstratas distinctissimis verbis complectuntur, ut illis quasi axiomatibus utantur.

Quam-

Quamdiu de quantitativibus agitur, quàm accuratissimè cautela hæc observari possunt, & non quidem impossibile est, easdem aliis indicatis Philosophiæ partibus applicare regulas, sed in omnibus requisitâ adhibita curâ ipsæ uti humanam fere superat intelligentiam.

Ubi ratiocinamur de actionibus proprietatibusque Mentis nostræ, harum quidem ideas habemus, sed circa naturam Mentis multa nos latent, & sæpè difficillimum est, talem tantum deducere conclusionem, quæ ab ignotis minimè labefactari possit.

Etiam in Ideâ, quam examinamus, multæ sæpè continentur ideæ simpliciores, quas non omnes semper consideramus, unde quidem conclusio minimè incerta est, eo respectu quo fuit deducta; sed si eam deinde eidem applicemus ideæ, alio respectu considerata, incerta semper, sapissimè falsa, erit conclusio. Quàm autem difficile est hoc vitare in scientiis in quibus eadem voce non modo exprimimus eandem ideam compositam variis respectibus considerata, sed plerumque ideas toto Cælo diversas!

In errores inde oriundos non inciderent homines, si dum propositione antea demonstratâ utuntur, hujus demonstrationem Menti præsentem haberent. Tunc non quod de ideâ quadam fuit determinatum alii applicarent. Sed cui mortali fuit concessum, propositionis, auxilio variarum intermediarum, à primo principio deductæ, cum hoc primo principio nexum unico intuitu percipere?

Ex ipsa ergo Mentis imbecillitate sequitur difficilius in Ontologicis & Pneumatologicis quàm in Mathematicis errorem vitari, attento tamen animo casus, in quibus nulla erroris suspicio datur, ab aliis separari posse, ex dictis satis manifestum est.

*** * 3

Non

Non me latet AA. NN. abstractiora hæc, nisi exemplis illustrentur, huic dicendi generi non convenire; sed condonate rogo, si hæc non ulterius explicem, condonate si plurimis, quos ex Philosophis in hisce mecum sentientes habeo, exemplis non displiceam.

Indicatis scientiis in quibus Evidentia Mathematica locum habet, circa alias omnes notamus, cum Mathesi mixtâ hæc æquiparari posse. In hisce agitur de ideis rerum quæ sunt extra nos. Utrum hæc ideæ cum rebus ipsis convenient nec ne, ad Evidentiam Mathematicam minimè spectat, ad quam perceptiones ratiociniæque tantum referri debent, & hæc nisi circa rerum ideas versari queunt.

Ad Mathematicam ergo non pertinent Evidentiam, Theologia, Ethica, Physica, ut & Historia. Ad Physicam, in genere omnes scientias, quæ ad rerum naturalium cognitionem spectant, referimus. Ad Historiam pertinet in genere omnis rerum gestarum expositio.

In hisce omnibus scientiarum fundamenta, ipsarumque firmitas, ab ideis nostris non pendet.

In Theologicis determinandum ante omnia, an suprema & infinita Intelligentia voluntatem suam Hominibus peculiaribus declaraverit Oraculis, & ubi dentur hæc; hoc ex simplici idearum collatione nunquam determinari poterit: ubi autem de Oraculis constat, conclusiones, ex iis deducendæ quæ Deus declaravit, ad ideas spectabunt; & ratiociniorum stabilitas Mathematica erit, hypotheticè nempe, ut semper ubi æ rerum ideis agitur, si Deus hæc nota fecit; utrum verò hæc nota fecerit, ad aliam illam pertinet Evidentiam quam diximus Moralem vocari.

Ethices fundamenta, quatenus spectant generaliter Intelligentium officia, ad ideas pertinere jam monuimus. Sed ubi de

de Homini^{bus} agitur, requiritur ut nobis constet de mutuis auxiliis quibus in Societate viventes Homines indigent; id est, necesse est, ut acquiramus ideam Societatis inter Homines, iis animi affectibus præditos, quos in Homini^{bus} revera observamus. Si etiam & huc referamus Societatem civilem, ut revera quando de officiis hominum loquimur referri debet; necesse est, ut in singulis Societatibus peculiaribus, de quibus agendum, notum sit, ubi detur Potestas à qua Leges emanare debent, & quas promulgaverit Leges.

Horum omnium cognitionem, id est, persuasionem de convenientiâ inter ideas, quas de hisce in Mente habeo, & res ipsas, non ex solâ idearum consideratione haurire possum.

Positâ autem hac convenientiâ Mathematicæ constabunt ratiocinia legitime instituta. Utrum verò ideae rebus ipsis respondeant, ad Moralem pertinebit Evidentiam.

In Physicis Moralem etiam tantum habeo Evidentiam de Motibus, quibus Universam rerum congeriem constituentia agitantur corpora, & Legibus quibus subjiciuntur.

Non ad Evidentiam refero Moralem à quibusdam agitatam questionem, an corpora dentur. Inter ipsos, qui hæc esse negant, de hoc convenit, pro singulis corporibus extra nos quid peculiare dari, quo idea talis corporis excitatur, & illud idem, in Mentibus variorum Hominum, ejusdem corporis excitare ideam; ita ut illud ipsum, quodcumque hoc fuerit, ab omnibus pro tali corpore habeatur, illudque in nos agat, eodem modo ac corpus ipsum agere posset, & nostri respectu minime interfit utrum extra nos detur corpus verum, an illud aliud quid, quod nostri respectu nunquam à vero corpore discrepat. Unde videmus si quid vanum, & inutile, unquam à Philosophis fuit agitatum, ut sapissime

finē fuit, eo meritò referri quæ ab iis, qui corpora esse negant, fuere disputata.

Ubi in *Physicis moralis Evidentiæ* auxilio benè cognita habemus *Phænomena*, id est, ubi constat nos horum *Phænomenon* habere ideas, quæ cum rebus ipsis conveniunt, ratiocinia circa has ideas *Mathematicè* certa erunt, conclusionesque ad res ipsas poterunt applicari.

In *Historicis*, ad quæ etiam referimus *Hominum facta* in communi vitæ usu, *Moralem* quoque tantum habemus *Evidentiam*. Non solâ idearum nostrarum collatione, quid à tali aut tali *Homine* actum sit detegimus. Ubi autem peractorum ideas habemus, hasce conferendo inter se, conclusiones elicimus *Mathematicâ Evidentiâ* mixas.

Videtis *AA. NN.* *Moralem Evidentiam*, *persuasionemque* inde oriundam, spectare ad convenientiam inter ideas in *Mente* nostrâ & res ipsas extra nos; dum *Mathematica Evidentia* versatur circa convenientiam quæ datur inter *comparationem* idearum & quam habemus hujus *comparationis* ideam. Hanc cum ipsam percipiamus, contradictionem involvit, ut jam demonstravi, in hisce errorem dari. In iis, quæ ad *Mathematicam* pertinent *Evidentiam*, erramus, quando comparatis duabus ideis, perceptam *comparationem* aliis ideis applicamus.

Ubi de rebus extra nos agitur, non ipsius rei perceptione hujus acquirimus ideam, non res ipsæ in *Mentem* nostram agunt, non concipimus quomodo agere queant. *Fundamenta* igitur *Evidentiæ Moralis* non ex simplici examine *Mentis*, & rerum in se consideratarum, deducere possumus. *Subsidia*, à rebus ipsis extraneæ, nobis fuerint concessa, quibus rerum extra nos ideas acquirimus.

Auxilia hæc sunt *Sensus*, *Testimonium*, & *Analogia*.

Hæc

Hæc tria habet Moralis Evidentiâ fundamenta, dum Mathematica unicum habet, ipsam nempe perceptionem idearum.

Mathematica ratiocinia nituntur Evidentiâ, quæ suâ naturâ assensum secum trahit.

Moralis autem Evidentiâ non suâ naturâ, sed ex Dei voluntate, persuasionis est fundamentum.

Non, si rem in se consideremus, contradictionem involvit, Sensus, Testimonium, Analogiam, adhibitis cautelis quibuscumque, nos in errorem inducere, sed contradictionem involvit, Deum voluisse hæc esse persuasionis fundamenta, & hæc, adhibitis legitimis cautelis, nos ad Veritatem non conducere.

Deum autem voluisse Sensus, Testimonium, & Analogiam, talia esse fundamenta, & illum non frustra hoc voluisse, non erit demonstratu difficile, argumentis Mathematicè perspicuis.

Talibus constat argumentis Deum esse, huncque esse bonum, & quidem in summo gradu.

Hinc deducimus illum voluisse, ut Homines iis utantur commodis quæ ipsis largitus est; iis autem rebus, quæ ad vitam in superficie Telluris ducendam, ubi Deus ipse Homines collocavit, necessariæ sunt, uti non posse demonstrabimus, nisi memorata admittamus criteria Veri, unde patebit hæc talia esse. Suprema Sapientia sibi ipsi fuisset contraria, si datis ipsis rebus, facultatem de hisce dijudicandi denegasset. Quod tamen non excludit legitimas adhibendas esse cautelas.

Homines singulis momentis indigere rebus, de quibus nisi Sensibus dijudicare non possunt, quis in dubium vocabit? Deus

*** ** *

tamen

tamen harum rerum usum Hominibus concessit ; voluit ergo ut iis fruantur ; id est , voluit illa , sine quibus rebus hisce frui non poterunt ; ideoque voluit ut de hisce iudicium ferant , & utantur Sensibus , quos hunc in finem à Divinâ Providentiâ Hominibus concessos videmus.

Nemo Hominum solus vivere potest , aliorum operâ indiget ; ut autem omnes mutui auxilii beneficio gaudeant , communicatio idearum desideratur ; quod & ipsum nunquam satis laudanda summi Numinis Hominibus largita est beneficentia , loquendi dum ipsis concessit facultatem.

Hujus auxilio , cum ipsi non omnia quæ nobis sunt necessaria Sensibus observare possimus , aliorum observatis utimur ; quo stabilitur Testimoniorum necessitas ; ex qua deducimus , Deum voluisse Testimoniis , servatis legitimis cautelis , fidem dandam esse.

Innumera singularia , quibus carere non possumus , & quæ à summo Numine nobis non fuere denegata , singulatim à nobis explorari non possunt , ut de usu certi simus , neque in hisce aliorum sufficit Testimonium , quod de singularibus omnibus dari non potest , quorum pleraque dum explorantur ad usum inutilia sunt.

Quàm præ nobis miserandi essent Homines , qui ex observationibus deductas conclusiones ad non observata applicare non possent , qui ex præteritis de futuris iudicium nunquam ferre possent !

Quis horum aratro terram secaret , quis semen sereret , quis fructus ullos colligeret , quis curam quamcumque de futuris haberet , si omnis omnino incertus esset eventus ? Quibus hæc concomitarentur incommodis quis non videt ?

Infelices Homines , qui singulis diebus in dubio hærent ,

rent, utrum veneno an utili cibo vescerentur! qui occidente Sole æternam metuerent noctem; & ipso lucente, hunc in perpetuum extinctum iri singulis momentis timerent!

Inutile plura memorare, & hisce nos summi Numinis liberavit benignitas; nobis concessit observationes nostras ad non observata applicare, quo ad vitam necessaria à noxiis separamus, & futura sæpe determinamus.

Semen terrâ absconditum, reviviscens, & fortè centies auctum, me, ni quid extra ordinem superveniat, iterum collecturum, non sine fundamento spero.

Dum Solem occidentem video, per paucas tantum latitudinum horas non frustra mihi persuadeo.

Non timeo Ædificium firmum sponte casurum.

Ex Analogiâ ergo in rebus Physicis mihi est ratiocinandum, & Omnipotentem rerum Conditorem illud voluisse quis dubitabit, qui dum Conditorem bonum novit, ad rerum constitutionem attendit?

Sed dum Deus hoc voluit, & illa quæ ut talibus rationibus vis communicetur necessariò requiruntur etiam voluit; id est, fixis & immutatis rerum congeriem adstrinxit Legibus. Positis enim his firmo stabilitur fundamento Analogia, iisdem sublatis omnia sunt incerta in rebus Physicis, & brevi Genus integrum peribit Humanum.

Videtur AA. NN. quantum differant pro diversis circumstantiis assensionis fundamenta. Sed licet differant fundamenta hæc, licet Evidentia Mathematica minimè cum Morali congruat, non tamen diversa inde sequitur persuasio. Non magis assensum meum denegare possum iis quæ, legitimis observatis cautelis, ex expositis Evidentiæ Moralis fundamentis deducuntur, quàm iis quæ Mathematicâ constant

*** ** 2

demon-

demonstratione. Non dubitabo Londinum esse Angliæ Urbem, neque tres Angulos Trianguli rectilinei simul sumtos æquales esse duobus rectis.

Mathematica est demonstratio quâ probamus, Deum non esse bonum, nisi firma sit Moralis Evidentia, & nisi valeat ad hoc, ut ei assensum nostrum concedamus.

Deum autem bonum esse, & etiam Mathematicâ hoc constare demonstrationis, ex ante indicatis sequitur. Neque hujus loci est responsa dare ad objectiones quæ ex rerum constitutione, nobis maximâ parte ignotâ, adversus Divinam beneficentiam, nobis plenissimè notam, à quibusdam in medium proferuntur.

Non etiam vos morabor AA. NN. in refellendis Scepticorum objectionibus, satis mihi est talia proposuisse argumenta, ex quibus responsa ad objectiones sponte sequuntur.

De Scepticorum tamen opinionibus quedam sunt memoranda, ut videatis quibus responsionibus Dogmaticorum argumenta evertere conantur.

Socrates primus Scepticismo occasionem præbuit. Hic, teste Cicerone, à rebus occultis, & ab ipsâ Naturâ involutis, in quibus ante eum Philosophi occupati fuerant, avocavit Philosophiam, & ad vitam communem adduxit, ut de Virtutibus & Vitiis, rebusque bonis & malis, quæreret, de cæteris rebus nihil affirmabat, ceteros refellebat, nihil se scire dicens, & se eo cæteris præstare, quod illi quæ nesciant se scire putent; ipse, se nihil scire, id unum sciat; totaque ejus oratio tum in Virtute laudandâ, & in omnibus Homnibus ad Virtutis studium cohortandis, consumebatur. Posuit ille, aut potius hujus discipulus Plato, fundamenta Academiæ, quæ prima dicta sunt.

Arce-

Arcefilas secundæ Academicæ auctor, nil omnino comprehendendi posse, & ne quidem hoc ipsum se nil scire sibi compertum esse, apertè affirmabat, Scepticismum in omnibus defendens.

Sed non Academici tantum omnia in dubium vocarunt, aliam sibi fecit Scholam Pyrrho, & non unica dubitandi ars inter Philosophos tradita fuit. Pyrrhonios & Academicos in ipso dubio universali inter se dissentire notavit Aulus Gellius. Hi ipsum illud nil posse comprehendendi quasi comprehendebant, & nihil posse discerni quasi discernebant. Illi ne quidem ullo pacto verum videri dicunt, quod nihil esse verum videtur.

Similem inter hos Philosophos differentiam, paululum aliter expositam, tradidit Sextus Empyricus, cujus integrum opus de Scepticismo superstes habemus. Arcefilas, secundæ nempe Academicæ auctor, dixit esse bonum, assensionem malam, idque secundum Naturam; Pyrrho autem ita censebat, non secundum Naturam, sed secundum quod apparet.

Quomodo tamen hæc cum hisce Tullii verbis congruant non benè percipio. Arcefilas negabat esse quidquam quod sciri posset, ne illud quidem ipsum.

Omnes de omnibus controversias agitabant, nihilque affirmari posse contendebant, cujus contrarium non æquè firmis argumentis probari posset. Nugasque omnium maxime absurdas solidissimis opponebant rationibus. Ægrè tamen admodum ferebant, si quis in vitæ usu adversus ipsos ipsorum argumentis uteretur.

Laxato humero ad Medicum Exophilum venit Sophista Diodorus, respondit ille humerum non excidisse, argumento
 *** ** 3 *uens,*

utens, quo Sophistæ, ut Diodorus, omnem motum impossibilem esse probare contendebant. Tunc præcatus est hic, ut relictis iis orationibus, ei remedium arti Medicæ congruum adhiberet.

Sed Lacydem audiamus, magis apertè argutias in scholas amandantem. Erat ille paulò sordidior, ipse sibi suam penum curabat, & cellæ aditu obsegnato, annulum, per seræ foramen dimissum, intra cellam involvebat, ut, cellâ reserată, annulum tollere, & pro lubitu locum tum obserare, tum obsegnare, posset, annulumque per eandem seram iterum immittere. At famuli detecto artificio, absente Hero, reserată cellâ, pro lubitu cibum & potum hauriebant, dein cellam claudebant, obsegnabant, annulumque per seræ foramen immittebant.

At Lacydes cum vasa quæ plena reliquerat vacua reperiret, eo credidit confirmari quæ ab Arcefilâ doceri audiverat, nil posse comprehendi. Manibus ipse meis, dicebat, cellam idem clausi, idem obsegniavi, idem annulum intromisi, reversus, cellâque reserată, annulum modò, non item cætera, reperiẽbam; non jure obsecro fidem omnibus rebus detrahã. Detecto tandem furto, annulum secum ferebat: tunc famuli, apertâ cellâ, & contentis ereptis, alio annulo, sæpe nullo, illam obsegnabant; & strenuè, ipsis Heri argumentis, disputabant, aut cellam, ipso quo hanc obsegnaverat annulo, esse obsegnatam, aut non fuisse obsegnatam. Tandem Philosophus sine fuce animum aperiens, famuli, inquit, aliter hæc in Scholâ disputamus, aliter vivimus.

Omnes Sceptici eo pervenere, ut dubitandi artem non ad vitæ usum applicandam esse dixerint.

Repudiavit Carneades Mentoris discipuli & amici consuetudinem,

tudinem, quia cum pellice illum reperit; non sensus fallaces esse eo in casu suspicatus est.

„ Sufficit ut arbitror „ inquit Sextus Empyricus „ cum „ experientiâ usu partâ, & citra opiniones, secundum communes observationes, & præoccupatas in animis Hominum „ opiniones, vitam degere, de iis quæ ex dogmaticâ curiositate dicuntur, & quidem nullam vitæ communi utilitatem adferunt, assensum retinentes.

Quàm autem hæc inter se sunt pugnantia! Si Sensus sunt fallaces, si nil potest comprehendi, si Ratio nos in errorem inducat; quare hisce utendum in vitæ usu? Quando de experientiâ, de communibus observationibus, de Hominum opinionibus, certi erimus? Unde nobis constabit nos commodum ex his posse assequi? Quibus autem argutiis fundamenta scientiæ tueantur, unico exemplo indicasse satis erit.

Nihil datur dicunt quod sit certum, & propositio hæc se ipsam involvit. Respondent Dogmatici, aut propositio hæc est vera, aut falsa; si sit vera, hoc saltem certum erit, nil certi dari; si sit falsa, non sunt omnia incerta. Ne Scepticos hoc Dilemmate victos credatis. Propositionem neque veram neque falsam esse excipiunt. Sed hos relinquamus medium inter Verum & Falsum quærentes.

Ad Evidentiam Moralem redeamus. Hujus fundamenta esse demonstravi Sensus, Testimonia, Analogiam, sed monui legitimas servandas esse cautelas. Sensus nos nunquam in errorem inducere, omni Testimonio fidem dandam esse, & observata quæcumque Analogico ratiocinio locum præbere, minimè defendo.

In cautelas quibus error vitari potest inquirendum, & in
hisce

hisce detegendis ipsa memorata Evidentiæ Moralis fundamenta admittenda erunt, nos autem in detegendis cautelis non errasse constabit, si videamus in hisce detegendis, nihil contra ipsas admissum fuisse.

Regulæ quæ Sensus spectant, ex iis quæ Physica nos de his docet hauriendæ sunt.

Regulæ de Hominum Testimoniis observata circa Homines pro fundamento habent.

Ubi de Analogiâ agitur, ex hac quam jam demonstravimus propositionem, immutatis rerum congeriem Legibus regi, ratiocinari debemus.

Longum foret, licet à nostro proposito non alienum, plenius hæc explicare, & vestrâ abuterer patientiâ si ipsas indicarem regulas.

Hoc tantum monebo, harum usum præcipuum esse, ut vitemus errorem; non enim semper harum auxilio ipsam assequimur veritatem.

Sed licet hanc queramus, licet hicce studiorum nostrorum sit scopus, si eo non perveniamus errorem effugisse aliquid est. Præstat, ubi in desideratum confugere Portum non conceditur, Pontum navigare, quàm ad inimicas accedere terras. Præstat in dubium hæere quàm erroris periculum adire.

Nulla Mentis affectio, si Pyrrhonismum excipiamus, in inquirendâ veritate magis noxia est illâ, quæ omnem quæstionem dirimendam esse vult, & parti utrique assensum denegare nequit. Nulla tamen Mentis affectio magis vulgaris est.

Quisque quantumvis parum quæstionem examinaverit, inter sententias diversas quandam sibi eligit, & minimè dein sollicitus

sollicitus est de argumentis quibus everti potest: tanquam pro aris & focis pro hac pugnandum esse sibi persuadet. Quibus ipsam defendat, quibus aliis respondeat, quærit argumenta, de ipsa Veritate parum sollicitus.

Hinc innumeri errores, hinc quare vix nunquam corrigantur: ad extrema semper vergit Mens humana, aut de omnibus dubitat, aut invalidis argumentis assensum dat, nunquam fere certa à dubiis separat.

Quantum majores in investigandâ Veritate progressus facerent Terricolæ, si, quàm facillimè se errare, & non omnia, quibus assensum dant, ritè examini fuisse subjecta, persuasum haberent, operamque in corrigendis erroribus sedulam darent!

Sed non nostro solo sermone terminatur Solemnitas hæc. Regulas de vitando errore, ubi de Evidentiâ agitur Morali, silentio prætermisi; & illa quæ spectant errorum fontes supprimam, generalia Evidentiæ fundamenta indicasse contentus.

Maximam cum iis quæ explicavi affinitatem habet Probabilitas. Latè admodum patet hæc, à multis cum Evidentiâ Morali confunditur, non illam, si tempus daretur, intactam relinquerem. Nunc autem malo unicum, quod Vobis magis gratum futurum mihi probabile videtur, hoc addere verbum,

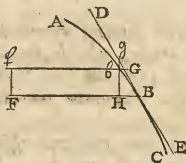
D I X I.

M O.

MONITUM

De Demonstrationibus quæ quantitates infinitè exiguas pro fundamento habent.

IN multis demonstrationibus, in scholiis datis, quantitates consideramus infinitè exiguas, & ita hæc proponimus, ut & à lectoribus intelligi possint, quibus illa, quæ de talibus quantitativibus à Geometris fuere explicata, ignota sunt. Ne autem iplis scrupulus ullus circa demonstrationes in mente hæreat, & ne sibi de talibus demonstrationibus non exactam formam ideam, monitum præmittere non inutile credidi.



Sit curva quæcunque ABC; quam in B tangit linea DE; sint rectæ duæ quæcunque FB, fG, parallelæ, junctæ lineâ Ff; quarum fG curvâ secât in b; sit etiam Hb parallela Ff, secans tangentem DE in g. Si nunc concipiamus, Ff minui, id est lineam, fG motu parallelo ferri, dum etiam, per intersectionem hujus lineæ cum curvâ, motu parallelo fertur gbH, clarum est rationes inter gB, gH, HB, non mutari, donec, coincidentibus fG, FB, lineolæ omnes simul evanescant.

In eodem lineæ fG motu, rationes inter bB, bH, HB, continuò mutantur, donec ubi evanescere nullæ rationes dentur; in ipso autem momento evanescentiæ dantur rationes ab omni-

omnibus, quæ in præcedentibus momentis locum habuere, diversæ.

Sic corpus quod cadit, & liberè cadendo continuò celerius movetur, ubi ad punctum quodcunque pervenit, velocitatem habet majorem omnibus velocitatibus quas antequam ibi perveniret habuit, minorem autem omnibus illis, quas habebit postquam punctum prætergressum erit, peculiarisque est velocitas qua ad punctum appellit, ab omnibus aliis, quibus ad puncta alia quæcunque pervenit, diversa. Eodem modo non agitur hic de rationibus, quas habent quantitates ante evanescentiam, aut postquam evanuerunt, sed quas habent dum evanescent.

In ipso autem hoc momento evanescentiæ, quia curva in puncto contactus cum tangente coincidit, confunduntur puncta G , g , b , & rationes inter bB , bH , HB , non differunt à rationibus gB , gH , HB .

Ubi in demonstrationibus Bb infinitè exiguam ponimus, hanc pro rectâ habemus, & memoratam æqualitatem rationum, etiam ponimus: Hæc tamen Mathematicè vera non sunt, nisi in momento evanescentiæ; ubi ergo loquimur de quantitatibus infinitè exiguis, intellige evanescentes, & demonstrationes nulli Mathematicæ demonstrationi firmitate cedent.

Clarum etiam est in momento evanescentiæ fb & FB confundi reveraque æquales esse, ergo in demonstratione quacunque in qua portionem curvæ bB infinitè exiguam ponimus, quia hanc evanescentem intelligimus, tutò lineas ut fb , & FB pro æqualibus habemus.

Demonstrationes hæc distingui debent à demonstrationibus in quibus error, licet insensibilis, datur, qualis est demonstratio N. 2384. ex qua deducimus sonum, sive majorem sive minorem, eadem semper velocitate per eundem aërem moveri; quod Mathematicè verum non est, sed differentia velocitatum, quando datur, ita exigua est, ut nullâ arte percipi possit, quare differentiam in Physicis negligimus; eodem modo ac in praxi geometriæ, ubi montis altitudinem consideramus, hanc non pro mutatâ habebimus, quamvis arenula adjecta sit. In talibus autem demonstrationibus non agitur de quantitatibus infinitè exiguis, sed de quantitatibus finitis; numero enim finito non

modò exprimi potest ratio inter arenulæ diametrum & montis altitudinem, sed & inter illam diametrum & telluris diametrum, aut si velis distantiam stellæ fixæ cujuscunque à Tellure.

In hisce demonstrationibus in quibus pro æqualibus habemus quantitates, quæ tali insensibili quantitate differunt, error in demonstratione sensibilis non erit, & ideò, ubi de rebus ipsis agitur, de quibus sensibus dijudicamus, demonstrationes hæc à Mathematicis jure admittuntur; ex Mathesi purâ removentur, quæ tamen admittit, ut demonstravimus, demonstrationes quæ infinitè exiguas, aut evanescentes, quantitates pro fundamento habent.



INDEX CAPITUM.

L I B E R I.

P A R S I.

De Corpore in genere.

CAP.	I. De Scopo Physices & Regulis philosophandi.	Pag. 1.
	II. De Corpore in genere.	3.
	III. De Extensione, Soliditate, & Vacuo.	5.
	IV. De Divisibilitate Corporis in infinitum, & Partium subtilitate.	7.
SCHOL.	1. Infinitum Finito contineri, &c.	10.
	2. De Infinitorum inequalitate.	12.
	3. De Infinitorum Classibus.	13.
	4. De Partium subtilitate.	15.

CAP.	V. De Cohæsione Partium, ubi de Duritie, Mollitie, Fluiditate & Elasticitate.	16.
------	---	-----

SCHOL.	1. De Effectu, Attraçionis Viri in Aquam, generaliter considerato.	25.
	2. De Tubis Capillaribus.	26.
	3. De Adscensu Aquæ inter Plana vitrea.	ibid.
	4. De Motu Gutte inter Plana vitrea.	27.

CAP.	VI. De Motu in genere, ubi de Loco & Tempore.	28.
------	---	-----

L I B R I I. P A R S II.

De Actionibus Potentiarum.

CAP.	VII. De Actionibus Potentiarum comparandis.	30.
	VIII. Generalia circa Gravitatem.	34.
	IX. De quibusdam Machinis, quæ in pluribus Experimentis usu veniunt.	36.
	X. De Librà & Centro Gravitatis.	41.
SCHOL.	1. De Centro Gravitatis, & hujus investigatione.	48.
	2. Arithmetica Mechanica.	50.
	*** ** * 3	
		CAP.

CAP.	XI. De <i>Veſte</i> , <i>Machinarum ſimplicium primâ</i> .	Pag. 51.
	XII. De <i>Axe in Peritrochio</i> , <i>Machinarum ſimplicium ſe-</i> <i>cundâ</i> .	58.
	XIII. De <i>Trochleâ</i> , <i>Machinarum ſimplicium tertiâ</i> .	60.
	XIV. De <i>Cuneo & Cochleâ</i> , <i>Machinarum ſimplicium quar-</i> <i>tâ, & quintâ</i> .	63.
SCHOL.	1. De <i>Ligno ſindendo</i> .	69.
	2. <i>Machinæ cujuſdam examen</i> .	70.
CAP.	XV. De <i>Machinis compoſitis</i> .	ibid.
	XVI. De <i>Potentiis obliquis</i> .	76.

LIBRI I. PARS III.

De Motibus, Potentiarum Actionibus, mutatis.

CAP.	XVII. De <i>Naturæ Legibus Newtonianis</i> .	93.
	XVIII. De <i>Acceleratione & Retardatione Graviorum</i> .	98.
	XIX. De <i>Deſcenſu Graviorum ſuper Plano inclinato</i> .	101.
	XX. De <i>Oſcillatione Pendulorum</i> .	106.
SCHOL.	1. In quo quedam in hoc Capite memoratæ Cycloidis proprietates <i>demonſtrantur</i> .	120.
	2. De <i>Cycloidis deſcriptione</i> .	122.
	3. De <i>Motu in Cycloide</i> .	123.
	4. De <i>Centro Oſcillationis determinando</i> .	124.
	5. De <i>Lineâ celerrimi deſcenſus</i> .	128.
CAP.	XXI. De <i>Uſu Machinarum</i> .	130.
SCHOL.	1. In quo illuſtrantur quæ de <i>Veſte</i> in initio hujus Capituli fuere <i>dicta</i> .	137.
	2. De <i>Machinarum Indiciis</i> .	139.
	3. De <i>Actione totali minimâ determinandâ</i> .	142.
CAP.	XXII. De <i>Projectione Graviorum</i> .	143.
	XXIII. De <i>Viribus Centralibus</i> .	151.
SCHOL.	1. <i>Generalia de Viribus Centralibus</i> .	181.
	2. De <i>Motu in Circulo</i> .	183.
	3. De <i>Motu in Ellipſi</i> .	184.
	4. De <i>Motu in Orbitâ agitâ</i> .	187.
	5. De <i>Motu in Ellipſi agitâ</i> .	190.
	6. De <i>Computatione Motuum Apſidum in Curvis parum cum Cir-</i> <i>culo differentibus</i> .	192.

L I B E R II.

P A R S I.

De Viribus insitis.

CAP. I. De Naturâ, Genesi, & Destructione, Virium in genere, harumque differentiis cum Pressionibus. Pag. 195.

II. De Mensurâ Virium ex harum Genesi. 201.

SCHOL. 1. De viribus Penâulorum. 224.

2. Computationes de motibus Penduli compositi in 1. 3. & 4. Experim. hujus Capituli, additi. 225.

CAP. III. De Actionibus Virium, harumque Destructione. 229.

SCHOL. 1. Comparatio Segmentorum Sphæræ. 246.

2. De Temporibus, quibus Cavitates efficiuntur, generaliter. 248.

3. De his ipsis Temporibus, in quibusdam casibus peculiaribus. 249.

4. De conferendis Temporibus, quibus Cavitates efficiuntur, datis Figuris quibusdam peculiaribus. 252.

L I B R I II. P A R S II.

De Corporum Collisione simplici, directâ & obliquâ.

CAP. IV. De Corporum Collisione simplici, directâ. 255.

SCHOL. 1. Demonstrationes de Corporibus post idum quiescentibus. 278.

2. Demonstrationes Algebraicæ Regularum, quibus Velocitates Corporum post impactum determinantur. ibid.

3. Mutationum, quæ in Viribus Corporum, durante Collisione contingunt, Demonstratio Geometrica. 279.

4. De Temporibus, quibus Percussiones absolvuntur, & de Mutationibus Virium, & Velocitatum, quæ certis Temporibus contingunt, comparandis inter se. 281.

CAP. V. De Collisione Corporum, quæ ex variis Corporibus junctis efficiuntur: ubi de Centro Percussionis. 283.

SCHOL. 1. Demonstrationes illorum, quæ spectant talium Corporum Collisiones. 288.

2. Examen Experimenti circa Corpora in Laucem, aut Brachium, Libræ impacta. 291.

3. De Centro Oscillationis & Percussionis. 295.

CAP.

CAP.	VI. De Congressu Corporum Elasticorum.	Pag. 297.
SCHOL.	1. In quo ad Corpora Elastica, demonstrata in Scholio 3. Cap. iv. hujus Libri, extenduntur.	314.
	2. Ueberior Demonstratio de Virium aequalitate ante & post Collisionem in Corporibus Elasticis.	ibid.
	3. Illustratio circa mutuam Corporum Elasticorum Actionem.	315.
	4. Paradoxi Explicatio.	318.
CAP.	VII. De Motu composito.	319.
	VIII. De Percussione obliquâ.	324.

LIBRI II. PARS III.

De Collisione compositâ.

CAP.	IX. De Collisione duplici.	331.
SCHOL.	1. Demonstrationes Collisionum trium Corporum in eadem lineâ motorum.	346.
	2. Investigatio Velocitatum in hoc ipso casu, quando tria Corpora sunt elastica.	348.
	3. De Corporibus simul juxta eandem directionem in aliud incurrentibus, sed quorum percussiones inaequaliter durant.	350.
	4. Demonstratio de duplici impactione, juxta directiones diversas.	ibid.
	5. De Percussionibus, quæ in hoc ipso casu aequaliter durant.	351.
CAP.	X. De Motu Centri gravitatis.	351.
SCHOL.	1. De Viribus Corporum separatim motorum; sed quæ omnia simul considerantur.	358.
	2. De Motu Centri Gravitatis in quibusdam casibus peculiaribus.	360.
	3. Investigatio Motuum Corporum concurrentium, & sine impactione in se mutuo agentium.	361.
CAP.	XI. De trium Corporum Collisione triplici.	362.
SCHOL.	Demonstratio constructionis, qua in hoc casu Velocitates Corporum post ictum determinantur.	365.

LIBRI II. PARS IV.

De Legibus Elasticitatis.

CAP.	XII. De Fibris elasticis.	367.
	XIII. De Laminarum Elasticitate.	381.
SCHOL.	De determinando defectu Elasticitatis, & tempore quo Elastrium relaxatur.	391.
	CAP.	

CAP. XIV.	<i>De Solidis Elasticis.</i>	Pag. 393.
SCHOL.	<i>De Temporibus in quibus Inflectiones Corporum elasticorum ab-</i> <i>solvuntur.</i>	399.

L I B E R III.

P A R S I.

De Gravitate & Pressione Fluidorum.

CAP.	I. <i>De Gravitate partium Fluidorum, & illius Effectu in</i> <i>ipsis Fluidis.</i>	401.
	II. <i>De Actione Fluidorum in fundos, latera & opercula va-</i> <i>sorum quibus continentur.</i>	406.
	III. <i>De Solidis Fluidis immersis.</i>	417.
	IV. <i>De explorandis Corporum ponderibus.</i>	432.
	V. <i>De comparandis Fluidorum densitatibus.</i>	437.
	VI. <i>De Hydrostaticâ Solidorum comparatione.</i>	443.

L I B R I III. P A R S II.

De Motu Fluidorum.

CAP.	VII. <i>De Celeritate Fluidi, ex Pressione Fluidi superincum-</i> <i>bentis.</i>	448.
	VIII. <i>De Fluidis profluentibus.</i>	454.
	IX. <i>De Quantitate Fluidi, ex vasis profluentis, determi-</i> <i>nandâ, & Irregularitatibus in hoc Motu.</i>	465.
SCHOL.	<i>De determinando Tempore in quo determinata Aquæ quantitas ex</i> <i>vase profluit.</i>	478.
	X. <i>De Cursu Fluminum.</i>	479.
	XI. <i>De Motu Undarum.</i>	492.

L I B R I III. P A R S III.

De Fluidorum motorum Actionibus & Resistentiis.

CAP.	XII. <i>De Fluidorum motorum Impetu.</i>	499.
SCHOL.	<i>Demonstratio de Actione maximâ ex Impetu in obstaculum trans-</i> <i>latum.</i>	504.
	*** **	CAP.

CAP. XIII.	<i>De Fluidorum motorum Actione laterali.</i>	Pag. 504.
	XIV. <i>De Machinis Hydraulicis.</i>	511.
SCHOL.	1. <i>Demonstratio de aquâ effluente.</i>	523.
	2. <i>Demonstratio illorum, quæ de Actionibus maximis indicantur in N^o. 1859. & 1863.</i>	524.
	3. <i>Demonstratio Actionis maxime, in N^o. 1865. 1866. memoratæ.</i>	525.

LIBRI III. PARS IV.

De Corporibus motis in Fluidis.

CAP. XV.	<i>De Resistentiâ quam patiuntur Corpora per Fluidis mota.</i>	527.
SCHOL.	<i>Demonstrationes de Resistentiâ Coni & Globi.</i>	547.
CAP. XVI.	<i>De Retardatione Corporum in Fluidis motorum.</i>	549.
SCHOL.	1. <i>De Logarithmicâ.</i>	558.
	2. <i>De Retardatione in genere.</i>	560.
	3. <i>De Retardatione ex primâ causâ.</i>	ibid.
	4. <i>De Retardatione ex secundâ causâ.</i>	561.
	5. <i>De ambabus Retardationibus conjunctim.</i>	563.
	6. <i>De Corporibus in altum projectis.</i>	566.
	7. <i>De Corporibus in Fluidis cadentibus.</i>	567.
	8. <i>Illustratio quorundam quæ ad Retardationem spectant.</i>	569.

LIBER IV.

PARS I.

De Aëre & aliis Fluidis elasticis.

CAP.	I. <i>Aërem Fluidorum proprietates habere.</i>	573.
	II. <i>De Aëris Elasticitate.</i>	577.
	III. <i>De quibusdam aliis Fluidis elasticis.</i>	585.
	IV. <i>De Antiâ pneumaticâ.</i>	589.
	V. <i>Experimenta varia circa Aëris Gravitatem & bujus Elasticitatem.</i>	598.
	VI. <i>Variarum Machinarum, quarum actio ab Aëre pendet, Descriptio, & harum Effectuum Explicatio.</i>	624.
	VII. <i>De Aëris Motu undulatorio, ubi de Sono.</i>	630.
SCHOL.	1. <i>De Soni Propagatione, & bujus Velocitate.</i>	651.
	2. <i>De Soni Intensitate.</i>	654.

LIBRI IV. PARS II.

De Igne.

CAP. VIII.	<i>De Ignis proprietatibus in genere.</i>	Pag. 655.
IX.	<i>Generalia de Calore & Lumine.</i>	657.
X.	<i>De Dilatatione ex Calore.</i>	660.
XI.	<i>De Igne Corporibus contento, ubi de Electricitate.</i>	667.
XII.	<i>De Motu Ignis debiliori. Ubi de Caloris communicatione.</i>	681.
XIII.	<i>De violentiori Ignis motu. Ubi de Corporum Dissolutione actione Ignis.</i>	686.
XIV.	<i>De Extinctione Ignis, & de Frigore.</i>	696.

LIBER V.

PARS I.

De Motu Luminis & hujus Inflexione.

CAP. I.	<i>De Velocitate Luminis.</i>	701.
II.	<i>De Radiis solaribus dirigendis.</i>	714.
SCHOL.	<i>Demonstratio Effectus Helioſtate.</i>	723.
CAP. III.	<i>De Inflexione Radiorum Luminis.</i>	725.

LIBRI V. PARS II.

De Luminis Refractione.

CAP. IV.	<i>De Machinis, quibus Experimenta de Luminis Refractione demonstrantur.</i>	733.
V.	<i>De Luminis Refractione, & hujus Legibus.</i>	740.
SCHOL.	<i>Demonstrationes Legum Refractionis.</i>	748.
CAP. VI.	<i>De diverſa diverſorum Corporum actione in Lumen.</i>	751.
SCHOL.	<i>De Viribus determinandis, quibus Corpora in Lumen agunt.</i>	757.
	*** ** 2	CAP.

LXXII INDEX CAPITUM.

CAP. VII.	<i>De Luminis Refractione, quando Media superficie planâ separantur.</i>	Pag. 759.
SCHOL.	<i>Demonstrationes de Refractione Radiorum obliquorum.</i>	767.
CAP. VIII.	<i>De Refractione Luminis, positis mediis superficie sphaerica separatis.</i>	769.
SCHOL.	1. <i>Demonstratio Regulae, de determinandâ Refractione Radiorum directorum, tradita in No. 2930.</i>	783.
	2. <i>Demonstratio de Refractione Radiorum parallelorum obliquorum, in No. 2980. explicatâ.</i>	ibid.
	3. <i>De Refractione Radiorum obliquorum divergentium aut convergentium, de quibus in No. 2982.</i>	784.
CAP. IX.	<i>De Motu Luminis trans medium magis refringens. Ubi de Lentium affectionibus.</i>	786.
SCHOL.	<i>Demonstrationes Regularum de Refractionibus per vitra, in No. 3030. & 3035. traditarum.</i>	795.
CAP. X.	<i>De Visu. Ubi de Oculi Constructione.</i>	796.
	XI. <i>De Visione trans vitra, & corrigendis quibusdam Oculorum vitiis.</i>	810.
SCHOL.	<i>De mutatâ magnitudine apparente.</i>	817.
CAP. XII.	<i>De Microscopiis & Telescopiis.</i>	819.
SCHOL.	<i>Demonstratio Regulae, in No. 3229. tradita de determinandis Aperturis, & Lentibus Ocularibus, Telescopiorum.</i>	832.

LIBRI V. PARS III.

De Luminis Reflexione.

CAP.	XIII. <i>De Luminis Reflexione & hujus Lege.</i>	833.
	XIV. <i>De Speculis planis.</i>	840.
	XV. <i>De Speculis sphaericis convexis.</i>	842.
SCHOL.	<i>Demonstratio Regulae, in No. 3277. datae, qua apparentia Puncti determinatur.</i>	845.
CAP.	XVI. <i>De Speculis sphaericis cavis.</i>	846.
SCHOL.	1. <i>De determinandâ Speculi caustici Diametro.</i>	856.
	2. <i>De lineis causticis per Reflexionem.</i>	857.

CAP.

CAP.	XVII. <i>De Telescopiis Catoptricis.</i>	Pag. 858.
SCHOL.	1. <i>De Radiorum dispersione à Reflexione speculi cavi.</i>	868.
	2. <i>De comparandis Telescopiis Newtonianis inter se.</i>	869.
	3. <i>De determinandis amplificationibus in Telescopiis Gregorianis.</i>	870.
	4. <i>De comparandis Telescopiis Gregorianis inter se, & cum Newtonianis, ut & de comparandis Catoptricis & Dioptricis Telescopiis.</i>	871.

CAP.	XVIII. <i>De Lucernâ Magicâ.</i>	873.
------	----------------------------------	------

LIBRI V. PARS IV.

De Opaco & Coloribus.

CAP.	XIX. <i>De Corporum Opacitate.</i>	879.
	XX. <i>De diversâ Radiorum solarium Refrangibilitate, & illorum Coloribus.</i>	883.
	XXI. <i>Radios non Refractione mutari.</i>	895.
	XXII. <i>Radios nullâ mutari Reflexione.</i>	901.
	XXIII. <i>De Colorum permixtione, ubi de Albore.</i>	906.
	XXIV. <i>De Iride.</i>	911.
SCHOL.	1. <i>Computationes de primâ Iride.</i>	918.
	2. <i>Computationes de secundâ Iride.</i>	919.
CAP.	XXV. <i>De tenuium Laminarum Coloribus.</i>	920.
	XXVI. <i>De Corporum naturalium Coloribus.</i>	929.

LIBER VI.

PARS I.

De Mundi Systemate.

CAP.	I. <i>Idea generalis Systematis planetarij.</i>	935.
	II. <i>De Motu apparenti.</i>	945.
	III. <i>De Phenomenis Solis ex Motu Telluris in Orbitâ.</i>	949.
	IV. <i>De Phenomenis Planetarum Inferiorum, ex horum, & Telluris, Motibus in Orbitis suis.</i>	951.
	*** ** 3	CAP.

CAP.	V. De Phenomenis Planetarum superiorum, ex horum, & Telluris, Motibus in Orbitis suis.	Pag. 955.
	VI. De Phenomenis Satellitum, ex Motu horum in Orbitis. Ubi de Eclipsibus Solis & Luna.	957.
	VII. De Phenomenis ex Motu Solis, Planetarum & Luna circa Axes.	963.
	VIII. De Phenomenis, Telluris superficiem, & peculiare hujus partes, spectantibus.	968.
	IX. De Phenomenis ex Motu Axeos Telluris.	982.
	X. De Stellis fixis.	984.

LIBRI VI. PARS II.

Motuum cœlestium Causæ Physicæ.

CAP.	XI. De universali Gravitate.	987.
SCHOL.	De Gravitate in sphaeram, sive solidam, sive cavam.	997.
CAP.	XII. De Materiâ cœlesti: ubi vacuum dari probatur.	1000.
	XIII. De Motu Telluris.	1005.
	XIV. De Densitate Planetarum.	1010.
SCHOL.	De Distantiâ Lunæ, positi Tellure immobili.	1015.
CAP.	XV. Totius Systematis planetarii Explicatio Physica.	1016.
SCHOL.	De Corporibus circa commune Gravitatis Centrum revolutis.	1023.
CAP.	XVI. Motus Lunæ Explicatio Physica.	1024.
	XVII. De Planetarum Figuris.	1045.
SCHOL.	1. De quibusdam Ellipseos proprietatibus.	1049.
	2. De Planetarum Figuris in genere.	1052.
	3. De Telluris Figurâ determinandâ.	1056.
	4. Determinatio Gravitatis in locis diversis.	1058.
CAP.	XVIII. Motus Axeos Telluris Explicatio Physica.	1059.
	XIX. De Æstu Maris.	1061.
	XX. De Lunæ Densitate & Figurâ.	1069.

INDEX TABULARUM.

In primâ Columnâ habentur Tabulæ & Figuræ, in ipsis delineatæ. Literæ TAB. denotant Tabulam, & Fig. Figuras.

In secundâ Columnâ exhibetur ad quam partem veræ magnitudinis dimensiones Machinarum sint reductæ in Figuris. Sic v. g. numeri 2, 3, 4 &c. denotant Dimensiones fuisse reductas ad dimidiam, tertiam, quartam &c. partem. Literæ verò *v. m.* designant Machinam fuisse juxta veram magnitudinem repræsentatam.

In tertiâ Columnâ occurrunt paginæ ad quas referri debent Tabulæ, & numeri in quibus mentio extat uniuscujusque figuræ : *p.* denotat paginam, & *n.* numeros.

TAB. I.		p. 24.
Fig.	I.	n. 33.
	2.	54. 77.
	3.	78.
	4.	85.
	5.	88. 91. 92.
	6.	88. 91.
	7.	91. 93.

TAB. II.		p. 28.
Fig.	I.	n. 46.
	2.	47.
	3.	51.
	4.	55.
	5.	99.
	6.	100.
	7.	102.
	8.	106. 107.
	9.	108.
	10.	ibid.
	11.	110.

TAB. III.		p. 36.
Fig.	I.	n. 81.
	2.	82.
	3.	83.
	4.	84. 106.
	5.	90.
	6.	158.

TAB. IV.		p. 42.
Fig.	I.	n. 159. 160.
	2.	160.
	3.	159. 161.
	4.	161.
	5.	162.
	6.	165.
	7.	167.
	8.	170.
	9.	173.

TAB. V.		p. 48.
Fig.	I.	n. 198.
	2.	200.
	3.	186. 207.
	4.	208.
	5.	211.
	6.	213.

TAB. VI.		p. 50.
Fig.	I.	n. 184.
	2.	185.
	3.	186.
	4.	194.
	5.	196.
	6.	205.
	7.	214.
	8.	216.

TAB. VII.

Fig.	1.	6.	p. 52. n. 210.
	2.	} 6.	232. 233 234. 236.
	3.		ibid.
	4.		ibid.

TAB. VIII.

Fig.	1.		p. 60. n. 238.
	2.	} 6.	239.
	3.		243.
	4.		247.
	5.		254.
	6.	5.	256.

TAB. IX.

Fig.	1.		p. 64. n. 250.
	2.	} 6.	ibid.
	3.		260.
	4.		264.
	5.		266.
	6.		269.
	7.	} 4.	270.
	8.		267. 271.

TAB. X.

Fig.	1.		p. 74. n. 272.
	2.	3.	279.
	3.		279.
	4.	6.	281.
	5.		286.
	6.	5.	301.

TAB. XI.

Fig.	1.		p. 78. n. 293.
	2.	} 5.	295.
	3.		299.
	4.	4.	268. 303.
	5.	2.	304. 305.
	6.		310.

TAB. XII.

Fig.	1.		p. 86. n. 312.
	2.	6.	315.
	3.		322. 326. 327.
	4.	} 3.	323.
	5.		324.
	6.		332.

TAB. XIII.

Fig.	1.		p. 90. n. 325. 326.
	2.		328.
	3.	6.	335.
	4.		338.
	5.	} 6.	342.
	6.		346.

TAB. XIV.

Fig.	1.	4.	p. 98. n. 330.
	2.	6.	352. 354.
	3.	3.	353.
	4.	6.	ibid.
	5.		366.

TAB. XV.

Fig.	1.		p. 108. n. 359.
	2.		373. 379.
	3.		385.
	4.		393.
	5.		394.
	6.	10.	400.
	7.	5.	402.

TAB. XVI.

Fig.	1.		p. 124. n. 405. 441.
	2.		408.
	3.		409. 470.
	4.		419.
	5.	II.	428.
	6.		439 446.
	7.		467.

TAB. XVII.

Fig.	1.		p. 130. n. 424. 471.
	2.		431.
	3.	5.	454.
	4.		456 465.
	5.		458. 488.
	6.		483.
	7.		ibid.
	8.		485.

TAB. XVIII.

Fig.	1.		p. 144. n. 461. 462.
	2.		477.
	3.		481.

	4.	495.
	5.	519. 522.
	6.	526.
	7.	534.
	8.	537.
TAB. XIX.		p. 152.
Fig.	1.	n. 540.
	2.	542.
	3.	5.
	4.	543.
	5.	545.
		545. 553. 1614.
		1615.
	6.	557.

TAB. XX.	8.	p. 180. n. 567. 571.
		577. 580. 606.
		608. 610. 612.
		614. 617. 622.

TAB. XXI.		p. 180.
Fig.	1.	n. 568. 594.
	2.	} 8.
	3.	
	4.	} 6.

TAB. XXII.		p. 180.
Fig.	1.	n. 580.
	2.	} 8.
	3.	
	4.	} 4.
	5.	
	6.	8.
	7.	4.

TAB. XXIII.		p. 180.
Fig.	1.	n. 569.
	2.	} 4.
	3.	
	4.	} 4.
	5.	
	6.	v. m.

TAB. XXIV.		p. 194.
Fig.	1.	n. 625.
	2.	639. 642.
	3.	648.
	4.	641. 650.
	5.	654.
	6.	656.
	7.	657.
	8.	658.
	9.	660.
	10.	ibid.
	11.	662.
	12.	664.
	13.	671.

TAB. XXV.		p. 216.
Fig.	1.	n. 728. 769.
	2.	12* 739. 743. 837.
	3.	14. 760.
	4.	6. 761.

TAB. XXVI.		p. 216.
Fig.	1.	n. 738.
	2.	} 4.
	3.	
	4.	} v. m.
	5.	
	6.	2. 740.
	7.	4. 1102. 1104.

TAB. XXVII.		p. 218.
Fig.	1.	n. 760. 768. 775. 778.
		828. 938. 951.
		952. 1103. 1191.
	2.	760.

TAB. XXVIII.		p. 218.
Fig.	1.	n. 739. 778.
	2.	} 3.
	3.	
	4.	} 4.
	5.	

* Figurarum pol & G dimensiones ad sextam partem sunt tantum reductæ.

6.	6.	777.
7.	} 4.	771. 852.
8.		827.
9.		771. 857.
10.		771.
11.		1191.

TAB. XXIX.

Fig. 1.	} 10.	p. 220.
2.		n. 745.
3.		ibid.
4.		ibid.
5.	} 4.	779.
6.		780.
		781.

TAB. XXX.

Fig. 1.	} 10.	p. 240.
2.		n. 820.
3.		837.
4.		ibid.
5.		ibid.
6.		833.
		ibid.

TAB. XXXI.

Fig. 1.	} 10.	p. 246.
2.		n. 785.
3.		786.
4.		787.
5.	} 4.	ibid.
6.		831.
7.		ibid.
8.		843.
9.	} 4.	ibid.
10.		846. 848.
11.		846.
12.		852.
13.		857.
		ibid.

TAB. XXXII.

Fig. 1.		p. 254.
2.	10.	n. 750. 1039.
3.	4.	833. 834.
4.	2.	833.
		834. 855.

5.	870.
6.	882.
7.	891.
8.	899. 907.

TAB. XXXIII.

Fig. 1.	} 4.	p. 270.
2.		n. 944.
3.		945.
4.		947.
5.		950. 957.
6.		952. 957.
7.		ibid.
8.		969.
9.		971.
10.		972.
11.		976.
12.		ibid.
13.		978.
		979.

TAB. XXXIV.

Fig. 1.	} 4.	p. 276.
2.		n. 981.
3.		982.
4.		983.
5.		986.
6.		ibid.
7.		989.
8.		991.
9.		993.
10.		996.
		997.

TAB. XXXV.

Fig. 1.	} 5.	p. 296.
2.		n. 1004. 1256.
3.		1005.
4.		1043. 1056.
5.		1072.
6.		1074.
7.		ibid.
8.		ibid.
		1079.

TAB. XXXVI.

Fig. 1.	} 4.	p. 310.
2.		n. 1096.
3.		1097.
		1098.

4.	1105.
5.	1113.
6.	1114.
7.	1115.
8.	1116.
9.	1117.
10.	1118.

TAB XXXVII.

Fig.	1.	p. 316.
	2.	n. 987. 1108. 1135.
		987. 990. 1108
		1135. 1136.
	3.	1016. 1134.
	4.	ibid.
	5.	1121.
	6.	1123.
	7.	1129. 1130.
	8.	ibid.
	9.	1129.
	10.	ibid.
	11.	ibid.
	12.	4. 1132.
	13.	1135.
	14.	1136.

TAB. XXXVIII.

Fig.	1.	p. 330.
	2.	n. 1148.
	3.	1149. 1153. 1159
	4.	1149. 1156. 1160.
	5.	1149. 1157. 1160.
	6.	1163.
	7.	1164.
	8.	ibid.
	9.	1171.
	10.	ibid.
	11.	ibid.
	12.	ibid.
	13.	ibid.

TAB. XXXIX.

Fig.	1.	p. 346.
	2.	10. n. 1168.
	3.	2. ibid.
	4.	1169.
	5.	10. 1208.
		ibid.

TAB. XL.

Fig.	1.	p. 360.
	2.	n. 1173.
	3.	4. 1191.
	4.	ibid.
	5.	1193.
	6.	1238.
		1251.

TAB. XLI.

Fig.	1.	p. 362.
	2.	n. 1177.
	3.	ibid.
	4.	1178.
	5.	1182. 1189. 1194.
	6.	1216.
	7.	1182. 1216.
	8.	1199. 1210. 1221.
	9.	1254.
	10.	1199. 1210. 1254.
		1223.
		1226.
		1250.

TAB. XLII.

Fig.	1.	p. 368.
	2.	n. 1196. 1220. 1246.
	3.	1197. 1220. 1246.
	4.	1198.
		1259. 1271.

TAB. XLIII.

Fig.	1.	p. 388.
	2.	n. 1282. 1294. 1307.
	3.	1286. 1292.
	4.	1294.
		8 *. 1297. 1309. 1324.

* Figurarum GIG, ONV, S, dimensiones sunt reductæ ad dimidiam partem.

	5.	1336.
	6.	1339.
	7.	1340.
TAB. XLIV.		p. 400.
Fig.	1.	n. 1346.
	2.	1354.
	3.	ibid.
	4.	1355.
	5.	1356.
	6.	1358.
	7.	ibid.
	8.	6. 1337.
	9.	1373.
	10.	1375.
	11.	1385.
	12.	1389. 1397.
TAB. XLV.		p. 410.
Fig.	1.	n. 1412.
	2.	1417. 1420.
	3.	1427.
	4.	1429.
	5.	1433.
TAB. XLVI.		p. 412.
Fig.	1.	n. 1441.
	2.	1443.
TAB. XLVII.		p. 416.
Fig.	1.	n. 1423.
	2.	1424.
	3.	12. 1446.
	4.	1449.
	5.	10. 1451.
TAB. XLVIII.		p. 424.
Fig.	1.	7. n. 1444.
	2.	1469.
	3.	6. 1472.
	4.	ibid.
	5.	1473.
	6.	2. 1488.
TAB. XLIX.		p. 426.
Fig.	1.	n. 1480. 1490. 1527.
	2.	6. 1497.

TAB. L.		p. 430.
Fig.	1.	5. n. 1502.
	2.	7. 1504.
	3.	10. 1510.
	4.	5. 1513.

TAB. LI.		p. 446.
Fig.	1.	4. n. 1508.
	2.	5. 1517.
	3.	4. 1519.
	4.	8. 1543.
	5.	3. 1554.
	6.	1567.

TAB. LII.		p. 448.
Fig.	1.	6. n. 1524. 1546. 1559.
	2.	1559. 1560.
	3.	2. 1526.
	4.	1570.

TAB. LIII.		p. 464.
Fig.	1.	10. n. 1614. 1615.
	2.	1614.
	3.	ibid.
	4.	ibid.
	5.	2/5. ibid.
	6.	ibid.
	7.	ibid.

TAB. LIV.		p. 474.
Fig.	1.	n. 1577. 1628.
	2.	12. 1584. 1587. 1595.
		1600. 1602. 1622.
		1624.
	3.	2. 1598. 1600.
	4.	1619. 1623.
	5.	1643.
	6.	1643. 1646.

TAB. LV.		p. 478.
Fig.	1.	n. 1644.
	2.	ibid.
	3.	10. 1652.
	4.	1657.
	5.	1660.
	6.	1661.
	7.	4. 1662.

INDEX TABULARUM.

LXXXI

TAB. LVI.

Fig.	1.	p. 492. n. 1672.
	2.	1698.
	3.	1713.
	4.	1716.
	5.	1735.

TAB. LVII.

Fig.	1.	p. 506. n. 1737.
	2.	1741.
	3.	1748. 1751. 1752.
	4.	1751.
	5.	1753.
	6.	10. 1761.
	7.	1779.
	8.	1784.

TAB. LVIII.

Fig.	1.	p. 524. 10. n. 1787. 1792. 1798. 1800. 1802.
	2.	6. 1788. 1803. 1804.
	3.	10. 1808. 1809.
	4.	1813. 1822. 1836. 1858.
	5.	1820. 1823.
	6.	ibid.
	7.	1830.
	8.	1831.

TAB. LIX.

Fig.	1.	p. 542. 15. n. 1897. 1905. 1908. 1921. 1929.
	2.	1908. 1913.
	3.	v.m. 1921.
	4.	1929.

TAB. LX.

Fig.	1.	p. 548. n. 1871. 1913.
	2.	1876. 1913.
	3.	1878.
	4.	1896.
	5.	1936.
	6.	1949.

TAB. LXI.

Fig.	1.	p. 562. n. 1950.
	2.	1981.
	3.	12. 1990.
	4.	4. ibid.
	5.	2008.

TAB. LXII.

Fig.	1.	p. 572. n. 1992. 1999. 2012.
	2.	1996. 1999. 2018.
	3.	2014.
	4.	2027. 2049.
	5.	2052.
	6.	2065.

TAB. LXIII.

Fig.	1.	p. 588. 12. n. 2085. 2087. 2093.
	2.	2088.
	3.	2090.
	4.	2098.
	5.	12. 2102.
	6.	2108.
	7.	2112.
	8.	6. 2129.

TAB. LXIV.

	8.	p. 596. n. 2138. 2139. 2142. 2148.
--	----	---------------------------------------

TAB. LXV.

	3.	p. 596. n. 2139. 2142.
--	----	---------------------------

TAB. LXVI.

	8.	p. 598. n. 2158.
--	----	------------------

TAB. LXVII.

Fig.	1.	p. 608. 8. n. 2164.
	2.	2167.
	3.	6. 2171.
	4.	2201.

TAB. LXVIII.

Fig.	1.	p. 610. 12. n. 2116. 2138. 2173. 2176.
------	----	--

2.	}	2203.
3.		2206.
4.		2207.

TAB. LXIX.

Fig. 1.	}	6.	p. 610.
2.		n. 2187.	2192.
3.		2208.	
4.		2212.	
		2213.	

TAB. LXX.

Fig. 1.	}	5.	p. 614.
2.		n. 2216.	2220. 2223.
3.		2217.	
4.		2225.	
		14.	2225. 2226.

TAB. LXXI.

Fig. 1.	}	6.	p. 616.
2.		n. 2221.	
3.		2228.	
4.		2229.	
		12.	2230.

TAB. LXXII.

Fig. 1.	}	6.	p. 624.
2.		n. 2233.	
3.		2235.	
4.		2236.	
		16.	2252. 2254.

TAB. LXXIII.

Fig. 1.	}	3.	p. 624.
2.		n. 2241.	2250.
3.		2241.	2247.
4.		2242.	
5.	}	3.	2243. 2253.
6.		2244.	
		2257.	

TAB. LXXIV.

Fig. 1.	}	10.	p. 630.
2.		n. 2258.	
3.		2261.	
4.		2265.	
5.		2268.	
		ibid.	

TAB. LXXV.

Fig. 1.	}	3.	p. 646.
2.		n. 2274.	
3.		2320. 2322.	
4.		2332.	
5.		2350.	
		3.	2320. 2350.

TAB. LXXVI.

Fig. 1.	}	6.	p. 654.
2.		n. 2316.	
3.		5.	2354.
4.		12.	2381.
			2384.

TAB. LXXVII.

Fig. 1.	}	2.	p. 666.
2.		n. 2427.	
3.		2428.	
4.		3.	2434.
5.		4.	2441.
		5.	2449.

TAB. LXXVIII.

Fig. 1.	}	4.	p. 668.
2.		n. 2444.	
			2457.

TAB. LXXIX.

Fig. 1.	}	12.	p. 680.
2.		n. 2459.	2466.
3.		2463.	
4.		2465.	
5.		2468.	
		6.	2494.

* In 2da figurâ habetur tantum dimensio duorum segmentorum sphaeræ separatorum; tripedis dimensio fuit reducta circiter ad decimam quartam partem.

* Figurarum FST & LAB ad dimidiam dimensionem sunt reductæ.

INDEX TABULARUM.

LXXXIII

TAB. LXXX. 7. p. 680. n. 2476. 2486.

T. LXXXVIII.

TAB. LXXXI.

Fig. 1. 6. p. 690. n. 2476. 2486.
2. 5. 2492.
3. 2. 2449.
4. 5. 2511.
5. 2494. 2554.

Fig.

1.

2.

3.

4.

5.

p. 738.

n. 2761.

2765.

2766.

2772.

2773.

TAB. LXXXIX.

Fig.

1.

2.

3.

4.

p. 748.

n. 2779. 2805. 2816.

2791.

2794.

2800.

TAB. LXXXII.

Fig. 1. } 4. p. 696. n. 2557.
2. } 2559.
3. } 2577.
4. } 2579.

TAB. LXXXIII. 3. p. 722. n. 2660.

TAB. LXXXIV. 12. p. 724. n. 2701.

TAB. LXXXV.

Fig. 1. p. 726. n. 2625. 3826.
2. 2640. 2652.
3. 2644. 2645. 2655.
4. 2644. 2651.
5. 2646. 2651. 2652.
6. 2647.
7. ibid.
8. 2710.

TAB. LXXXVI.

Fig. 1. p. 734. n. 2727.
2. 2728. 2746. 2752.
3. 6. 2732.
4. 11. 2735.
5. 2746.
6. 2748.
7. 2752.

T. LXXXVII.

Fig. 1. } p. 738. n. 2755.
2. } 2758.
3. } 2759.
4. } 2767.
5. } 2768.
6. } 2769.
7. } 2770.

TAB. XC.

Fig.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

p. 758.

n. 2814. 2816.

2820.

2823.

ibid.

2816.

2848.

ibid.

2861.

TAB. XCI.

Fig.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

p. 770.

n. 2881. 2887. 2891.

2886.

2889.

2893.

2894.

2897. 2903.

2899. 2906.

TAB. XCII.

Fig.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

p. 776.

n. 2935.

2937.

2939.

2941.

2944.

2946.

2949.

2953.

2954.

2955.

TAB.

TAB. XCIII.

Fig.	1.	} 10.	p. 778.
	2.		n. 2962.
	3.		2963.
	4.		2964.

TAB. XCIV.

Fig.	1.	} 10.	p. 780.
	2.		n. 2966.
	3.		2972.
	4.		2973.

TAB. XCV.

Fig.	1.	p. 784.
	2.	n. 2915.
	3.	ibid.
	4.	ibid.
	5.	2931. 2989.
	6.	ibid.
	7.	ibid.
	8.	ibid.

TAB. XCVI.

Fig.	1.	8.	p. 786.
	2.		n. 2978. 3069.
	3.		2980. 2990.
	4.		2980.
	5.		2982. 2986. 2994.
	6.		2982. 2986.

TAB. XCVII.

Fig.	1.	} 10.	p. 790.
	2.		n. 3013. 3015.
	3.		3016.
	4.		3017.

TAB. XCVIII.

Fig.	1.	} 10.	p. 790.
	2.		n. 3023.
	3.		3024.
	4.		3025.
	5.		3026.

TAB. XCIX.

Fig.	1.	p. 796.
	2.	n. 3039.
	3.	3044.
	4.	3054.
	5.	ibid.

TAB. C.

Fig.	1.	p. 802.
	2.	n. 3037. 3055.
	3.	ibid.
	4.	ibid.
	5.	12. 3052.
	6.	3061.
	8.	3071. 3074.

TAB. CI.

Fig.	1.	p. 816.
	2.	n. 3126.
	3.	3128.
	4.	3131.
	5.	3133.
	6.	ibid.
	7.	3141.

TAB. CII.

Fig.	1.	p. 820.
	2.	n. 3148. 3159. 3167.
	3.	3148. 3159. 3167.
	4.	3169.
	5.	3148. 3159. 3167.
	6.	3166.
	7.	3166. 3169.

TAB. CIII.

Fig.	1.	p. 834.
	2.	n. 3176.
	3.	3181. 3183.
	4.	3201. 3202.
	5.	10. 3202. 3205.
	6.	3210.

TAB. CIV.

Fig.	1.	p. 842.
	2.	n. 3237. 3244.
	3.	10. 3242.

INDEX TABULARUM.

LXXXV

3.	3.	3249.
4.	10.	3250. 3252. 3253.
5.		3257.
6.		3263.

4.		3469.
5.	} 6.	3474.
6.		3477.
7.		3480. 3482.
8.		3482.

TAB. CV.		p. 850.
Fig. 1.		n. 3273.
2.	8.	3287.
3.		3288.
4.		3296.
5.	17.	3304.
6.		3307.

TAB. CXI.		p. 894.
Fig. 1.	12.	3483.
2.		3486.
3.		3487. 3501.
4.	5.	3491.

TAB. CVI.		p. 858.
Fig. 1.		n. 3308.
2.	17.	3309.
3.		3311.
4.	12.	3312.
5.		3314. 3325.
6.	8.	3327.
7.		3329. 3337.

TAB. CXII.		p. 898.
Fig. 1.	13. n.	3507.
2.		3510.
3.	13.	3516.
4.		3522.
5.		3524.

TAB. CVII.		p. 858.
Fig. 1.		n. 3310. 3340.
2.		3341.
3.		3347. 3348.
4.		3317. 3347.
5.		3320. 3347.
6.		3321. 3331. 3347.

TAB. CXIII.		p. 904.
Fig. 1.	} 13. n.	3516.
2.		3542.

TAB. CXIV.		p. 906.
Fig. 1.	6. n.	3539.
2.	12.	3546.
3.	3.	3552.
4.	6.	3553.

TAB. CVIII.		p. 870.
Fig. 1.		n. 3350.
2.		3365. 3406.
3.		3394.

TAB. CXV.		p. 908.
Fig. 1.	} 13. n.	3561. 3562.
2.		3565.

TAB. CIX.		p. 878.
Fig. 1.	} 5.	n. 3415.
2.		3433.
3.		3431.

TAB. CXVI.		p. 910.
Fig. 1.	10.	3567.
2.	13.	3568.

TAB. CX.		p. 888.
Fig. 1.	} 6.	n. 3430. 3441.
2.		3441.
3.		ibid.

TAB. CXVII.		p. 910.
Fig. 1.	} 13.	3556.
2.		3570.

TAB.

TAB. CXVIII.	p. 920.
Fig. 1.	n. 3569.
2.	3577. 3578.
3.	3578.
4.	3582. 3593. 3601.

TAB. CXIX.	p. 920.
Fig. 1.	n. 3578.
2.	3585. 3587. 3590.
3.	3594. 3611.

TAB. CXX.	p. 930.
Fig. 1.	n. 3595.
2.	6 *. 3621.
3.	3654.

TAB. CXXI.	p. 930.
Fig. 1.	n. 3660.
2.	13. 3661.

TAB. CXXII.	p. 944.
Fig. 1.	n. 3723.
2.	3744.
3.	3745.
4.	3748.

TAB. CXXIII.	p. 954.
Fig. 1.	n. 3779.
2.	3795.
3.	3807.
4.	3811.

TAB. CXXIV.	p. 968.
Fig. 1.	n. 3818.
2.	3835. 3900.
3.	3855.
4.	3862.
5.	3871.
6.	3873.

TAB. CXXV.	p. 976.
Fig. 1.	n. 3849.
2.	3884.
3.	3944.
4.	3909. 3946.
5.	3960.

TAB. CXXVI.	p. 1058.
Fig. 1.	n. 4100.
2.	3932. 3988.
3.	3697.
4.	4118.
5.	4208.
6.	4214.
7.	4378.
8.	4375.
9.	4318. 4344. 4417.

TAB. CXXVII.	p. 1068.
Fig. 1.	n. 4218. 4258. 4279.
	4458.
2.	4270.
3.	4271.
4.	4280. 4296.
5.	4286.
6.	4288.
7.	4339.
8.	4481.

* Fig. LP dimensiones reductæ sunt ad tertiam partem.

BERICHT AAN DEN BOEKBINDER

De Platen moeten volgens deze Tafel , op de aangewezen
paginaas ingezet worden , en het wit moet 'er aanblyven
om buyten het Boek uitteslaan.

AVIS AU RELIEUR

Il faut placer les planches suivant cette Table, de façon qu'en
les dépliant elles sortent hors du livre.

TAB. I.	Pag. 24	TAB. XXXIV.	Pag. 276
II.	28	XXXV.	296
III.	35	XXXVI.	310
IV.	42	XXXVII.	316
V.	48	XXXVIII.	330
VI.	50	XXXIX.	346
VII.	52	XL.	360
VIII.	60	XLI.	362
IX.	64	XLII.	368
X.	74	XLIII.	388
XI.	78	XLIV.	400
XII.	86	XLV.	410
XIII.	90	XLVI.	412
XIV.	98	XLVII.	416
XV.	108	XLVIII.	424
XVI.	124	XLIX.	426
XVII.	130	L.	430
XVIII.	144	LI.	446
XIX.	152	LII.	448
XX.	180	LIII.	464
XXI.		LIV.	474
XXII.		LV.	478
XXIII.	194	LVI.	492
XXIV.		LVII.	506
XXV.		LVIII.	524
XXVI.	216	LIX.	542
XXVII.		LX.	548
XXVIII.		LXI.	562
XXIX.	220	LXII.	572
XXX.		LXIII.	588
XXXI.		LXIV.	596
XXXII.	254	LXV.	598
XXXIII.		LXVI.	598
	270		TAB.

BERICHT AAN DEN BOEKBINDER.

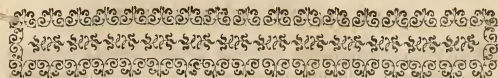
<p>TAB. LXVII. Pag. 608.</p> <p>LXVIII. } 610</p> <p>LXIX. } 614</p> <p>LXX 616</p> <p>LXXI. } 624</p> <p>LXXII. } 630</p> <p>LXXIII. } 646</p> <p>LXXIV. 654</p> <p>LXXV. 666</p> <p>LXXVI. 668</p> <p>LXXVII. 680</p> <p>LXXVIII. } 690</p> <p>LXXIX. } 696</p> <p>LXXX. } 722</p> <p>LXXXI. 724</p> <p>LXXXII. 726</p> <p>LXXXIII. 734</p> <p>LXXXIV. 738</p> <p>LXXXV. } 748</p> <p>LXXXVI. } 758</p> <p>LXXXVII. } 770</p> <p>LXXXVIII. } 776</p> <p>LXXXIX. } 778</p> <p>XC. 780</p> <p>XCI. 784</p> <p>XCII. 786</p> <p>XCIII. 780</p> <p>XCIV. 784</p> <p>XCV. 786</p> <p>XCVI. 786</p>	<p>TAB. XCVII. } Pag. 790</p> <p>XCVIII. } 796</p> <p>XCIX. 802</p> <p>C. 816</p> <p>CI. 820</p> <p>CII. 834</p> <p>CIII. 842</p> <p>CIV. 850</p> <p>CV. 858</p> <p>CVI. } 870</p> <p>CVII. } 878</p> <p>CVIII. 888</p> <p>CIX. 894</p> <p>CX. 898</p> <p>CXI. 904</p> <p>CXII. 906</p> <p>CXIII. 908</p> <p>CXIV. 910</p> <p>CXV. 920</p> <p>CXVI. } 930</p> <p>CXVII. } 944</p> <p>CXVIII. } 954</p> <p>CXIX. } 968</p> <p>CXX. } 976</p> <p>CXXI. } 1058</p> <p>CXXII. 1068</p> <p>CXXIII. 1068</p> <p>CXXIV. 1068</p> <p>CXXV. 1068</p> <p>CXXVI. 1068</p> <p>CXXVII. 1068</p>
---	--

De Tytel van het tweede Deel moet gezet worden aan 't begin van het vierde Boek voor, pagina 573.

Le titre du second Tome doit être mis au commencement du quatrième Livre, à la page 573.



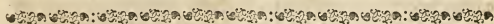
PHY.



PHYSICES

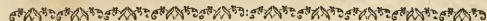
ELEMENTA MATHEMATICA,

EXPERIMENTIS CONFIRMATA.



L I B E R I.

Pars I. de Corpore in genere.



C A P U T I.

De Scopo Physices & Regulis philosophandi.



Hyfica circa res naturales & harum Phenomena
versatur.

DEFINITIO 1. & 2.

*Res naturales sunt omnia corpora; congeriesque
horum omnium Univerſum vocatur.*

DEFINITIO 3.

*Phænomena naturalia, ſunt omnes ſitus, & omnes motus, Cor-
porum naturalium, ab actione Entis intelligentis immediatè non
pendentes, & qui à nobis ſenſibus obſervari poſſunt.*

Non excludimus ex numero Phænomenorum natura-
lium motus, qui in corpore noſtro ad voluntatem ſunt:
in hiſce diſtinguendum illud quod à voluntate pender,
ab eo quod alii cauſæ tribuendum eſt. Agitationem fieri
modo quodam determinato, & certo tempore, hoc de-

A

ter-



terminationi voluntatis adscribi debet, & ad Physicam non spectat: ipse autem motus ex actione muscutorum sequitur, qui etiam alio motu agitantur, sunt hæc Phænomena naturalia; sed motus ex actione immediatâ Mentis oriundus, & nobis omninò ignotus, non est Phænomenon naturale.

Omnes hi motus certas sequuntur Regulas.

Sol quotidie oritur & occidit, tempusque ortûs & occasûs, pro anni tempestate & loco, semper determinatur; ejusdem speciei plantæ, iisdem positis circumstantiis, eodem modo producuntur & crescunt; & sic de cæteris. In iis ipsis quæ nobis omninò fortuita & incerta apparent, certas observari Regulas attendenti manifestum fit.

Rerum enim examen ad hocce, ratiociniorum omnium in Physicis fundamentum, nos deducit Axioma;

4. *Conditorum Universi, determinatis pro sapientiâ Legibus, aut ex Naturâ rerum sponte fluentibus, Universam rerum congeriem dirigere.*
5. *Physica Phænomena naturalia explicat, id est, horum causas tradit,*

Cum in has causas inquirimus, ipsum Corpus in genere examinandum est; deinde detegendum quibus regulis rerum Conditor omnes motus peragi voluerit. Hæ regulæ, vocantur *Leges Naturæ*.

DEFINITIO 4.

6. *Naturæ Lex ergo est, Regula & Norma, secundum quam Deus voluit certos motus semper, id est, in omnibus occasioibus, peragi.*
7. *Est ideò nostro respectu Lex naturæ, omnis effectus simplex, qui in omnibus occasioibus idem est, cujus causa*

causa nobis est ignota, & quem videmus ex nullâ Lege, nobis notâ, fluere posse, quamvis fortè ex simplici-
iori Lege, nobis ignotâ, fluat.

Nostro enim respectu non interest, utrùm quid im-
mediate à Dei voluntate pendeat, an verò mediante
causâ, cujus nullam ideam habemus, producat.

Leges Naturæ, nisi ex examine Phænomenorum na- 8.
turalium, non possunt elici.

Ope Legum, hac methodo detectarum, Phænomena
explicanda sunt.

In investigatione autem illarum, sequentes Regulæ
Newtonianæ observandæ veniunt, quæ ipsum superiùs
indicatum * Axioma pro fundamento habent.

R E G U L A 1.

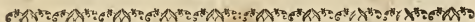
*Causas rerum naturalium non plures admitti debere quàm 9.
quæ & veræ sint, & earum Phænomenis explicandis sufficiant.*

R E G U L A 2.

Effectuum naturalium ejusdem generis easdem esse causas. 10.

R E G U L A 3.

*Qualitates corporum, quæ intendi & remitti nequeunt, quæ 11.
que corporibus omnibus competunt, in quibus experimenta insti-
tuere licet, pro qualitatibus Corporum univversorum habendas esse.*



C A P U T II.

De Corpore in genere.

OMnium primum in Corpore consideranda venit hu- 12.
jus *Extensio*.

Extensionis idea ferè semper menti nostræ præsens est;
est hæc simplicissima; ideòque verbis nullis describi potest.

13. Omne Corpus est extensum, sublatâ Corporis Extensione integrum tollitur Corpus.
14. Omne tamen extensum non est Corpus; in quo verò Corpus à Spatio differat, non potest determinari, nisi examinatis aliis Corporis proprietatibus.
15. Secunda quæ Corpus consideranti sese offert est *Soliditas*. Corpus omne aliud Corpus ex loco à se occupato excludit, & Corpora fluida æquè ac maximè dura hac proprietate gaudent.
16. Tertia Corporis proprietas est *Divisibilitas*; quæ ex ipsâ Extensione sequitur. Extensio enim aliâ Extensione minor semper potest concipi, unde videmus in omni Extensione partes dari, quæ partes in Corpore à se invicem possunt separari; quia
17. Corpus quartâ proprietate præditum est, quòd possit de loco in locum transferri, unde Corpus *Mobile* dicitur.
18. *Vi autem instâ* in motu perseverat.
Quando nullum datur obstaculum, Corpus ictui minimo cedit, major tamen Actio desideratur, si minori tempore ad eandem distantiam, aut æquali, ad majorem transferendum sit Corpus: etiam major est Actio quâ movetur Corpus majus, quàm quâ minus transfertur, si similis fuerit translatio. Corpus ergo *quiescens motui resistit, non quædiu quiescit, sed dum agitur*. Hac de causa Corpus & iners, & *habere Inertiam* dicitur. *Hæc in omnibus corporibus quantitati Materiæ proportionalis est*; singulis enim Materiæ particulis æqualiter competit.
20. Omne Corpus *Figurâ* est præditum, & *Figurabile*, quia terminatum: mutari autem potest Figura, quia Corpus in partes potest resolvi, quæ cum mobiles sint, diversis modis inter se disponi possunt.

C A P U T III.

De Extensione, Soliditate, & Vacuo.

Hic consideranda venit in Scholis decantata quæstio 21.
de Vacuo; scilicet an detur Extensio omni materiâ destituta; tale enim Extensum vocatur *Vacuum*, *Inane*, aut *Spatium*.

Vacuum revera dari ex Phænomenis probatur, & ideò in cap. XII. lib. v. quæstionem hanc ad examen vocamus. De sola vacui possibilitate nunc agam.

Vacuum possibile esse ex solo examine idearum deducitur. 22.
Omne enim quod clarè concipimus existere posse, possibile est. Si enim quid in re quacunque detur, quod hujus existentiam impedit, idea impimenti in ideâ rei continetur, & in causa est, quo minus rei possibilitas concipi possit.

Quæstio ergo eò redit, an habeamus ideam Extensionis non solidæ,

Soliditatis ideam acquirimus contactu; Corpora quædam nobis resistere sentimus, & quidem omnibus momentis nobis illa resistunt, quæ descensum inferiora versus impediunt. Ex hac resistentiâ deducimus, Corpus ex loco à se occupato omne aliud Corpus excludere; id est, illud Soliditate præditum esse, quam Soliditatis ideam ad Corpora subtiliora, quæ propter partium tenuitatem sub sensu non cadunt, transferimus: & experienciâ constat, hæc ipsa, æquè ac maximè dura, aliis corporibus resistere. 23.

EXPERIMENTUM I.

Aër in quo vivimus ferè semper visum & tactum nostrum 24.
A 3 strum

strum fugit, in Antliâ tamen exactè clausâ Embolo resistit, ita ut hic nullâ vi ad Antliæ fundum protrudi possit.

25. In Extensionis autem ideâ non continetur idea Soliditatis, hæc ex ideâ resistantiæ deducitur, & contactu solo ipsam acquirimus. Idcirco si quis nunquam Corpus tetigisset, ei Soliditas omninò ignota esset, Extensionis tamen conceptum haberet.

EXPERIMENTUM 2.

26. Ubi Corpus cavo speculo ad justam distantiam obijcitur, pendulam in aëre ante speculum illius imaginem videt spectator, ut hoc in libro 4^{to}. explicamus. Species hæc verum exhibet Corpus, vividissimis coloribus tinctum; non tamen resistit.

Si quis nihil unquam præter talia Idola vidisset, & ipsius Corpus tali Speciei simile esset, an ullam Soliditatis haberet ideam? non videtur; Extensionis tamen certissimè habebit.

Hic non quærimus quid sit tale Idolum; de ideis disputamus,

Non solâ soliditatis privatione differt Spatium à Corpore.

27. *Spatium est infinitum*, ac nullis hoc terminari posse limitibus, rem attentè consideranti patebit. Nullumenim Spatium potest concipi terminatum, cujus termini non alio Spatio circumdantur; & idea Extensi limitibus circumscripti, & non alio Extenso involuti, se ipsam destruit. Quare fines Spatii, ad hoc totum attendendo, contradictionem involvunt. Corpora autem finita dantur.
28. In *Spatio partes* dari clarè videmus, à se invicem autem separari nequeunt, *immobiles sunt*, ut & ipsum *Spatium*. Corporis verò partes translationem, & hæc de causâ separationem patiuntur.

Spatii

Spatii idea simplicissima est; Corporis magis est composita.

Soliditas à quibusdam Impenetrabilitas vocatur, & ex natura Extensionis ipsam deducere conantur; pedi cubico Extensionis, dicunt, si pes alter cubicus Extensionis addatur habebimus duos pedes cubicos; singuli enim habent omnia quæ ad illam magnitudinem constituendam requiruntur; pars ergo una Spatii partes omnes alias excludit & ipsa illas admittere non potest. 29.

Resp. Partem Spatii in alium locum translata contradictionem involvere; ex immobilitate ergo partium Spatii, non ex Impenetrabilitate, seu Soliditate, sequitur, duas partes Spatii confundi non posse. 30.

C A P U T IV.

De Divisibilitate Corporis in Infinitum, & Particularum Subtilitate.

Quia Corpus est extensum etiam est divisibile, id est, in eo partes considerari possunt. 31.

Differt tamen Corporis Divisibilitas, ab Extensionis Divisibilitate, illius enim partes à se invicem separari possunt (28.). Ipsa autem Divisibilitas cum ab Extensione pendeat, in Extensione examinari debet.

Corpus est divisibile in infinitum, id est, in ejus Extensione nulla pars, quantumvis exigua, potest concipi, quin detur minor. 32.

Sit linea AE, ad BD, perpendicularis; ut & FG, ad parvam ab A distantiam, ad eandem etiam normalis; centris C, C, C, &c. & radiis CA, CA, &c. describantur 33.

1 AB.
Fig. 1.

bantur circuli secantes lineam FG, in punctis *i, i, &c.* quo major est radius AC, eo minor est pars *iF*: radius potest in infinitum augeri & minui pars *iF*; quæ tamen nunquam ad nihilum potest redigi; quia circulus cum lineâ rectâ BF, coincidere nunquam potest.

Partes ergo magnitudinis cujuscunque in infinitum possunt minui, & nullus divisionis datur finis.

34. Sed & magis paradoxum quid ex hac demonstratione deducimus. Constat ex hac angulum mixtum, quem cum tangente efficit circulus, in infinitum posse minui. Hic autem angulus, quamvis ita divisibilis, omni rectilineo angulo minor est *, & angulus rectilineus, qui ipse in infinitum, ut omnis quantitas, divisibilis est, utcunque immixtus, memoratos angulos mixtos omnes superat.

*16. El. III.

35. *Quantitatis ergo cujuscunque in infinitum divisæ pars infinitè exigua, in infinitum est divisibilis.*

Et aliis hoc idem in Scholiis sequentibus probamus Mathematicis demonstrationibus, quibus etiam constat,

36. *divisionis in infinitum classes numero infinito dari.*

37. Ex Corporis Divisibilitate deducimus, datâ quavis Materie particulâ, quantumvis exiguâ, & dato Spatio quovis finito, utcunque amplo, possibile esse, ut Materia istius arenulæ per totum illud Spatium diffundatur, atque ipsum ita adimpleat, ut nullus sit in eo porus, cujus diameter minimam datam superet lineam. Quod ut demonstremus, Spatium implendum, divisum concipimus in cellulas cubicas, quarum latera æqualia, aut minora sint, hâc minimâ lineâ datâ: numerus cellularum finitus erit, & in tot partes arenula data dividi poterit, quot cellulæ dantur; ita ut in singulis cellulis particulam unam positam concipere possimus: concipiendum ulterius ex singulis hisce particulis minimis

mis Globum cavum formari. Propter Materiæ Divisibilitatem potest Globus cavus quicunque semper augeri, minuendo Materiæ crassitiem; cùm autem in singulis cellulis Globus talis detur, poterunt singuli augeri, donec vicini sese mutuò tangant, & omnes simul Spatium impleant.

Objectiones præcipuæ, contra Divisibilitatem Materiæ 38.
in Infinitum, sunt. Infinitum Finito contineri non posse; ex Divisibilitate in Infinitum sequi, omnia Corpora esse æqualia, aut Infinitum alio Infinito majus dari.

Sed hisce responsio facilis est; Infinito, generaliter considerato, non tribuendæ sunt proprietates quantitatis determinatæ. Partes infinitè parvas, numero Infinito, in quantitate finita dari non posse, quis unquam probavit; ut & omnia Infinita esse æqualia? Contrarium in Scholiis sequentibus demonstramus.

Si, examinatâ possibili Materiæ Divisibilitate, Partium 39.
subtilitatem in Corporibus ad examen revocemus, hanc captum nostrum in immensum superare constabit; innumeraque in rerum naturâ dantur exempla talium partium à se invicem separatarum.

Boileus hæc variis probat argumentis.

Loquitur de filo serico trecentis ulnis Anglicanis longo, & ponderis duorum granorum cum semisse. 40.

Folia auri mensuravit, & ponderavit, & determinavit 41.
quingenta pollices quadratos unicum tantum ponderare granum. Si unius pollicis longitudo dividatur in ducentas partes, omnes oculo distinguere poterunt; dantur ergò in pollice quadrato partes visibiles quadraginta millia, & in uno Auri grano partium numerus est duarum millionum, qui numerus conversis foliis duplicatur; has verò partes visibiles ulterius posse dividi nemo negabit.

42. Oſto granis Auri deaurari poteſt integra Argenti uncia, quæ deinde porrigitur in filum longitudinis tredecim millium pedum.
43. In Corporibus odoriferis majorem Partium percipimus ſubtilitatem, & quidem à ſe invicem ſeparatarum, plura longo tempore ferè nihil ex ſuo pondere amittunt, & Spatium ſatis magnum Particulis odoriferis continuò impleant. Qui computum de tali ſubtilitate inire voluerit, in Partium numero portenti quid facilè reperiet.
44. Auxilio Microſcopiorum objecta quæ viſum fugiunt magna videntur, dantur Animalcula per optima Microſcopia vix viſibilia, habent tamen partes omnes ad vitam neceſſarias, ſanguinem, & alia Fluida: ſubtilitas Partium, hæc componentium, quanta ſit quis non videt?

S C H O L I U M I.

Inſinitum Finito contineri.

Inſinitum vocant quidam illud, quo non datur majus, & negant Materiam, eſſe diviſibilem in Inſinitum, quod, hac Inſiniti datâ definitione, libenter concedimus. Corpus in talem numerum Partium, qui ſit omnium maximus, non poſſe dividi, nullumque Diviſionis dari limitem, defendimus.

45. Inſinitum autem vocamus quod Finitum (id eſt, omne cujus magnitudo, quantumvis ingens, determinari poteſt) ſuperat; *Partes autem numero, omnem finitum numerum ſuperante, in quantitate finita contineri, ex conſideratione Progreſſionis geometricæ decreſcentis deducitur.*

Progreſſionem hanc Ex gr. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ &c. in Inſinitum poſſe continuari, nullumque dari continuationis limitem quis non videt? Omnium tamen terminorum ſummam nunquam excedere Unitatem; imò exactè Unitati æquaridemonſtramus, ſi reverà in Inſinitum continuatam concipiamus Progreſſionem.

46.
TAB. II.
Fig. I.

Sit linea AE Unitas; hujus dimidium AB eſt primus terminus $\frac{1}{2}$; BC dimidium reliqui eſt terminus ſecundus $\frac{1}{4}$; tertius terminus erit CD $\frac{1}{8}$; dividendo DE in duas partes æquales, habetur terminus ſequens; & eodem modo in Inſinitum continuari poteſt Series, ſemperque defectus ſummæ terminorum
Seri

Serici AB, BC, CD, &c. ab integrâ lineâ AE, ultimo termino ipsius Seriei æqualis erit, quantumvis hæc continetur. Quamdiu autem numerus terminorum est finitus denominator fractionis, ultimum terminum exprimentis, est numerus finitus, & ultimus terminus est pars finita, quâ summa Seriei ab Unitate deficit.

Si verò numerus terminorum omnem finitum numerum superet, denominator ultimi termini omnem numerum finitum superabit, partemque lineæ AE exprimet omni parte finitâ minorem, ideòque differentia, summam Seriei & lineam AE, inter, evanescet, id est erunt æquales quantitates hæ. Q. E. D.

Infiniti ideam non habemus; ideò ideis non assequimur, quæ de Infinito demonstramus; quæ tamen ex indubitatis principiis immediatè sequuntur, certa sunt, &c, quæ ex hisce deducuntur, etiam in dubium vocari nequeunt.

Innumera circa Materiæ Divisibilitatem captum nostrum superantia evidentiſſimè demonstrantur, inter hæc notatu maximè digna sunt, quæ spectant Curvam *Spiralem Logarithmicam* dictam.

De Spirali Logarithmica, & hujus Mensurâ.

Hujus Curvæ proprietas est, quod cum omnibus lineis, ad centrum Curvæ ductis, angulos efficiat inter se æquales. 47.

Sit centrum C: in A angulus Curvæ, id est tangentis ad Curvam, cum radio AC, nempe BAC, æqualis est angulo EDC, quem tangens, in puncto alio quocunque D, cum lineâ DC efficit

TAB. II.
Fig. 2.

Si angulus hic fuerit rektus, Spiralis in circulum se convertet, si autem fuerit acutus, ad centrum continuo Curvam accedere facile patet: non tamen nisi post infinitos gyros ad hoc pervenire poterit.

Ponamus revolutionem primam, posito Curvæ initio in A, terminari in F, & secundam in G; cum hæ eodem modo peragantur, similes sunt, magnitudine tantum differunt, & distantia à centro juxta eandem proportionem, minuitur; idcirco AC est ad FC, ut hæc ipsa ad GC, & omnes distantie à centro, successivis revolutionibus terminatæ, Progressionem efficiunt geometricam decreſcentem. Si F cadat in punctum medium inter A & centrum C. In quo casu angulus BAC paululum excedet 83. gr. 42'. Secunda revolutio terminabitur in G, puncto medio inter F & C, quod ad gyros sequentes etiam applicari debet: & punctum quod in Curvâ movetur in integrâ revolutione quacunque, accedendo ad centrum, percurrit dimidium distantie suæ à centro in principio revolutionis. Licet ergo ad distantiam à centro quantumvis exiguam pervenerit, non unicâ revolutione ad hoc pervenire poterit; auctoque numero revolutionum, quantum quis voluerit, nondum ultimam attinget, & numerus revolutionum omnem numerum finitum superabit.

48.

Ad centrum tamen Curvam pertingere, ibique terminari, etiam constat. Partes ipsæ enim Curvæ, à puncto Curvam describente, singulis successivis revolutionibus, percurſæ, Progressionem efficiunt geometricam. Nam eodem modo singulæ revolutiones formantur; & sunt inter se ut distantie à centro, quas Geometricam efficere Progressionem vidimus. Summa autem omnium terminorum talis Progressionis decreſcentis & in Infinitum continuatæ, est finita, ut hoc in casu peculiari demonstravimus * & simili ratione de omnibus probari potest.

49.

* 46.

50. Finita ergo etiam est summa, omnium Partium in singulis revolutionibus, à puncto percurrendarum, ut ad centrum perveniat: & punctum hoc *velocitate finita, tempore finito, centrum attinget, post peractos infinitos gyros.* Longitudinem viæ percurse sic determinamus.

TAB. II. 51. Sit portio Curvæ ABEG; cujus centrum C; quo eodem centro, radio CG; describatur circuli portio GL, secans lineam CA in L.

Fig. 3.

Concipiamus LA divisam in partes æquales, sed exiguas, AD, DI, IL, per quarum separationes concipiamus circulorum portiones, centro C descriptas, secantes Curvam in B & E; ductisque radiis BC, EC, formetur triangula rectangula ADB, BFE, EHG, in quibus propter exiguas AD, DI, IL, Hypotenusæ, licet portiones Curvæ, pro rectis haberi possunt; numerus enim partium in AL in Infinitum potest concipi auctus, manentibus, quæ huc usque sunt exposita, ut & iis, quæ sequuntur.

- * 26. El. 1. Triangula memorata sunt omnia similia inter se; quia sunt Rectangula, & præterea, ex naturâ Curvæ, angulos habent æquales BAD, EBF, GEH. Sunt etiam æqualia *, propter latera homologa æqualia AD, BF, EH, quod ex æqualitate partium AD, DI, IL, sequitur.

Ex A ducatur linea Ac, cum CA angulum efficiens CAc, æqualem angulo CAB; ad AC in centro C, & in punctis L, I, D, erigantur perpendiculares Cc, Lg, Ie, Db, secantes Ac in punctis c, g, e, b; ductisque bf & eb parallelis ad AC, formantur triangula ADb, bfe, ehg, similia & æqualia inter se, ut & triangulis ABD, BFE, EHG, ut ex constructione liquet.

Idcirco hypotenusæ Ab, be, eg, æquales sunt hypotenusis respondentibus AB, BE, EG, id est, linea Ag æqualis est Curvæ portioni ABEG.

52. Hinc patet quomodo portio quæcunque Curvæ mensuranda sit, Curvamque, æquari lineæ Ac, si ad centrum usque continetur.

SCHOLIUM II.

De Infinitorum Inæqualitate.

53. Non omnia Infinita esse æqualia, evidentissimè patebit, si consideremus lineam, quæ ad partem quamcunque extenditur, in Infinitum posse produci, talemque lineam Infinitam esse; minor tamen erit aliâ lineâ, quam partem utramque versùs productam concipimus in Infinitum, hanc etiam ambarum summa superabit.

Infinita linea continet numerum Infinitum pedum, duodecuplum numerum pollicum.

Infinitorum inæqualitatem etiam detegimus, comparando diversas Curvas Spirales Logarithmicas, in Scholio 1. indicatas.

- TAB. I. 54. Præter jam memoratam, & pro parte hic delineatam, Curvam, concipiamus & aliam spiralem Logarithmicam, ex A exeuntem, & ad centrum ita tendentem, ut duabus revolutionibus pertingat ad F; duabus aliis peringat ad G; quia duæ requiruntur revolutiones, ut accedendo ad centrum dimidium distan-

Fig. 2.

tia

tiæ ab hoc percurrat: numerus revolutionum in hac duplus est numeri revolutionum in Spirali primâ, quando æqualiter cum hac primâ ADF ad centrum accedit; duploque numero revolutionum ad centrum pertinget: utraque tamen Curva, nisi post infinitas revolutiones, ad centrum non accedit.

SCHOLIUM III.

De Infinitorum Classibus.

Quæ de Infinito omnium maximè paradoxa demonstrantur, ideæque nostras in immensum superant, sunt quæ spectant Infinitorum Classes varias.

Detur Curva ABC Parabola, cujus abscissâ quæcunque sit AD ordinata huic respondens DC.

Nota est hujus Curvæ proprietas, ordinatam mediam esse proportionalem inter abscissâ & determinatam quandam lineam, quæ Parameter dicitur: quare, si abscissâ quæcunque dicatur x , ordinata respondens y , Parameter a , in omnibus Parabolæ punctis habemus $\frac{a}{x} = \frac{y}{a}$; idè $ax = yy$ *: quæ ergò æquatio naturam Parabolæ exprimit. Evanescente x evanescit y , & Parabola cum AF, per A, parallelâ ad abscissâs, congruit, daturque tota infra hanc lineam, quæ illam tangit, & cum qua efficit angulum mixtum FAC.

Si augeatur a manente x augetur y , & sese expandit Parabola, aut potius formatur nova, in qua omnes ordinatæ ordinatas respondentes primæ Curvæ superant; ita ut Curva prima secundâ includatur, quæ inter primam & tangentem AF transit, minoremque angulum mixtum cum hac efficit. Parameter autem in Infinitum potest augeri, & eo in Infinitum minui angulus, quem cum tangente efficit Parabola; ut hoc de circulo jam demonstravimus*.

Servato axe AD & vertice A, detur alia Curva AEG, cujus ordinatæ dicantur z , quarum relatio, cum respondentibus abscissis x , exprimitur hac æquatione, $bbx = z^3$: b designat lineam constantem.

Augendo b augentur omnes z , & mutatur Curva in magis apertam, minuiturque angulus contactus, qui augendo b in Infinitum minui potest.

Habemus ergò duas Classes angularum decrecentium in Infinitum: harum autem integra secunda infinitè exigua est respectu primæ. Demonstramus enim angulum quemcunque in secundâ superari ab angulo quocunque, id est, utcunque exiguo, in primâ.

Sit c tertia proportionalis ipsis a & b , utcunque sumtis; ergò $ac = bb$. Multiplicando per c æquationem $ax = yy$, habemus $acx = yyc$, id est $bbx = yyc$. In secundâ Curvâ bbx valet z^3 ; ergò $z^3 = yyc$, si abscissâ x fuerit eadem in utraq; Curvâ.

Ex æquatione hac deducimus $z, c :: yy, z^3$: unde patet yy superari à z , id est, y minorem esse z , quamdiù hæc à c superatur, unde sequitur Curvam secundam dum ex A profluit, antequam z valeat c , inter tangentem & Curvam primam dari, quod universaliter obtineri hac demonstratione constat.

Ponamus nunc tertiam dari Curvam AI, cujus axis etiam est AD, & cujus æquatio, manentibus iisdem abscissis x , sit $d^3x = u^4$; u est ordinata quæcunque;

§5.
TAB. II.
Fig. 4.

* La Hire
sect. con.
lib. 3. pro.
2.

* 33.
§6.

§7.

§8.

que; & d linea determinata; hanc si augeamus, mutamus Curvam, & minui-
mus angulum quem Curva cum tangente AF efficit; formaturque hisce Curvis
tertia Classis angulorum, qui in Infinitum minui possunt, & in qua nullus da-
tur angulus, qui non superetur ab angulo quocunque in secundâ Classe.

Datis b & d quibuscunque, sit bb ad dd ; ut d ad quartam quam dicimus e ;
erit ergo $bbe \equiv d^3$, & Curvæ æquatio $bbx \equiv z^3$, multiplicatione per e , muta-
bitur in hanc $bbe \equiv d^3 x \equiv z^3 e$; idèdque $z^3 e \equiv u^4$, si agatur de iisdem ab-
scissis in utrâque Curvâ; idcirco u , $e :: z^3$, u^3 ; ergo u superat z , quamdiù e
superat u , & excundo ex A , Curva, cujus abscissæ sunt u , transit inter AF
& aliam Curvam. Q. D. E.

59. Curvæ, quarum æquatio est $f^4 x \equiv t^5$ positâ f quantitate determinatâ in sin-
gulis Curvis, & t ordinatâ quæcunque, dabunt novam Classem angulorum mino-
rum omnibus memoratis, & eodem modo Classes in Infinitum formari possunt;
semperque omnes anguli in Classe quacunque superantur ab omnibus angulis in Classe
præcedenti, & superant omnes angulos in Classe sequenti.

60. Inter duas Classes quascunque datur Series infinita Classium; quæ omnes eandem
propriètatē habent, ut angulus quicunque unius sit infinitè parvus respectu angu-
lorum Classis præcedentis, id est, ut ab omnibus superetur, & infinitè magnus
respectu Classis sequentis, cujus omnes angulos superat

61. Curvæ $ax \equiv yy$ & $bbx \equiv z^3$ Classes formant diversas; quia ordinarum di-
mensio z^3 in secundâ unitate superat dimensionem y^2 primæ Curvæ; demon-
strabimus autem Classes differre, quantumvis parum hæc dimensiones differant,
unde constabit propositum: quia inter hosce numeros 2 & 3 , & alios quoscun-
que, innumeri dari possunt, qui inter se differunt, quorum nulli, quantumvis
parum differentes dari possunt, inter quos iterum non alii innumeri dari possint.

Sit $ax \equiv yy$ & $g^{\frac{1}{15}} x \equiv s^{\frac{2}{15}}$ id est, $g^{\frac{1}{15}} x \equiv s^{\frac{2}{15}}$; ordinatas designat s ; & g

constantem lineam, quamdiù Curva non mutatur. Fiat u ad g , ita $g^{\frac{1}{15}}$ ad

quartam quantitatem, quæ dicatur $b^{\frac{1}{15}}$; ergo $g^{\frac{1}{15}} \equiv a b^{\frac{1}{15}}$; multiplicando per

$b^{\frac{1}{15}}$ æquationem $ax \equiv yy$ datur $ab^{\frac{1}{15}} x \equiv g^{\frac{1}{15}} x \equiv y^2 b^{\frac{1}{15}} \equiv s^{\frac{2}{15}}$; unde deduci-

mus $s^{\frac{1}{15}}$, $b^{\frac{1}{15}} :: yy$. Idcirco in viciniis puncti A , ubi s necessariò minor
est determinatâ b , erit etiam y minor s ; unde sequitur quod de angulis dictum.

62. Inter duas Classes quascunque quantitatum, quæ in Infinitum differunt, dari
in Infinitum Classes intermedias, in Infinitum quoque differentes, ex considera-
tione mediarum proportionalium etiam deducitur.

Si A sit Infinitè magnum respectu a , media quæcunque proportionalis b ,
inter has quantitates, minor est A , & major a , non tamen finitam habet ratio-
nem ad A aut a ; ratio enim A ad a componitur ex rationibus A ad b , & b ad
 a , & ratio ex duabus finitis rationibus composita est etiam finita; idèd cum A
& a in Infinitum differant, ratio inter A & b , aut b & a , omnem finitam ratio-
nem superat; quare etiam Infinita est. In Infinitum mediæ proportionales inter
duas quantitates dari possunt.

SCHO.

SCHOLIUM IV.

De Partium Subtilitate.

Pondus Auri, quo in n^o. 28. diximus Argentum deaurari, est $\frac{1}{60}$ ponderis 63. ipsius Argenti. Volumen Auri se habet ad volumen Argenti, quando pondera sunt æqualia, ut 10 ad 19, ergo volumen Auri quo Argentum obtegatur ad volumen ipsius Argenti obtekti, ut 1 ad 114. nam 10. 19.::60., 114.

Pes cubicus Aquæ ponderat libras $63\frac{1}{2}$, decies gravius est Argentum; ergo pes cubicus Argenti libras 635. pondo est.

Cubus est ad cylindrum, ejusdem diametri & altitudinis, circiter ut 14 ad 11; pondus ergo pedis cylindrici Argenti est librarum 499. aut unciarum 7984. Uncia una porrigitur in filum 14700. pedum, & in pede cylindrico datur filum 111776000. pedum, id est, tot dantur fila unius pedis.

Circulorum superficies sunt ut quadrata diametrorum, ideò quadratum diametri fili ad quadratum unius pedis, ut 1. ad 111776000; quorum numerorum radices sunt 1 & 10572, in qua ratione sunt dictæ diametri: est ergo fili diameter $\frac{1}{10572}$ pedis, aut $\frac{1}{881}$ pollicis. Aurum circumponitur & volumen augetur $\frac{1}{114}$, id est, sectio circularis fili ea quantitate augetur, quod fiet si filo circumponatur lamina, cujus crassities est pars quarta partis $\frac{1}{114}$ diametri, area enim circuli habetur multiplicando circumferentiam per quartam diametri partem.

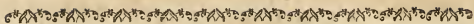
Est ergo Auri crassities $\frac{1}{456}$ diametri fili, quæ est $\frac{1}{881}$ poll. ita ut Auri crassities sit $\frac{1}{401736}$ pollicis.

Fila hæc tenuia deaurata, ut filis sericis circumvolvantur, plana fiunt, quæ superficies ad minimum triplicatur, & in eadem ratione crassities Auri minuitur, ita ut sit $\frac{1}{1205208}$.

Non æqualiter in omnibus punctis filum deauratur, & Auri crassities in quibusdam locis fortè duplo minor est, quare nihil à vero remotum ponimus, si crassitiem, ubi hæc minima est, determinemus $\frac{1}{2000000}$ pollicis; id est millesima pars pollicis in bis mille partes dividitur.

Talis æstu datur auri divisio; ideòque Particulæ, quæ arte separantur, non majorem diametrum habent, & talium Partium in spherâ aureâ unius pollicis dantur 8. 000. 000. 000. 000. 000.; & in arenulâ minimâ, cujus nempe diameter est pars centesima pollicis, dantur Particulæ 8. 050. 000. 000. 000. Particula itaque se habet ad arenulam, ut hæc ad globum, cujus diameter superaret 16. pedes, & non majorem numerum arenularum contineret globus hic, quàm Particularum continet arenula. Globus verò continet 4096. globos unius pedis.

CAPUT



C A P U T V.

*De Cohæsione Partium, ubi de Duritie, Mollitie, Fluiditate,
& Elasticitate.*

64. **O**Mne Corpus, quod in sensus nostros cadit, ex Particulis quàm minimis constat, nulla harum in se est indivisibilis, nostri respectu omnes sunt, divisio enim quæ à nobis fieri potest, est Particularum separatio.

Si major in hac separatione desideretur Actio; aut separatio in minimo Partium motu detur, ita ut in exiguâ Corporis inflexione frangatur hoc, Corpus *Durum* vocatur.

Si Partes faciliùs cedant, & cum sub-lapsu Partium introcedant *Molle* dicitur.

Sed hæc in significatione vulgari, Actio magna & minor nihil determinati denotant, & Corpus *Durum* respectu unius Hominis, alteri *Molle* videtur.

D E F I N I T I O I.

65. *Philosophicè Corpus Durum vocatur, cujus Partes inter se Cohærent & neutiquam introcedunt, ita ut minimo Partium motu, frangatur Corpus.*
66. Corpus tale perfectè *Durum* nullum novimus, sed eò magis *Dura* dicuntur Corpora, quò magis ad hanc perfectam accedunt *Duritiem*.

D E F I N I T I O 2.

67. *Philosophicè Corpus Molle vocatur cujus Partes introcedunt & sublabuntur, quamvis, nisi mallei ictibus Partes non cedant.*

D E F I N I T I O 3.

68. *Corpus cujus Partes impressioni cuicunque cedunt & cedendo facillimè moventur inter se, vocatur Fluidum.*

Hæc

Hæc omnia à Cohæſione Partium pendent, quò ar- 69.
etior hæc eſt, eò magis ad Duritiem Corpus accedit.

Durities verò Particularum minimarum ab harum Soli- 70.
ditate non differt, & eſt proprietas ex ipſius Corporis
naturâ fluens, quæ non magis explicanda eſt, quàm qua-
re Corpus ſit extenſum, & Mens cogitet.

An omnia Corpora ex Particulis æqualibus & ſimili- 71.
bus conſtent difficulter determinari poterit, & circa cau-
ſam Cohæſionis Particularum adhuc multa obſcura ſunt.

Naturæ Leges, quæ hîc locum habent, ex Phænomenis
deducuntur.

Cohæſionis Lex peculiaris eſt, omnes Particulas Vi Attractivâ 72.
gaudere, id eſt, ſi vicinæ fuerint, ſponte ad ſe mutuò
tendunt; cujus motûs cauſa nos latet, ſed cùm motum
hunc generaliter locum habere obſervemus, & huic Par-
ticulæ omnes ſubjiciantur, ipſum inter Leges Naturæ re-
*ferimus *.* * 7.

DEFINITIO 4.

Attractionem vocamus Vim quancumque quâ duo Corpora ad 73.
ſe invicem tendunt; etſi fortè hoc per impulſum fiat. Hoc
nomine Phænomenon, non cauſam designamus.

Non in hiſce vulgarem hujus vocis ſignificationem mu-
tamus. Generaliter enim dicimus, Corpus Attractione
moveri quotieſcunque hoc ad aliud Corpus tendit, ſi
hujus præſentia ad motum hunc producendum deſidere-
tur. Eo ſenſu dicimus, Magnetem ad ſe trahere ferrum,
Hominem ad ſe trahere Corpus, quod fune alligatum, Ho-
minis hujus Actione, ad hunc ipſum tendit. Hæc de cau-
ſâ in multis occaſionibus non dubitamus ad *Attractio-* 74.
nem referre motus, in quibus impulſus manifeſtus eſt,
effectum ipſum, & nil præter hunc, ad cauſam non at-
ten-

tendendo, voce Attractionis exprimimus. Hanc autem *solum, quam dari inter minimas Corpora componentes Particulas observamus, inter Leges Naturæ referimus.*

75. *Hæc autem Attractio minimarum Particularum hisce Legibus subjicitur, ut in ipso Particularum contactu sit perquam magna, & subito decreseat, ita ut ad distantiam quàm minimam, quæ sub sensus cadit, non agat; imò etiam ad majorem distantiam sese mutet in vim repellentem, quâ Particulæ sese mutuo fugiunt.*

Ope hujus Legis multa Phænomena facillimè explicantur, & innumeris Experimentis, præcipuè Chemicis, Attractio hæc & Repulsio plenissimè probantur, etiam sequentibus Experimentis ipsas has dari satis manifestum est.

EXPERIMENTUM I.

76. In omnibus Corporibus Fluidis Partes omnes sese mutuo attrahere deducimus, ex figurâ sphericâ quam Guttæ semper habent; ex eo etiam quod nullum detur Fluidum, cujus Partes non sint quasi conglutinatæ, quod in Mercurio clarè apparet.

EXPERIMENTUM 2.

77. Sed multò meliùs hæc mutua Particularum Attractio probatur, ex eo quòd in omnibus Fluidis duæ Guttæ ut A & B, statim ac se invicem quàm minimè tangunt, in unam Guttam majorem F redigantur; quæ omnia cùm etiam in metallis liquefactis locum habeant, sequitur Particulas, ex quibus hæc constantur, & tùm sese mutuo attrahere, cùm motu Ignis à junctione arcentur.
78. Tribuendus est motus hicce Actioni agenti aut in Guttæ superficiem externam, aut in singulas minimas, ex quibus Gutta constat, Particulas.

Actioni in superficiem non posse adscribi, pisi fingamus

TAB. I.
Fig. 2.

mus pressionem ab omni parte æqualem clarum est; tali verò pressione Guttæ figuram minimè mutari posse in cap. 3. lib. 11. ex Legibus pressionis Fluidorum, deducemus.

Primo etiam intuitu patet in Guttâ ovali *abcd* pressionibus in superficies *ab* & *cd* superare pressionibus in superficies *ac*, *bd*, si ab omni parte Gutta æqualiter prematur. Non potest tamen Gutta rotunda fieri, quin pressionibus hæc minores majores vincant, quod est absurdum.

Actio ergò datur in singulas minimas Particulas. Hac singulæ aut ad vicinas tendunt, aut ab his removentur: non separantur; ergò motus nisi Actioni, quâ Particulæ singulæ ad vicinas tendunt, adscribi non potest, quem motum Attractionem vocamus *.

Positâ hac, quò major est numerus Particularum se mutuò attrahentium inter duas Particulas, eò majori Vi se mutuò versùs feruntur, & motus in Gutta continuatur, donec distantia inter puncta opposita in superficie sint ubique æquales, quod in solâ figurâ sphericâ locum habet.

Qui hujus Attractionis causam detegeret, magnum quid in Physicis præstaret, nos tantùm illam dari asserimus, & Cohæsionis esse causam immediatam: universalem etiam esse ex ante dictis deducimus *.

Multa Corpora Attractione hac agunt in Corpora extranea, datâ Partium applicatione satis immediatâ.

Exempla pauca dabo, in quibus effectus Attractionis hujus sunt maximè notabiles.

EXPERIMENTUM 3.

Abrasis paululùm superficiebus duorum Globorum plumborum ita, ut duas habeamus superficies, exiguas, planas,

nas, benè nitidas, si hæ ad se invicem applicentur & compressione detur, propter molle metallum, paucarum Partium immediata applicatio, arctam habebimus inter Globos CohæSIONem, quæ eò major erit, quò plurimarum Particularum datur contactus mutuus, & quantumvis sit exigua, semper admodum superabit exiguam illam CohæSIONem quæ Aëris pressioni tribui potest.

EXPERIMENTUM 4.

82.
TAB. III.
Fig. 2.

Tubuli vitrei exigui *tt*, *tt*, *tt*, ab utrâque extremitate aperti, Aquâ immerguntur, ut in schemate representantur. Aqua in eos sponte ascendit, & ad majorem altitudinem quò diameter tubuli est minor. Tubuli, si admodum angusti fuerint, dicuntur Capillares; sed in majoribus, quorum ex. gr. diametri æquant sextam pollicis partem, Experimentum etiam procedit.

Effectum hunc pressioni Aëris tribuendum non esse, sequenti Experimento liquet.

EXPERIMENTUM 5.

83.
TAB. III.
Fig. 3.

Suberi B junguntur Tubuli *tt*, *tt*, &c. Cylindro tenuiori æneo AE, per operculum O recipientis vitrei R penetranti, annectitur suber; deinde ope Machinæ pneumaticæ Aër ex recipiente R, orbi hujus Machinæ imposito, exhauritur, & motu cylindri AE, Aquâ, vitro CD contentâ, immerguntur tubuli; Aqua in eo casu eodem modo ac in Experimento præcedenti in eos ascendit. Quomodo filum sine ingressu Aëris moveri possit, in sequentibus, dicetur.

EXPERIMENTUM 6.

84.
TAB. III.
Fig. 4

Vitrea duo plana ABCD junguntur in AB, at in CD interpositâ laminâ paululum separantur; margines CB Aquâ, aliquo colore tinctâ, immerguntur ita, ut late-

ra AB & CD sint verticalia; antea iisdem Planis intus eodem liquore madefactis.

Aqua inter hæc Plana, Planorum Attractione, ascendit, & ad maiorem altitudinem ascendit pro minori inter Plana distantia; cum vero continuò à CD, versùs AB, minuatur hæc, aqua ubique ad diversas altitudines ascendit, & terminatur lineâ curvâ, exactè circinatâ, *efg*.

EXPERIMENTUM 7.

ABCD sunt duæ Laminæ vitreæ planæ, junctæ in AB, in CD verò paululùm separantur, interpositâ Laminâ cujuscunque materiæ. Pede ligneo sustentur. Ad horizontem inclinantur Laminæ, elevando partem illam ad quam Laminæ conveniunt, nempe AB. Præstatur hoc mediante Cochleâ HI; cujus pars exterior est solidum L, cum pede cohærens, motu autem Cochleæ ad libitum variatur Planorum inclinatio.

Gutta Aquæ, aut Olei, G interponitur ita, ut ambo Plana, antea eodem liquore madefacta, tangat; ab utroque Plano attrahitur, sed Attractio majorem in Guttam edit effectum, ubi Plana minùs distant, id est, in *e* quàm in *f*; Gutta idèò *e* versùs movetur, id est, ascendit, & eò celerius quò altiùs ascendit, superficiebus quibus Gutta vitra tangit, crescentibus ubi distantia inter Plana minuitur. Angulus inclinationis Plani ita potest augeri, ut gravitas Guttæ æquè polleat cum effectu Attractionis, & tunc Gutta quiescit; & si in eo casu magis elevetur Planorum pars AB, Gutta descendit, propter Guttæ gravitatem præpollentem.

EXPERIMENTUM 8.

Mercurius Auro & Stanno sese jungit; etiam Aqua, & Oleum, Ligno & Vitro nitido adhærent.

C 3

Re-

85.
TAB. I.
Fig. 4.



87. Repulsionis exempla habemus inter Aquam & Oleum, & in genere inter Aquam & omnia Corpora pingua, inter Mercurium & Ferrum, ut & etiam inter Particulas pulveris cujuscunque.

EXPERIMENTUM 9.

88. Si frustum Ferri Mercurio imponatur, hujus superficies deprimitur circum Corpus immersum, ut circum Globos A & B repræsentantur (*Fig. 6.*); & eodem modo, ac in casibus ubi Vis Attractiva locum habet, superficies Fluidi circum Corpora immersa altior est, ut circum Globos A & B (*Fig. 5.*), & gravitate ad Libellam non defluit; sic in hisce, ubi Vis Repellens Actionem suam exerit, Fluida pondere suo non defluunt ad implendas cavitates, quæ circum Corpora immersa formantur.

89. Cavendum autem ne cavitatem hanc Attractioni Particularum Mercurii tribuamus. Hæc fateor, talis formari posset cavitas, quamvis à Vitro attraheretur Mercurius, si hæc Attractio minor esset illâ, quâ Particulæ Mercurii sese mutuo attrahunt. Sed rem ita sese non habere sequenti Experimento constat.

EXPERIMENTUM 10.

90. In Tubum vitreum curvum BAE, cujus crus alterum angustum sit, habeatque diametrum E duodecimam pollicis partem non superantem, posito primo crure latiori BC, infundatur Mercurius; ubi hic quiescet, inæquales in cruribus erunt Mercurii altitudines, & in latiori crure major.

Depressionem autem Mercurii in angustiori crure non Gravitati tribui posse quis non videt? Non etiam Attractioni Partium, quâ pondus non potest mutari. Pendet

det ergò effectus à Vitri Actione, cujus Attractio, quando de Aquâ agitur, ipsam elevat, & cujus Repulsio Mercurium deprimit.

Attractioni & Repulsioni tribuenda sunt Phænomena 91.
Globorum Fluidis innatantium; quando Fluidum attrahunt, hoc ab omni parte circa eos ascendit, ut in *f*, *g*, *b*, *i*, (*Fig. 5.*); quando Fluidum repellunt, hoc ab omni parte excavatur, ut in *f*, *g*, *b*, *i*, (*Fig. 6.*). *
TAB. I.
Fig. 5, 6.

Si in vase, in quo Experimenta fiunt, Fluidum à lateribus vasis attrahatur, ab omni parte sustinetur, & juxta latera altius est, ut in *e*, *l*, (*Fig. 5.*): quando vas ita repletur, ut Fluidum ab omni parte defluat, Attractione mutuâ partium, altius est in medio quàm ad latera, & superficiem convexam format CBD in vase A. 88.
TAB. I.
Fig. 7.

Ex hisce solis sequentia Experimenta explicantur.

EXPERIMENTUM II.

Quando vitreum vas non omninò Aquâ impletur, 92.
Globus vitreus, si, ad distantiam non admodum magnam à latere vasis, aquâ imponatur, latus versùs fertur & ei sese jungit. Globus ab omni parte æqualiter ab Aquâ premitur, quando autem accedit ad latus vasis ita, ut duæ elevationes *e*, *f*, concurrant, Vis, quâ ibi Aqua elevatur, tollit pro parte pressionem; & pressio à parte oppositâ præpollet; elevationes autem magis sese extendunt quàm apparet. Eodem modo duo Globi ad certam distantiam sese mutuò petunt.
TAB. I.
Fig. 5.

EXPERIMENTUM 12.

Quando vas repletur ita, ut Aqua defluat, Globus à latere vitri sponte medium versùs fertur; Vi, quâ Aqua in medio, magis elevatur, ab eâ parte pressionem minuentem. 93.
TAB. I.
Fig. 7.

Ex-

EXPERIMENTUM 13.

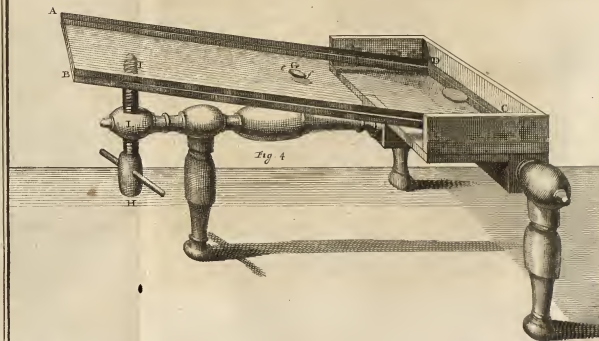
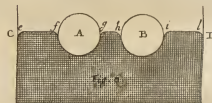
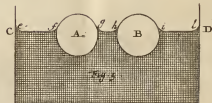
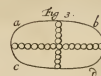
94. Duo Globi ferrei Mercurio, Vitro contento, impossiti sese mutuò etiam petunt. Hi quoque ad latera Vitri feruntur: Utriusque Phænomenon ratio hæc est; cavitates
- 96. circum Globos, ut & ad latera Vitri dantur*; ubi cavitates junguntur pressio minuitur, & illam partem versùs Globus uterque fertur.
95. In crySTALLISATIONIBUS etiam pulcherrima Attractionis exempla habemus.

DEFINITIO 5.

96. *Elasticitas, vocatur Corporum proprietas, quâ, si Figura horum Vi aliquâ mutetur, hac cessante, spontè ad pristinam Figuram redeunt.*

Si Corpus quoddam sit compactum, flectat se, & cum prematur, introcedat, sine ullo Partium suarum sublapsu, Corpus revertet ad Figuram suam Vi illâ, quæ ex mutuâ suarum Partium Attractione oritur.

97. Illam verò Aëris proprietatem, quæ hujus *Elasticitas* dicitur, oriri ex Vi, quâ partes sese mutuò repellunt, suo tempore dicetur.
98. Et ne quis dicat, quia causam prædictæ Attractionis & Repulsionis non damus, has inter Qualitates occultas esse referendas. Cum Newtono respondemus, „ nos „ illa Principia considerare, non ut *occultas Qualitates*, „ quæ ex *specificis* rerum *Formis* oriri finguntur; sed ut „ *universales* Naturæ *Leges*, quibus res ipsæ sunt formata; nam Principia quidem talia reverà existere „ ostendunt Phænomena Naturæ, licet, ipsorum causæ quæ sint, nondum fuerit explicatum. Affirmare „ singulas rerum species *specificis* præditas esse *Qualitatibus occultis*, per quas eæ Vim certam in agendo habent,



„ beant, hoc utique est nihil dicere. At ex Phæno-
 „ menis Naturæ duo vel tria derivare generalia motus
 „ Principia, & deinde explicare quemadmodum pro-
 „ prietates, & actiones rerum omnium, ex Principiis
 „ istis consequuntur; id verò magnus esset factus in Phi-
 „ losophia progressus, etiamsi Principiorum istorum cau-
 „ sæ nondum essent cognitæ.

S C H O L I U M I.

De Effectu, Attractionis Vitri in Aquam generaliter considerato.

Singulæ Particulæ aquæ, ad exiguam à Vitro distantiam, ab hoc attrahuntur; 99.

id est, per lineas rectas tendunt ad singulas Vitri Particulas, quarum distantia non superat illam, ad quam Vitrum & Aqua in se mutuo agere possunt. Sit Vitri superficies AB; Particula C; hæc ad Vitrum tendit per lineam CD, ad superficiem perpendicularem; tendit etiam ad punctum e, sed eodem tempore æquali vi tendit ad omnia puncta in superficie æqualiter cum e à D distantia, id est, in circumferentiâ circuli posita, cujus diameter est ef: propter harum omnium Virium æqualitatem non poterit punctum magis ad punctum unum ferri, quàm ad aliud; idèò, omnibus Viribus simul agentibus, Particula etiam trahitur per CD. Similem demonstrationem aliis Particulis Vitri, in *Aque Particulam* agentibus, applicando constabit, hanc ad Vitrum tendere per lineam ad superficiem hujus perpendicularem

TAB. II,
Fig. 5.

100.

Detur super plano Vitreo AB Gutta G. Particulæ singulæ, parum à Vitro distantes, ad hoc directè tendunt, Particulasque quibuscum coherent secum trahunt; unde in Gutta oritur motus similis illi, qui in Gutta daretur, si plano CD, ad AB parallelo, hoc versùs premeretur; effectus enim hujus Pressionis cum effectû Attractionis congruit; hac Pressione autem Gutta sese expanderet quaquà versum; ergo expansio hæc quoque est effectus Attractionis.

TAB. II,
Fig. 6.

Sit AB Aquæ superficies; huic pro parte immergatur perpendiculariter Vitreum planum FD, cujus crassitiem hic representamus. Aqua à plano attrahitur*, & conatur quaquà versum super plano sese expandere quasi premeretur juxta directionem BD*. Hoc motu tantum agitantur particulæ in D, motibus contrariis infra superficiem sese mutuo destruuntibus; elevabitur idèò Aqua, & ascendente sequetur illa, quæ cum ipsa cohæret, sustinebiturque ita Aqua à Vitro, ut pondus Aquæ elevatæ valeat Vim quâ elevatur

101.

102.

TAB. II,

Fig. 7.

* 100.

* 101,

Sit altitudo hæc, quam justo majorem representamus, DC; sustinetur autem Aqua à CDG solâ Vi, quâ particulæ in C sursum pelluntur: nam ubi A-

D

qua

- * 101. qua quiescit, Vires, quibus Aqua inter C & D sese quaquà versum expandere
 103. conatur *, sese mutuo destruunt: particula ex. gr. in e aequaliter sursum & deorsum pellitur. Vis ergo quæ sustinet Aquam, proportionem sequitur latitudinis superficiei, juxta quam Aqua ascendit, mensurate, ad altitudinem ad quam Aqua pertingit, in lineâ ad superficiem ipsius Aquæ parallelâ: quam eandem rationem sequitur pondus Aquæ elevatae.

S C H O L I U M II.

De Tubis Capillaribus.

- * 81. A Quam in Tubos vitreos minores sponte adscendere vidimus *, quod quomodo fiat nunc evidenter patet. Quantitas autem Aquæ, quæ sustinetur, sequitur rationem circumferentiæ superficiei Aquæ elevatae *, & circumferentia hæc, si agatur de Tubis cylindricis, perpendiculariter immersis, ad instar diametri ipsius Tubi crescit aut minuitur.
 105. Sint duo Tubi quorum diametri dicantur D, d; altitudines Aquæ in Tubis A, a; quantitates Aquæ elevatae erunt inter se ut $D^2 \times A$ ad $d^2 \times a$ *, idè $D^2 \times A$,
 * 2. 11. 14. El. XII. $d^2 \times a :: D, d$ *, dividendo antecedentia per D^2 , & consequentia per d^2 habemus, $A, a :: \frac{1}{D}, \frac{1}{d}$, id est, altitudines sunt inversè ut diametri.

S C H O L I U M III.

De Adscensu Aquæ inter Plana, de quo in n. 84.

106. S Int AC, BC, lineæ representantes Planorum sectionem horizontalem in
 TAB. II. superficie Aquæ; ponamus spatium, angulo ACB contentum, dividi
 Fig. 8. lineis ut *de, fg, bi, lm*, &c. parùm admodum, sed æqualiter, à se mutuo distantibus; manifestum est æquales Aquæ quantitates in spat. *dfeg, himl*, elevari *, ibique idè dari prismata æqualia, quorum altitudines sunt inversè ut bases *, hæc autem bases, quia pro parallelogrammis haberi possunt, & latitudines *df, bl*, habent æquales, sunt inter se ut *de* ad *bi* *, quæ sunt ut *d* C ad *b* C.
 * 103. Deducimus ex his curvam *efg* esse Hyperbolam, cujus Asymptoti sunt lineæ
 * 34 El. XI. AB, in quâ Vitra sese mutuo tangunt, & BC, superficies Aquæ *. Propter
 * 1. El. VI. angulum rectum ABC Hyperbola est æquilatра *, examinavimus enim casum in quo linea, in quâ Vitra sese mutuo tangunt, ad superficiem Aquæ perpendicularis est.
 TAB. III. Facile etiam confertur altitudo in Tubo cum altitudine inter Plana.
 Fig. 4. Sit Tubi cylindrici sectio M, cujus semidiameter æqualis est distantie *ed* inter
 * La Hire. S. C. l. IV. Plana. Clarum est Vim, quæ sustinet prismâ aqueum, cujus basis est *def*, proportionem sequi lineæ *df*; ambabus enim *df* & *ed* proportionalis est Vis quæ
 p. 2. * ibid. l. V. Parallelopipedum, cujus basis est *dfeg*, sustinet *.
 P. 13. 107. Fig. 8.

In Tubo Vis, quæ sustinet prisma, cujus basis est np , proportionalis est arcui np ; quia tota circumferentia proportionalis est illi, quæ integrum aqueum cylindrum, Tubo contentum, sustinet. Si np & df fuerint æquales; Vires quæ prismata sustinent æquales sunt; ideoque & ipsa prismata æqualia; sunt etiam in hoc casu bases nop , def , æquales, quare prismaticum altitudines non differunt, & Aqua in Tubum & inter Plana ad eandem adscendit altitudinem.

Variari multis modis potest experimentum de adscensu Aquæ inter Plana.

Nimum longum & satis inutile foret, omnia quæ huc spectant perpendere; satis est casum præcipuum examinasse; Circa duos alios in quibus angulus ABC , quem linea, in quâ Vitra junguntur, cum superficie Aquæ efficit, est acutus aut obtusus, manentibus planis Vitreis ad Aquæ superficiem perpendicularibus, notabo, Aquam etiam terminari Hyperbolicâ linæ, cujus Asymptotus una est Aquæ superficies; altera habetur erigendo perpendicularem BF ad CB , in puncto B ; Asymptotus quæsitæ erit BE , quæ dividit bifariam FD , perpendicularem in puncto quocunque ad BF , & terminatam linæ BA .

Si DF per punctum D Hyperbolæ transeat, BF erit semidiameter conjugata cum semidiametro BD .

In Fig. 10. ultra F Hyperbola non continuatur; Aqua tamen ulterius adscendit, sed aliâ terminatur Curvâ.

In Fig. 9. quamvis Hyperbola vitrorum latera juncta secet in D , non ibi adscensus Aquæ terminatur, sed ad certam, & quidem pro diverso, quem inter se Vitra continent, angulo, diversam ab AB distantiam, ab Hyperbolâ deflectitur curva, adscensusque juxta BA continuatur. Ubi enim exigua admodum est inter Vitra distantia Attractiones oppositæ sese mutuo jurant, quo augetur Aquæ adscensus. Simile augmentum actionis in N^o . sequenti memoratur; in Luminis Attractione à Corporibus etiam locum habet, ut notamus in Numero ultimo cap. 1. Lib. 4.

108.
TAB. II.
Fig. 9. 10.

109.

SCHOLIUM IV.

De motu Gutte in n. 85.

Concipiamus Plana, inter quæ Gutta movetur, secari alio Plano, ad dicta Plana, & ad lineam in qua junguntur, perpendiculari: hanc figura representat sectionem; sed cum motus ab inclinatione Planorum ad se invicem pendeat, hanc iusto majorem representamus, ut & distantiam inter Vitra, & distantiam ad quam Vitrum in Oleum agit.

Sint Plana AB , CD ; Gutta $ceff$; gb distantia ad quam Vitrum Oleum trahit: omne ergo Oleum inter $eibf$ ad Planum trahitur, & conatur sese quaquâ versum super plano expandere*; non autem potest, propter coherentiam partium Gutte, & Vires oppositas in e & f , quæ sese mutuo destruunt; Guttaque, si plana parallela forent non moveretur. Nunc verò, quia Actio Attractionis perpendiculariter dirigitur ad Vitrum, Oleum, in spatio flb , à superficie fg attrahitur; ceditque, quia nullâ Actione contrariâ destruitur hæc; quo motu agitur tota Gutta, cujus partes coherent inter se. Tendit idcirco Gutta illam partem versum in quâ Vitra concurrunt, quamdiu Planorum incli-

110.
TAB. II.
Fig. 11.

* 109.

ratio ad horizontem talis est, ut Vis, quâ Gutta gravitate super Plano conatur descendere, minor sit illâ, quâ ex Attractione sursum fertur.

Ubi autem exigua est inter Vitra distantia, Attractiones oppositæ sese mutuò juvant, Visque magis augetur quàm ad instar diametri Guttæ, quod augmentum in ratione diametri, ex superius demonstratis deduci faciliè potest.

C A P U T VI.

De Motu in genere, ubi de Loco & Tempore.

111. **M**otus est translatio de Loco in Locum, sive continua Loci mutatio. Quisque illius habet ideam, quæ simplex est, & verbis explicari nequit.

112. *Locus est Spatium à Corpore occupatum, cujus idea etiam simplex est.*

Duplex hic est, verus seu absolutus, & relativus.

DEFINITIO 1.

113. *Locus verus est pars Spatii immobilis, quæ à Corpore occupatur.*

DEFINITIO 2.

114. *Locus relativus, qui solus sensibus distinguitur, est situs Corporis respectu aliorum Corporum:*

Sæpè mutatur Locus verus manente relativo, & vice versa.

115. *Unde Motus alter est verus, seu absolutus, alter relativus.*

Dùm Corpus movetur, Tempus labitur.

116. *Tempus etiam duplex est; verum seu absolutum, & relativum.*

117. *Verum nullam habet relationem ad Motum Corporum, neque ad successionem idearum in Ente intelligenti, sed suâ naturâ semper æqualiter fluit.*

DE-

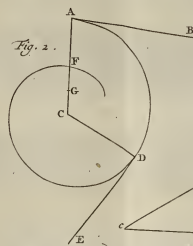


Fig. 1.

A B C D E

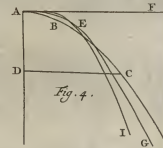
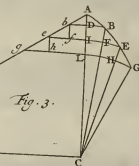


Fig. 4.



Fig. 8.

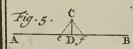


Fig. 5.

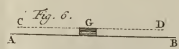


Fig. 6.

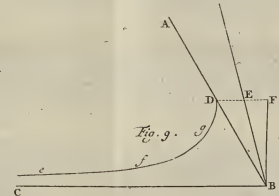


Fig. 9.

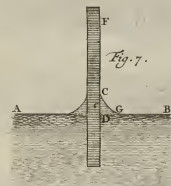


Fig. 7.

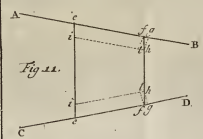


Fig. 11.

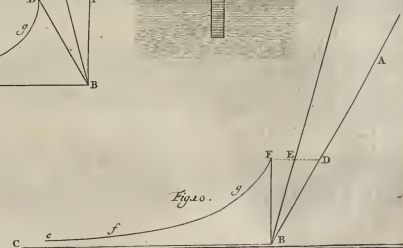


Fig. 10.



184
12

DEFINITIO 3.

Tempus relativum est pars Temporis veri per Motum Corporum mensurata, hoc idearum successione percipitur. 118.

Motus omnis potest celerior fieri, & etiam Corpus tardius quàm ante potest moveri; successio etiam idearum accelerationem & retardationem admittit; unde sequitur Tempus relativum à vero differre, hoc enim nunquam citius, nunquam tardius fluit.

DEFINITIO 4.

Illa Motûs affectio, quâ in certo Tempore certum Spatium à Corpore moto percurritur, vocatur Celeritas aut Velocitas; quæ ergò major aut minor est pro magnitudine hujus Spatii, & huic Spatio semper proportionalis est. 119.

Spatium percursum etiam ad instar Temporis augetur, si Velocitas maneat. 120.

Idèò generaliter Spatium percursum sequitur rationem compositam Temporis & Velocitatis. 121.

Datis variis Corporibus, si pro singulis Velocitas multiplicetur per Tempus, producta erunt ut Spatia percurfa.

DEFINITIO 5.

Motûs directio est recta, quæ ducta concipitur partem versùs ad quam tendit mobile. 122.

DEFINITIO 6.

Potentia, aut Pressio, est vis continua in Corpus agens ad hoc ex Loco movendum, & quæ actionem in Corpus exercere potest, hoc non moto, aut Motu jam impresso non mutato. Si nempe Pressionis Actio contrariâ Pressione destruat. 123.

Potest Pressio in Loco agere, quo distinguitur ab actione Corporis Vi insitâ agentis, quæ Actio semper est de Loco in Locum.

L I B E R I.

Pars II. De Actionibus Potentiarum.

C A P U T VII.

De Actionibus Potentiarum comparandis.

124. *P*ressiones, id est, Potentiarum Actiones, *æquales* esse has, quæ *æqualibus temporibus æquales edunt Effectus*, primo intuitu patet.

Pressionem contrariam posse vincere Pressionem, in
125. dubium nemo vocabit. *Pressiones æquales, contrariè agentes, sese mutuo destruere, & has esse æquales quæ sese mutuo destruunt*, si pro axioma non habeatur, ex proximè præcedenti Propositione haud difficulter deduci poterit.

126. Ex quibus patet, *Pressiones esse inter se ut Effectus æqualibus temporibus editos.*

127. Si prematur *Obstaculum*, & hoc ex loco non recedat, contrariâ Pressione destruitur *Pressio*; aliter enim hæc nullum ederet effectum. Si ergo non contrariâ Pressione destruat, cedit *Obstaculum*. Hic non consideranda est quæ in quibusdam occasionibus *Obstaculo* communicatur *Vis*, quâ in motu perseverat *: *Agitur tantum, in totâ hac parte secundâ, de Translatione, quæ est effectus immediatus Pressionis, & quæ semper tantum sola locum habet in momento primo infinitè exiguo, quando Actione Potentiæ Obstaculum movetur.*

129. Cum effectus Pressionis, contrariâ Pressione non destructæ, sit *Obstaculi translatio*, sequitur, *Actio es variarum*

rum

rum Potentiarum, contrariis Pressionibus non destructas, tantum inter se posse differre respectu Obstaculorum in quæ agunt Potentie, & respectu Spatiorum ab Obstaculis certò tempore percursorum.

DEFINITIO.

Magnitudinem Pressionis, consideratam cum relatione ad Actionem in Obstaculum quiescens, sed sibi permissum, id est capacitatem agendi, quando contraria Pressione non destruitur Pressio, vocamus Potentie Intensitatem. 130.

Sunt igitur Potentiarum Intensitates, ut Actiones in Obstacula, quæ Pressionibus transferuntur. 131.

*Si æqualibus temporibus per Spatia æqualia Obstacula cedant, Potentiarum Intensitates sunt ut Obstacula *.* 132.
* 126. 129.
131.

*Si Potentie in Obstacula æqualia agant, Potentiarum Intensitates sunt ut Spatia per quæ, æqualibus temporibus, Obstacula transferuntur *.* 133.

*Si autem & Obstacula & Viæ ab his, æqualibus temporibus, percurse differant, sunt Potentiarum Intensitates ut Obstacula, & ut Viæ percurse *, id est, in harum ratione composita.* 134.
* 126. 129.
131.

Ex. gr. si unius Potentiæ Actio fuerit in Obstaculum duplum, & per Spatium triplum removeatur; Actio, ideòque Potentiæ Intensitas, erit bis tripla, aut ter dupla, nempe sextupla. Ratio hæc composita habetur si, datis numeris in ratione Obstaculorum, & aliis in ratione Spatiorum percursorum, pro singulis Potentiis, Obstaculum per Spatium ab hoc percursum multiplicetur; producta enim habebunt quæsitam compositam rationem.

Si ergò numeri dentur, qui Intensitates Potentiarum variarum, exprimant, erunt hi ut producta Obstaculo- 135.

ftaculorum per Spatia; ergò si finguli ex datis numeris per Spatium ab Obstaculo suo percursum dividantur, quotientes erunt ut ipsa Obstacula.

- Idè eò majora sunt Obstacula, quò Intensitates sunt
 136. majores, & Spatia percurfa minora; id est, *Obstacula sunt in ratione composita directæ Intensitatum, & inversæ Spatiorum percurforum.*

Si numeri, qui exprimunt producta Obstaculorum per Spatia, id est, qui Potentiarum Intensitates exprimunt, finguli dividantur per numeros, qui Obstacula designant, quotientes erunt ut Spatia; quæ ergò sunt directæ ut Intensitates, & inversè ut Obstacula.

138. Potentiarum Intensitates sunt æquales, si Spatia percurfa fuerint in ratione inversa Obstaculorum. Quantum enim Potentia una respectu Obstaculi alteram superat, tantum respectu Spatii percurfi superatur. Ex Gr. si Obstacula fuerint ut octo & sex, Viæ percurfæ ut tria ad quatuor, utraque Intensitas exprimetur per numerum viginti quatuor *.

Spectant hæc omnia Actiones in Obstacula sibi permixta, & solâ inertia resistencia.

De Pressionibus quæ sese mutuò destruunt nunc dicendum. Hoc in contrariis tantum contingit Pressionibus, & sunt hæ contrariæ, quando una alteri resistit, & hujus respectu format Obstaculum.

139. In hoc casu æquales Pressiones sese mutuò destruunt *:
 125. hæc autem datur æqualitas ubi *oppositæ Pressiones equaliter resistunt*? Nam utraque resistentiâ suâ in oppositam Pressionem agit. Resistentiæ hæ determinantur, 1^{mo}. si ad Intensitates attendamus; sunt enim Resistentiæ ut Intensitates, quando de iisdem agitur circumstantiis: muta-

tâ enim Potentiæ Intensitate, si cetera maneant, in hac eâdem ratione mutabitur Vis quâ ipsa resistit.

Sed 2°. dum superatur Pressio, & punctum, cui applicatur, ad certam distantiam removetur, determinata quædam, ut hoc certo tempore fiat, desideratur Actio; duplicanda hæc erit, si hoc idem, eodem tempore, bis sit efficiendum; id est, si ad duplam punctum, eodem tempore, removeri debeat distantiam. Bis tunc etiam Pressio quæ superatur eodem modo superatur, & bis resistit, id est, dupla est ipsius Resistentia, *crescit ergò Potentiæ, cujus non mutatur Intensitas, Resistentia, ut Spatium percursum, cerò tempore, à puncto cui applicatur.* 141.

*Et diversarum Potentiarum Actiones, quibus contrariis Pressionibus resistunt, sunt inter se in ratione compositâ Intensitatum Potentiarum, & Spatiorum, quæ, eodem tempore, percurri possent à punctis, quibus Potentiæ hæc applicantur *.* 142.

Deducimus ex his Pressiones quarum Intensitates sunt æquales, contrariè agentes, sese mutuò in hoc solo casu destruere, in quo puncta, quibus applicantur, si agitata concipiantur, Vias æquales percurrunt *. 143.

Et positis hisce Viis æqualibus, non sese destruent, si Intensitates differant *. 144.

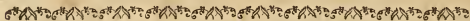
Potentiæ autem, quæ Intensitate differunt, æquales poterunt exerere Pressiones, si punctis applicentur, quæ agitata inæquales eodem tempore percurrunt Vias, & quidem ita, ut quantum Resistentia una aliam Intensitate superat, tantum respectu Viæ percurrendæ superetur *, in quo casu inæqualitatum compensatio datur. 145.

Sunt ergò oppositæ Pressiones æquales, & sese mutuò destruant, si Potentiarum Intensitates fuerint inverse, ut Viæ à punctis

punctis, quibus applicantur, percurrentæ, eodem tempore, concessâ horum agitatione.

- Generaliter etiam ex iisdem præmissis determinamus,
 146. *quid requiratur, ut plures Potentiæ ad unam partem, cum unâ, aut pluribus, contrariè agentes, has destruant.*

Multiplicanda est unius cujusque Intensitas per Viam à puncto, cui applicatur, certo Tempore, percurrentam, & producta erunt inter se ut singularum Potentiarum Actiones, quibus Pressionibus contrariis resistunt. Si nunc summa productorum ad unam partem equalis sit summæ productorum ad aliam, Resistentiæ oppositæ erunt æquales, & oppositæ Actiones sese mutuo destruent.



C A P U T VIII.

Generalia circa Gravitationem.

PHÆNOMENON 1.

147. **O***Mnia Corpora in Terræ viciniis, si nullo obstaculo cohibeantur, Terram versum feruntur.*

DEFINITIO 1.

148. *Vis quâ Corpora Tellurem versum pelluntur, vocatur Gravititas.*

DEFINITIO 2.

149. *Vis illa cum relatione ad Corpus, quod Vi illâ propellitur, vocatur Corporis Pondus.*

PHÆNOMENON 2.

150. *Vis Gravitatis ubique in Terræ viciniis, & omnibus momentis, æqualiter agit.*

Parva quidem datur Gravitatis differentia in Regionibus diversis, de quâ agemus in Cap. 17. Lib. 17. Nimis tamen

tamen est exigua, ut hîc consideretur; præcipuè cùm in Regionibus, inter se vicinis, omninò sit insensibilis.

Quando Corporis descensus Obstaculo cohibetur, Pondere suo semper æqualiter Obstaculum premit, Terræ centrum versùs tendens; *potes* ergò *haberi pro Potentiâ in Obstaculum agenti*, & quæ de Potentiis in Capite præcedenti sunt demonstrata, hîc etiam locum habent.

PHÆNOMENON 3.

Corpora quæ Vi Gravitatis descendunt, si omnis tollatur Resistentia, sunt æquè velocia. 152.

Phænomenon hoc Experimento patet.

EXPERIMENTUM.

Machinæ Pneumaticæ, cujus ope Aër ex vasis educitur, varii Cylindri vitrei ita imponuntur, ut unicum Cylindrum forment sex aut septem pedes altum, & cujus diameter est quatuor aut quinque pollicum. Aër evacuatur; & frustum Auri cum leviori Plumulâ, è superiore parte hujus evacuati vasis, eodem momento, dimittuntur; & eodem exactissimè momento ad fundum perveniunt. 153.

Si quidam Aër admittatur, & Experimentum repetatur, differentia in descensu, ex Aëris resistentiâ oriunda, observatur. 154.

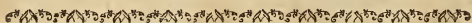
Quomodo hocce Experimentum sit instituendum, & quomodo commodè variis vicibus repetatur, in *Parte I. Libri III.* dicam quando de Machinâ Pneumaticâ, & iis quæ cum hac relationem habent, agam.

Ex alio etiam Experimento, in sequentibus memorando, idem hocce Phænomenon deducitur.

Ex hisce sequitur, Gravitate Obstacula quæcunque, per æqualia Spatia, æqualibus temporibus, transferri, 155.

- ex Actione immediatâ Gravitatis; patet enim Corpora in primo momento eodem modo moveri, & in singulis momentis sequentibus eodem modo accelerari; sunt
 * 132. ergò Actiones Gravitatis in Corpora ut ipsa Corpora *,
 156. id est *Pondera sunt ut Quantitates Materiæ*; singulæque Materiæ Particulæ æquales æqualiter ponderant, cujuscunque Corporis Particulæ fuerint.
 157. Quando Pondus consideratur ut Potentia, Intensitas Potentiæ proportionalis est quantitati Materiæ in Corpore ponderanti, & Potentiæ directio est Terræ centrum versûs.

Hæc de Gravitate notanda erant, quia Ponderibus in Experimentis circa Pressiones instituendis utimur.



C A P U T IX.

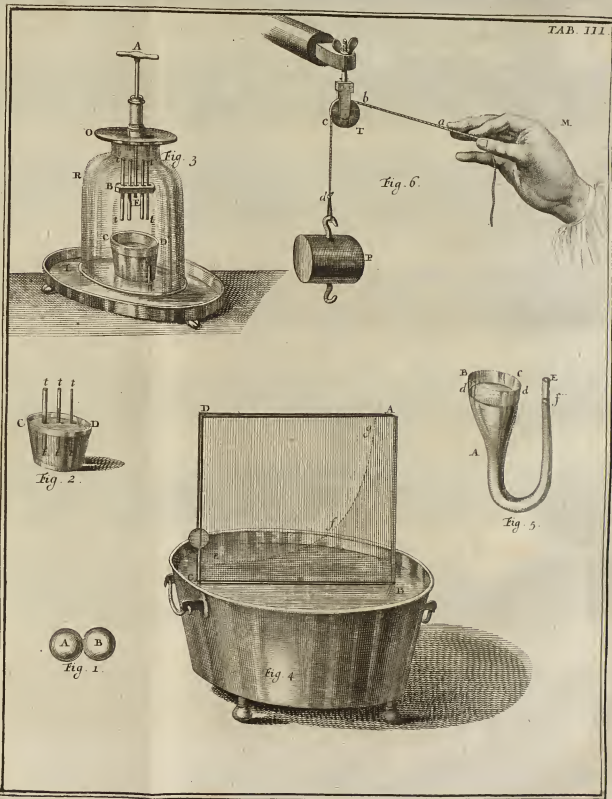
De quibusdam Machinis, quæ in pluribus Experimentis usæ veniunt.

DEFINITIO I.

158. **T** *Trochlea simplex, est Orbiculus circa Axem volubilis, cui circumpositus Funis Ductarius dictus.* Trochlea exhibitur in T, Funis Ductarius est *a b c d*.
 TAB. III.
 Fig. 6.

- Hac Machinâ Potentiæ directio mutatur, nec ullius alius usus est, quando suo loco est fixa; in hoc enim
 159. casu, *Vis, seu Potentia, Funi Ductario applicata, ut M,*
 * 141. *Intensitate æqualis impedimento P, æquipollet Impedimento **; Impedimentum enim est contraria Potentia, quæ si agitetur per Spatium transfertur æquale Viæ, eodem tempore, à Potentiâ oppositâ percursæ.

In Experimentis, quibus Potentiarum Actiones illustramus,



framus, sæpè Trochleis utimur; Pondera enim adhibentur, quorum directiones, cùm omnes deorsùm tendant, frequenter mutandæ sunt.

Plurimæ Trochlææ cum ipsis Machinis cohærent, aliæ separatæ sunt, & diversis Machinis applicari possunt. Tales exhibemus in T, & T. Utriusque autem formæ plures desiderantur; quinque aut sex sufficiunt.

TAB. IV.
Fig. 1. 3.

TROCHLEA,

Cujus Capsula circa Axem volubilis est.

Hujus Trochlææ Orbiculus *m*, more solito rotatur; sed præterea, quando firmata Trochlea est, hujus Capsula mobilis est, & positâ Caudâ verticali, planum Orbiculi *m*, omnes situs possibiles verticales adipisci potest.

160.
TAB. IV.
Fig. 1. 2.

Partes hujus Trochlææ separatas exhibemus in Fig. 2. & sunt. 1. Cauda *R*, ad quam etiam referri debet Cochlea *D*. 2. Capsula *S*, cujus pars est Lamina *g*. 3. Tandem ipse Orbiculus *m*.

Auxilio Caudæ, Machinis conjungitur Trochlea, & firmatur; tunc Caudæ pars *c*, per aperturam quadratam, quam exactè replet, transmittitur, & Lamina *b* superficiiei Corporis, actione Cochleæ *D*, arctè applicatur.

Orbiculus *m* capsulâ suâ includitur, & in hac suspenditur inter Laminas *g* & *f*, Axeos Orbiculi extremis, in foramina *i*, *i*, penetrantibus ita, ut in his Axis hic versetur. Lamina *g*, in hoc casu, solido *e* applicatur, & Cochleis *l*, *l*, firmatur.

Idem solidum *e* perforatum est in *n*; cavitas est cylindrica, & in interiori benè levigata. Per hanc penetrat Clavus Chalibeus *q*, exactè cylindricus, benè politus, & qui cavitatem replet. In extremitate sua *n* paulò latior hæc est, ut caput Clavi recipiat.

E 3.

Clavus

Clavus hic penetrat in Tubum *a*, Caudæ *R*; tunc Tubi orificium applicatur solido *e*, quod cum Caudâ conjungitur pinnulâ *p*, quæ per Tubum *a*, & Clavum in Tubo penetrat, ibique hæret.

Conjunctis sic omnibus partibus, Capsula, Orbiculum continens, circa clavum *q* volubilis est.

TROCHLEA,

Caudâ planâ, instructa.

161. Hujus Trochleæ constructio, ex inspectione Figuræ fati patet. Partes separatæ in *Fig. 4.* exhibentur: Cauda est *t*, hæc sulco intruditur, ubi Trochlea in aliquo loco firmanda est.

TAB. IV.
Fig. 3. 4.

In his *Fig. 1. 2. 3. 4. Tab. IV.* dimensiones omnes ad dimidium veræ magnitudinis reductæ sunt.

COLUMNA,

Variis Experimentis, demonstrandis, & Machinis sustinendis, accommodata.

162. Columna lignea *C* in mensâ erigitur, & firmatur Cochleâ *B*, quæ Caudæ *A*, infra mensam, per foramen rotundum, penetranti, applicatur.

TAB. IV.
Fig. 5.

Perforata hæc Columna est ab *a* ad *b*; & ad anticam, posticamque partem explanata hæc est juxta latera aperturæ, quæ ubique ejusdem latitudinis est.

163. Huic Columnæ sæpè jungitur alia minor *G*, hoc plerumque fit interposito Annulo ligneo *E*, quem trajicit Cochlea *D*, quæ etiam penetrat in Columnæ minoris cavitatem *d*, quæ cum Cochleam contineat ipsi *D* respondentem facillè firmatur.

164. Eodem modo aliquando Columnæ huic minori *G*, cum *C* jam conjunctæ, super imponitur caput *H*, quod auxilio Cochleæ *b*, in ipsum caput penetrantis, firmatur.

Coch-

Cochlea exterior F cum Cochleis D & I congruit, & hujus usum statim videbimus.

Figuræ hujus, 5^{ta}, dimensiones ad sextam partem sunt reductæ.

Brachia varia prædictæ Columnæ applicantur, & exhibentur in Fig. 6. 7. 8. 9., reductis dimensionibus tantum ad semissem.

I. Primum ex his Brachiis exhibetur in Q. Columnæ 165.
ut conjungatur, per foramen *f*, transmittitur Cylindrus TAB. IV.
aut Cochlea D (Fig. 5.), quæ foramen replet, & circa Fig. 6.
quam Brachium volubile est ita, ut, in situ quocunque,
firmari possit, applicatâ Cochleâ F, aut Columnâ mi-
nori G.

In extremitate Brachii, datur in *e* foramen rotundum, 166.
per quod transit Cauda Unci V, quæ in ipso foramine
volubilis est, & firmatur Cochleâ R, interpositâ lamel-
lâ cupreâ I, ne lignum Cochleæ compressione lædatur.

II. Secundum Brachium delineatum habemus in M; 167.
hujus Cauda N in Columnæ aperturam *ab* (Fig. 5.) in- TAB. IV.
truditur; cujus latitudinem Cauda hæc exactè replet, Fig. 7.
dum in ipsâ mobilis est, ita, ut Brachium in loco quo-
cunque aperturæ firmari possit, auxilio Cochleæ O, P.

In Brachii extremitate explanatâ foramina duo dan-
tur *d*, & *c*, rotundum unum, quadratum alterum.

In primo firmari potest uncus V Brachii primi, ut hoc 168.
de foramine *e* (Fig. 6.) diximus*. * 166.

Secundum foramen *c* usu venit, quando Trochlea T 169.
(Fig. 1.) Brachio applicanda est*; congruit enim fo- * 166.
ramen cum ipsâ Caudâ Trochleæ.

III. Brachium tertium A, eodem modo ut sequens, 170.
Columnæ conjungitur, quando huic superimposita est TAB. IV.
Fig. 8.
Co-

- * 163. Columna minor G (Fig. 5.) *, cujus Cochlea I, per foramen *f* Brachii, transit, & firmatur ut de Brachio
 * 165. primo diximus *.

171. Brachium, de quo agimus, A latius est in anteriore parte B C. Armata est pars hæc Laminâ cupreâ E C B D, in extremitatibus latera Brachii versùs inflexâ; ut sustineat Orbiculos O, O, volubiles circa Axes ut D, & inter Brachium & Laminam suspensos.

172. Lamina hæc in medio latior est ita, ut ultra lignum promineat; in qua parte prominente tria dantur foramina, unum in medio *g*, duo lateralia, æqualiter à *g* distantia, *e*, *e*. Uncus etiam V cum hoc Brachio cohæret; sed de ipsius situ dicam ubi de usu ejusdem agam.

173. Quartum Brachium A, Columnæ conjungitur ut de tertio dictum *.

TAB. IV.
Fig. 9.

* 170. Prominentiam in anteriori parte habet E, in quâ firmari potest Trochlea T (Fig. 1.) *; hujus Cauda tunc trajicit foramen quadratum *c*, cum quo pars quadrata Caudæ congruit.

174. Lamina D B Brachio applicata est; cum hac cohærent unci quinque V, V, V, V, V; de quorum distantia, & situ, dicam, ubi ipsorum usum explicabo.

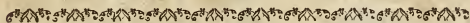
175. Et alia Lamina cuprea F G H I cum Brachio conjuncta est. Hujus pars G H à ligno distat paulò magis semi pollice. In hac Laminæ parte tria dantur foramina angusta; quorum duo extrema apparent in *t*, *t*; medium Lamina M L tegit.

176. Laterali superficiei Brachii Laminæ duæ applicantur Q R, L M. Prima fixa est, & in parte extremâ, quæ ita flexa est, ut cum ipsâ Laminâ angulum efficiat rectum, foramen datur angustum *s*.

Lami-

Lamina L M retinetur Clavo muscario, circa quem 177.
volubilis ipsa est; parum nihilominus agitari tantum po-
test, propter Cochleam *n*, per foramen L penetrantem,
quâ tamen, propter hujus foraminis magnitudinem, non
omnis motus impeditur. Firmatur autem Lamina au-
xilium ejusdem Cochleæ, quando cum hac conjungitur
hujus pars exterior N.

In hoc Brachio foramina dantur quatuor, unum apparet 178.
in P, tria reliqua in superficie oppositâ habentur; his in-
truduntur paxilli ut X, cum quibus cohærent fila quæ fo-
ramina *t, t, t, s*, trajiciunt.



C A P U T X.

De Librâ, & Centro Gravitatis.

Pondera explorantur, id est, quantitates Materiæ 179.
in singulis Corporibus comparantur *, adhibitâ *150,
Librâ, aut Balance, Instrumento notissimo.

DEFINITIO 1.

*Axis Libræ vocatur Linea, circa quam Libra movetur, aut 180.
potius rotatur.*

DEFINITIO 2.

Quando ad longitudinem Brachiorum, sive Jugi, at- 181.
tendimus, Axis consideratur ut punctum, & vocatur
Centrum Libræ.

DEFINITIO 3.

*Puncta suspensionis, aut applicationis, vocantur, puncta 182.
in quibus vel actu sunt, vel liberè dependent, Pondera, aut
Lances, quibus Pondera imponuntur.*

F

Circa

Circa hanc Machinam sequentia notanda sunt.

183. *Pondus gravat Punctum, si liberè ab hoc dependeat, ad quamcunque altitudinem, eodem modo ac si in ipso positum intelligeretur.*

* 149. 150. *Pondus enim Corporis ad omnes altitudines æqualiter trahit Funem quo suspenditur *.*

EXPERIMENTUM I.

TAB. VI.
Fig. 1. 184. *Libræ AB, Pondus P, ope funis BD, applicatur, & ad varias suspenditur altitudines; & eo situs Libræ non mutatur.*

185. *Actio Ponderis ad movendam Libram eò major est, quò magis Punctum, Pondere gravatum, à Centro Libræ distat; & hæc Actio sequitur proportionem distantie prædicti Puncti ab illo Centro.*

TAB. VI.
Fig. 2.

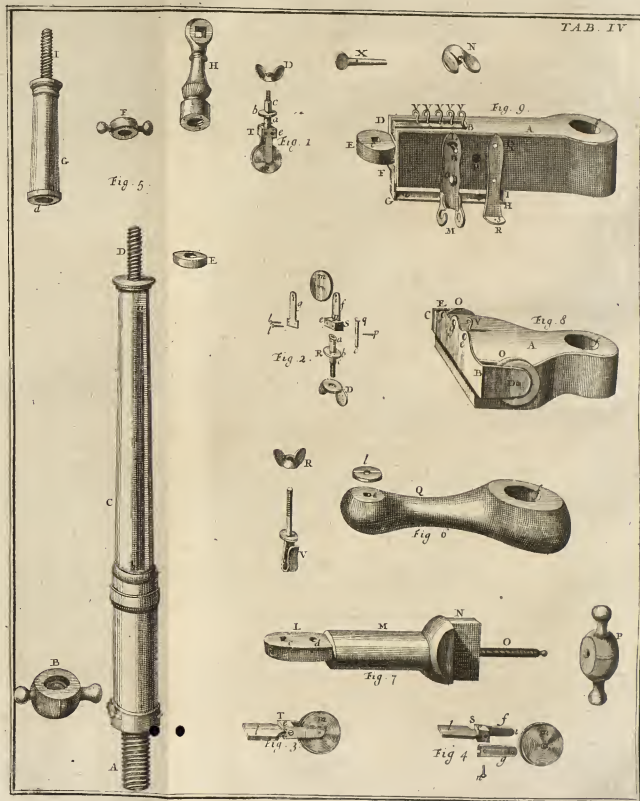
* 151. 141. Quando Libra rotatur, in eodem Libræ motu, Punctum B percurrit Arcum Bb , & Punctum A Arcum Aa , quorum ultimus maximus est; in illo ergò Libræ motu actio ejusdem Ponderis varia est, pro Puncto cui applicatur, & sequitur proportionem Spatii ab hoc Puncto percurfi *; est ergò in A, ut Aa , in B, ut Bb ; Arcus verò hi sunt inter se ut CA, CB.

EXPERIMENTUM 2.

TAB. V.
Fig. 3. 186. *Libræ AB, cujus jugi longitudo est duorum pedum, brachia singula in partes centum æquales divisa sunt, posito divisionum initio in ipso Centro Libræ.*

Actio Unciæ unius, applicatæ 60. divisioni, æqualis est actioni trium Unciarum 20. divisioni suspensarum.

187. *Ut hoc Experimentum, cum quibusdam sequentibus, commodè instituatur, varia dantur Pondera ænea unius Unciæ, ut P, quæ divisionibus Jugi applicari possunt, & in inferiori parte uncum habent. Dantur quæque Lan-*
ces



ces variæ, ut L, quæ singulæ, cum filis & unco quo suspenduntur, exactissimè etiam ponderant Unciam unam.

Actiones Ponderum in Libram, cæteris paribus, differre, ut ipsa Pondera differunt, clarum est. Hæ autem Actiones non possunt differre nisi respectu Ponderum aut distantiarum à Centro; unde deducimus; *Acti-* 188.
nem Ponderis ad movendam Libram sequi rationem compositam ipsius Ponderis, & distantie hujus à Centro Libræ *. Multiplicando Pondus per suam à Centro distantiam productum exprimit Actionem. 189. * 185.

DEFINITIO 4.

Libra in æquilibrio dicitur, quando Actiones Ponderum in 190.
utrumque brachium, ad movendam Libram, sunt æquales ita, ut sese mutuo destruant, ut in præcedenti Experimento.

DEFINITIO 5.

Quando Libra est in æquilibrio, Pondera ab utrâque parte dicuntur æquiponderare. 191.

Pondera inæqualia possunt æquiponderare; Datur tale æ- 192.
quilibrium, quando distantie à Centro sunt reciprocè ut Pondera *. In hoc enim casu, si unumquodque Pondus per suam distantiam multiplicetur, producta erunt æqualia *. Confirmatur hæc Propositio præcedenti Experimento. * 189. 190. * 16. El. VI.

Hoc fundamento nititur Statera Romana, quâ unico Pondere Corporum gravitates explorantur. 193.

EXPERIMENTUM 3.

Statera Romana AB duo habet brachia admodum inæqualia; breviori Lanx applicatur: alterum in partes æquales dividitur, posito divisionum initio in Centro motus; divisiones majores numeris notantur, & singulæ in octo minores, æquales quoque inter se, iterum dividun-

videntur. Pondus tale ei applicatur, ut, in primâ divisione majori suspensum, æquiponderet cum Semi-librâ Lanci impositâ: tum Corpus explorandum Lanci imponitur, & Pondus memoratum per longitudinem brachii movetur, donec detur æquilibrium; divisiones majores inter Pondus & Libræ Centrum interceptæ, Semi-librarum numerum denotant, quas Corpus ponderat; subdivisiones Uncias indicant. Minus etiam Pondus quodcunque adhiberi potest, quo minores differentiæ inter Corporum pondera determinari queunt.

195. Eodem etiam nititur fundamento Bilanx fallax, cujus nempe brachia sunt inæqualia.

EXPERIMENTUM 4.

196. Libræ superiùs memoratæ * duæ Lances, ponderis inæqualis, ut detur æquilibrium, applicantur, ab unâ parte centesimæ, ad alteram nonagesimæ sextæ divisioni. Si tunc duo Pondera dentur quæcumque, quæ sint inter se ut 24. ad 25, ex. gr. primum duodecim Unciarum, secundum duodecim Unciarum cum semisse, & illud primæ Lanci, hoc verò secundæ, imponatur, æquiponderabunt.

197. *Plurima Pondera, variis divisionibus brachii ejusdem applicata, cum unico Pondere possunt æquiponderare.* Requiritur, ut productum hujus Ponderis, per suam distantiam à Centro, æquale sit summæ productorum omnium aliorum Ponderum, singulatim unumquodque per suam distantiam à Centro multiplicatorum.

EXPERIMENTUM 5.

198. In uno Libræ brachio Pondus duarum Unciarum vigesimæ divisioni, Pondus unius Unciæ trigesimæ, & tandem Pondus trium Unciarum sexagesimæ divisioni, applicantur; & æquilibrium datur, si Pondus unicum quinque

TAB. VI.
Fig. 5.

* 186.

TAB. V.
Fig. 1.

que Unciarum quinquagesimæ divisioni, alterius brachii, suspendatur.

Multiplicando 50 per 5, productum habemus 250. In alio brachio tria habemus producta, 20×2 id est 40, 30×1 , id est 30, & 60×3 , nempe 180. Colligendo nunc 40, 30, 180, in unam summam, etiam habemus 250.

Plurima Pondera, numero inæquali, ad utramque partem applicata, possunt æquiponderare. In hoc casu, si unumquodque multiplicetur per suam distantiam à Centro, summæ productorum ab utrâque parte erunt æquales: & si summæ istæ sunt æquales, datur æquilibrium.

EXPERIMENTUM 6.

Ex inspectione figuræ Experimentum hoc satis patet. Multiplicando singula Pondera, per suas à Centro distantias, habemus ab unâ parte producta 15, 40, 110, 80, 90, 500, ad aliam partem 70, 105, 300, 360: quorum summa utraque est 835.

200.
TAB. V.
Fig. 2.

Ad perfectionem Libræ requiruntur. 1. Ut puncta suspensionis Lancium, aut Ponderum, sint exactè in eâdem lineâ cum Centro Libræ. 2. Ut ab utrâque parte exactè ab isto Centro æquidistant. 3. Ut Libræ brachia, quantum commodè fieri potest, sint longa. 4. Ut in motu Jugi & Lancium, quantum fieri potest, parvus sit attritus. 5. Ut partes Axeos, quæ Jugo separantur, sint exactissimè in eâdem lineâ rectâ. 6. Tandem ut Centrum Gravitatis Jugi detur paululum infra Centrum motûs.

DEFINITIO 6.

Centrum Gravitatis vocatur punctum in Corpore, circa quod omnes partes Corporis, in quocumque situ positi, in æquilibrio sunt.

202.

Corpora singula, aut varia juncta, sive sint contigua, si-

203.

ve separata, commune Centrum Gravitatis habere, in Scholio sequenti 1°. demonstramus.

204. *Quando Centrum Gravitatis sustinetur, Corpus quiescere potest; quia inter partes oppositas æquilibrium datur.*

EXPERIMENTUM 7.

205. *Corpus A sustinetur & quiescit, quia hujus Centrum Gravitatis c, sustinetur à fulcro F.*

TAB. VI.
Fig. 6.

206. *Quando Centrum Gravitatis non sustinetur, Corpus movetur donec sustineatur Centrum hoc. Non enim circa aliud punctum partes oppositæ sunt in æquilibrio.*

EXPERIMENTUM 8.

207. *Corpus A mensæ impositum cadet, & Corpus B in situ, in quo repræsentatur, non manebit, quia horum Centra Gravitatis non sustinentur.*

TAB. V.
Fig. 3.

Ex hisce causa deducitur, quare Corpora quædam, Planis inclinatis imposita, devolvantur; & alia simpliciter labantur.

EXPERIMENTUM 9.

208. *Corpus A labitur, quia hujus Centrum Gravitatis à Plano inclinato sustinetur, id est, linea verticalis, quæ per hoc Centrum transit, Planum inclinatam secatur in basi Corporis. Corpus verò B devolvitur, quia verticalis linea, quæ transit per Centrum Gravitatis, secatur planum inclinatam extra Corpus.*

TAB. V.
Fig. 4.

209. *Ex prædictis etiam sequitur, Corpus descendere quando Gravitatis Centrum descendit, id est, Terræ Centrum versùs movetur.*

Aliquando in hoc casu Corpus adscendere videtur: sæpè etiam reverà, si integrum ipsius volumen consideremus, ascendit; quando Centrum figuræ Corporis cum Centro Gravitatis non coincidit.

EX-

EXPERIMENTUM IO.

Duo Plana I H L M & F D E verticalia, ita disponuntur, ut angulum contineant; quare distantia E L minor est distantia D H; puncta autem D, H, magis elevata sunt quam E, L. 210.
TAB. VII.
Fig. 1.

Inter hæc Plana ponitur rota A, cujus axis B formatur ex duobus conis, quorum bases ipsi rotæ applicatæ sunt. Rota à lateribus D E, H L, Planorum sustinetur, & sponte D H versùs, ubi elevatio maxima est, tendit.

Propter majorem inter Plana distantiam in D H, Rota A, cujus axis ab utrâque parte est conus, magis descendit inter Plana, quando illam partem versùs movetur; idèò Gravitate suâ huc fertur, si modò descensus inter Plana superet adscensum, ex anguli H C D inclinatione ad horizontem oriundum.

EXPERIMENTUM II.

Cylindrus ligneus A, intus à latere continet cylindrum plumbeum P, qui capsulâ ligneâ b d continetur, ut firmetur. Centrum Gravitatis est in sectione ad basin parallelâ, cylindrum in duas partes æquales dividente, & in puncto, respondentis puncto basis c. 211.
TAB. VI.
Fig. 5.

Cylindrus hic utcumque positus, movebitur, donec Centrum Gravitatis memoratum sit in infimo, ad quem pervenire potest, loco.

Si Plano inclinato imponatur, in eo situ in quo hîc delineatur; descendet Centrum Gravitatis, dum Corpus juxta planum adscendet, positâ justâ plani inclinatione.

Adscendit Corpus dum rotatur partem plani superiorem versùs; sed dum sic rotatur, cavendum ne juxta planum labatur; retinetur autem Fune, quo pro parte Cylindrus circumdatur, cujus extremitas Cylindro in F connectitur,

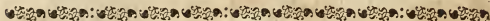
fitur, extremitate alterâ in E plano affixâ manente.

212. Uterius ex iis, quæ de Centro Gravitatis dicta sunt, deducimus; *Punctum*, in quocunque Corpore, aut Machinâ, quod sustinet Centrum Gravitatis Corporis, totum hujus pondus sustinere: integramque Vim, quâ Corpus Terram versus tendit, in hoc Centro quasi coactam dari.

EXPERIMENTUM 13.

213.
TAB. V.
Fig. 6.

Si Regula AB, brachio Libræ suspendatur, & æquiponderet cum pondere P, in omni situ æquiponderabit; quia Centrum Gravitatis C eodem modo sustinetur, & eidem puncto suspensionis semper respondet.



SCHOLIUM I.

De Centro Gravitatis.

- * 202. Centrum Gravitatis diximus esse Punctum in Corpore, circa quod omnes hujus partes, in quocunque situ ponatur, sunt in æquilibrio*: tale Punctum in Corpore quocunque revera dari, cum plerisque Mechanicis posuimus, hoc nunc demonstrabimus.

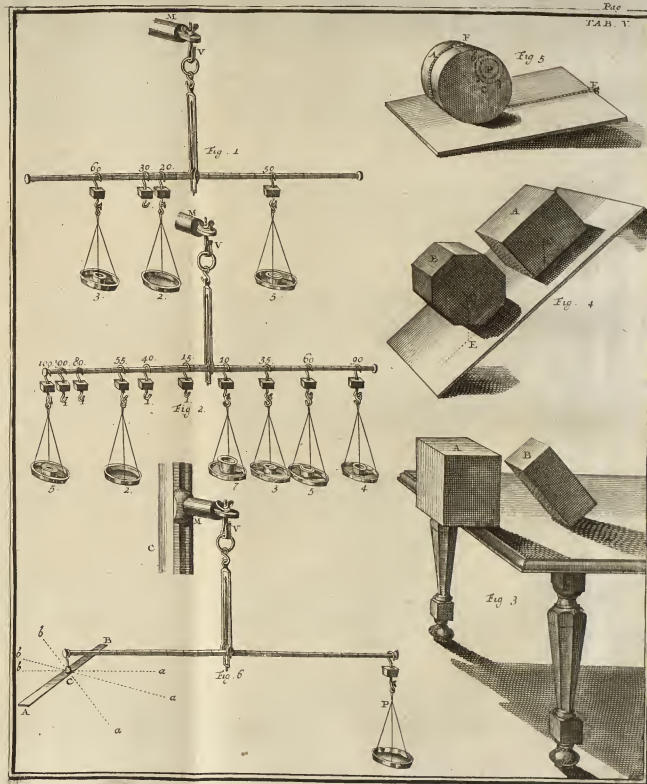
214. Sint Puncta duo Gravia A & B, inæqualem quamcunque Gravitatem habentia; concipiantur hæc juncta, lineâ inflexibili, rectâ, sine pondere; Detur in hac Punctum C tale, ut CA sit ad CB, ut pondus Puncti B ad pondus Puncti A. Pondera hæc in æquilibrio erunt circa C, & quidem in situ quocunque,

- * 187. ut ex ante demonstratis * deducitur; ideò si sustineatur Punctum C, sustinentur Puncta A & B, & harum actio in puncto C quasi coacta est.

Detur tertium Punctum grave D, ponderis cujuscunque; jungantur D & C, etiam rectâ inflexibili, ponderis experti; sitque in hac Punctum E, ita determinatum, ut EC se habeat ad ED, ut pondus Puncti D ad summam ponderum Punctorum A & B.

- * 185. Si A & B juncta darentur in C, circa E daretur æquilibrio, posita lineâ CD in situ quocunque *: sed A & B, ut demonstravimus, in situ quocunque lineæ AB, agunt quasi in C juncta essent; ergò tria Pondera A, B, D, lineis inflexibilibus conjuncta, in situ quocunque, in æquilibrio sunt circa Punctum E; quod ergò est Centrum Gravitatis trium Punctorum. Puncta hæc etiam nullum aliud habere Centrum Gravitatis, præter Punctum E, ex eadem demonstratione constat.

Si quantum daretur Punctum Grave, lineâ inflexibili, rectâ, jungendum hoc foret



foret cum E, & simili demonstratione constaret, quatuor Puncta commune habere Gravitatis Centrum, & unicum hoc esse.

Cum verò eadem demonstratio ad numerum quemcunque Punctorum referri possit, applicari poterit omnibus Punctis Gravitibus, ex quibus Corpus quodcunque constat: *habet ideo Corpus Centrum Gravitatis, & unicum tale habet Centrum.* 215.

De Centri Gravitatis Investigatione.

Dentur Corpora, numero quocunque, quorum commune Gravitatis Centrum sit C; per hoc concipiamus Planum horizontale, quod sit Planum ipsius figuræ. Sint Centra Gravitatis ipsorum Corporum A, B, D, E, F; si Centra hæc in ipso Plano horizontali memorato non dentur, ad hoc referenda sunt lineis verticalibus, & eodem modo Planum Corpora gravabunt ac si ipsorum Centra Gravitatis darentur in Punctis, in quibus lineæ hæc verticales Planum secant*. 216. TAB. VI. Fig. 8.

Sustineatur Planum lineâ GH; habentur Actiones Ponderum ad movendum Planum circa lineam GH, multiplicando Pondus unumquodque per suam distantiam à lineâ GH*, & summa productorum dat integram Actionem, quâ omnia Pondera simul Planum premunt, ad hoc circa GH agitandum. * 183. 217. * 189.

Omnia autem Pondera agunt, quasi essent in C*; idcirco habetur etiam ipsorum Actio, multiplicando summam Ponderum per distantiam Puncti C à lineâ GH: Si ergò summa memorata productorum, quæ, ut patet, huic ultimo producto æqualis est, dividatur per summam Ponderum, datur in quotiente distantia Centri Gravitatis à lineâ GH. * 212.

Quando agitur de Ponderibus, quæ lineis verticalibus ad Planum horizontale referuntur, distantia Punctorum, ad quæ Pondera referuntur, à lineâ GH, sunt æquales distantis Centrorum Gravitatis ipsorum Corporum à Plano verticali, per GH transeunti.

Cum verò hæc demonstratio locum habeat in quocunque situ Corpora dentur, si lineis inflexilibus, & sine pondere, Corpora inter se cohareant, nullum potest concipi Planum, quod non, servato ipsius situ respectu Corporum, possit fieri verticale; unde sequitur datis Corporibus & Plano quocunque, *distantiam Centri Gravitatis à Plano detegi, multiplicando pondus uniuscujusque Corporis per sui Centri Gravitatis distantiam à Plano, & dividendo productorum summam per summam Ponderum omnium Corporum.* 218.

Si similem demonstrationem applicemus Plano, quod inter Corpora transit, differentia, inter summam productorum ab utrâque parte, per Ponderum summam dividenda erit, ad detegendam memoratam distantiam Centri Gravitatis à Plano. 219.

Ex hisce deducimus methodum, quâ investigatur Centrum Gravitatis; querendo hujus distantiam à tribus Planis*. Quæ eadem methodus ad Corpus quodcunque peculiore applicari potest, referendo ad hujus partes, quæ de diversis Corporibus sunt demonstrata. 220. 221. * 218.

Si Corpora, quorum commune Gravitatis Centrum queritur, sua peculiaris Gravitatis Centra in eodem Plano habeant, determinatur quesitum Centrum, detegendo hujus distantiam à duabus Lineis*, utcunque in eodem hoc Plano ductis. 222. * 217.

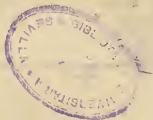
Quando peculiaris Gravitatis Centra in eadem Lineâ dantur, detegitur commune 223. G ne

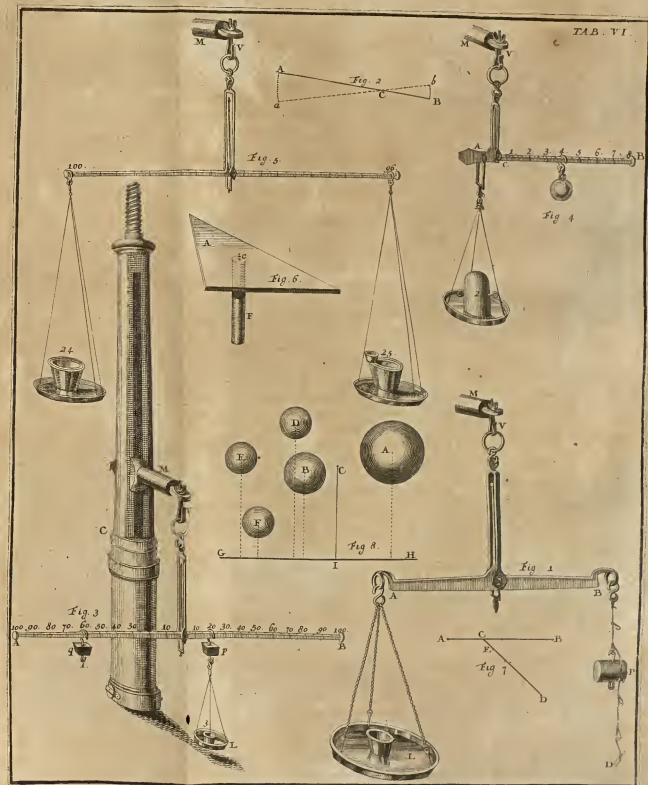
ne Gravitatis Centrum operatione unicâ, quâ hujus distantia à Puncto quocunque, in eâdem illâ Linâ sumto, determinatur; multiplicando nempe unumquodque Pondus per distantiam à Puncto adsumto, & summam productorum dividendo per Ponderum summam, in quotiente dabitur Centri quæsitæ distantia à Puncto adsumto, si omnia Pondera dentur ad eandem partem. Sed si inter Pondera Punctum adsumtum detur, producta ab unâ parte subtrahenda erunt ex summâ productorum ad aliam partem Puncti adsumti, & hæc differentia, divisa per summam Ponderum, dabit quod quærimus.

S C H O L I U M II.

Arithmetica Mechanica.

224. **R**egulæ quatuor Arithmeticæ, Additio, Subtractio, Multiplicatio, & Divisio, ope Libræ superius memoratæ *, cujus brachia in partes æquales sunt divisa, facillè institui possunt, Operationumque demonstratio ex ante memoratis quàm facillimè deducitur; satis ideò erit ipsas Regulâs exemplis illustrare.
- Habeatur pondus quodcunque pro Unitate; Unciâ Ex gr.; decima pars Unciæ eodem modo posset adhiberi.
225. Sit numerus 364 Libræ applicandus; tres Uncias centesimæ applico divisioni & Unciam unam divisioni 64^{ta}.
226. Gravetur brachium Libræ utcunque; quem numerum valeat actio hæc, determinamus, suspendendo in centesimâ divisione brachii oppositi pondus, quod augeatur additâ successivè Unciâ atque Unciâ, donec actio hæc prævaleat: ponamus novem Uncias nondum æquilibrium dare, decem autem excedere; relictis novem, motu unius juxta brachium quæro æquilibrium, detur hoc ubi pondus ad 47 divisionem pervenit, actio quæsitâ valebit 947.
227. **ADDITIO.** Sint addenda 34, 54, 268, 407, 45. 65. Separatim numeros hos applico eidem brachio Libræ *; quæro hujus actionis valorem *; & detego 873, summam quæsitam.
228. **SUBTRACTIO.** Ex summa numerorum 567, 258, subtrahendi sunt numeri 489, & 56. Numeros primos uni applico brachio *; subtrahendos alteri applico *, & quæro quantum valeat actio, quâ æquilibrium instaurari potest *, & detego differentiam quæsitam 280.
229. **MULTIPLICATIO.** Detur numerus 67, multiplicandus per 15. Pondus 15 suspendo divisioni 67, & quæro valorem *, quo productum quæsitum * detego 1005.
230. **DIVISIO.** Sit 1005 numerus dividendus per 15 Numerum dividendum applico Libræ *, & movendo pondus quindécim juxta brachium, quæro æquilibrium, quod datur ubi pondus ad 67 divisionem, quotientem designantem, pervenit.
- Præstat in hisce duabus ultimis Operationibus, ut & in sequenti, minori pondere pro Unitate uti; sit ergo Unitas decima pars Unciæ.
231. **RÉGULA PROPORTIONIS.** Multiplicatione & Divisione peragitur; sed, hac adhibitâ Machinâ, unica Operatio sufficit. Datis 77, 130 :: 63, quæritur





ritur quartus Proportionis terminus. Tredecim Uncias cum duabus partibus decimis, id est, pondus quod valet 132 applico divisioni 63². Divisioni autem 77^m, alterius brachii, applico pondus quod mutandum donec æquilibrium habeatur; sic tentando detego pondus desiderari decem Unciarum cum octo partibus decimis, quod indicat numerum quæsitum esse 108.

C A P U T XI.

De Veste, Machinarum simplicium primâ.

DEFINITIO I.

Vestis à Mathematicis vocatur Linea recta, inflexibilis, Ponderibus sustinendis, aut elevandis, accommodata, Ponderis vel nullius, vel saltem æquabilis, ut A B.

232.
TAB. VII.
Fig. 2. 3. 4.

Ubi Pondera elevanda sunt applicatur Linea hæc Fulcro, ut circa punctum mobilis sit.

Inter Machinas, quæ simplices vocantur, primum locum occupat, est omnium simplicissima; & usu venit, quando Pondera ad parvam altitudinem elevanda sunt.

Quatuor aliæ dantur Machinæ simplices, de quibus in tribus Capitibus sequentibus.

Circa Vestem tria considerari debent. 1. Pondus sustinendum, aut elevandum, P. 2. Potentia, quâ sustinetur, aut elevatur, quæ hîc Pondere Q designatur, & vulgò est actio Hominis. 3. Fulcrum, quo Vestis sustinetur, & super quo movetur, aut potius rotatur, dum ipsum immobile manet, F.

233.
TAB. VII.
Fig. 2. 3. 4.

Vestes ad tria Genera referuntur.

1. Vestis est primi generis, quando Fulcrum inter Pondus & Potentiam collocatur.

234.
TAB. VII.
Fig. 2.

2. Secundi generis dicitur, quando Pondus inter Fulcrum & Potentiam Vestis applicatur.

TAB. VII.
Fig. 3.

G 2

3. In

TAB. VII.
Fig. 4.

3. In Veste tertii generis Potentia agit inter Pondus & Fulcrum.

* 185. In omnibus casibus regulæ eadem locum habent, quæ ex iis, quæ de Librà dicta sunt *, sequuntur, & quæ analogiam inter Libram & Vestem ostendunt. Vestis primi generis est quasi Statera Romana ad elevanda Pondera accommodata.

235. *Actio Potentiæ, & Ponderis resistentia, crescunt in ratione distantia à Fulcro **; ideòque, *ut Potentia valeat ad sustinendum Pondus, requiritur, ut distantia Puncti in Veste, cui applicatur, sit ad Ponderis distantiam, ut Pondus ad Potentiæ Intensitatem **, quæ si paululum augeatur, aut magis à Fulcro removeatur, Pondus elevat.

EXPERIMENTUM I. 2. & 3.

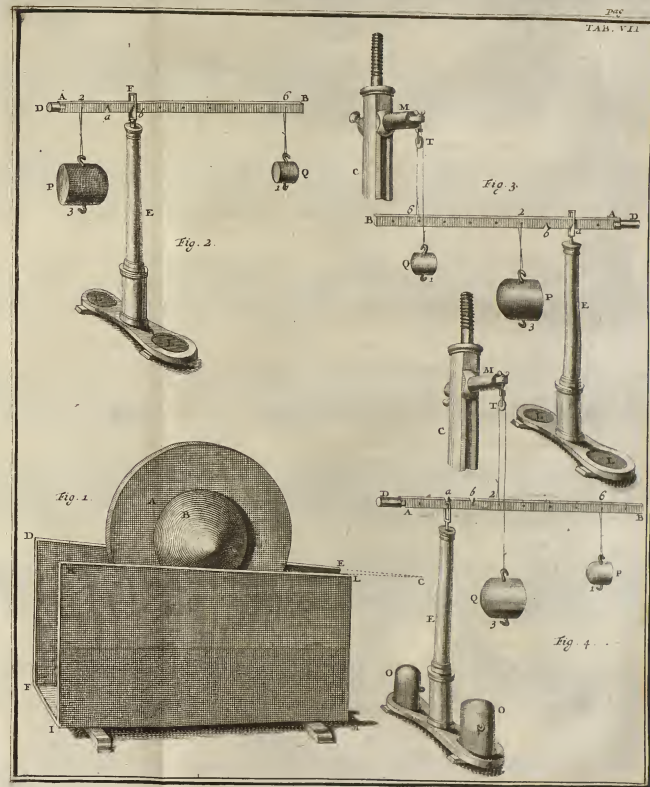
TAB. VII.
Fig. 2. 3. 4.

236. Hæc regula Experimentis confirmatur in tribus memoratis Vestibus, ut patet in Fig. 2. 3. & 4. Tab. VII.; Æquilibrium enim datur, quando Pondus P, & Pondus Q quod Potentiam repræsentat, ut & distantia à Fulcro F, proportionem habent, quæ datur inter numeros in Figuris.

237. Regula ex duriori ligno usu venit, quæ ut ipsa in Æquilibrio sit, huic applicatur Pondus ut D, quod eò majus desideratur, quò minus à Regulæ lignæ extremitate removetur Fulcrum; quare in A Cochleam habemus prominentem, cujus ope cylindrus cupreus D, qui variari potest, cum Veste conjungitur.

Ne autem Regulæ lignæ latitudo turbet Experimentum, in medio hujus latitudinis foramina dantur, ita ut Lineæ, per medium hoc ductæ, Potentiæ & Pondera applicentur. Incisiones etiam dantur duæ *a* & *b* in quas Fulcrum ita penetrat, ut ipsa dicta Linea immediatè sustineatur.

Re-



Reliqua ulteriori explicatione non indigent; C est columna * sæpius jam adhibita.

Quæ de conferendâ Potentiâ cum Pondere elevando diximus *, ad Vectem obliquum etiam applicari possunt. Sit talis Vectis A C B ex duabus Regulis A C, C B, angulum in C efficientibus, constructus. Fulcro Punctum C applicatur, & circa hoc Vectis rotatur: manifestum est in motu Vectis, ex situ A C B in situm $a C b$, angulos æquales esse A C a, B C b, & vias percurfas A a & B b à Punctis A & B, esse inter se ut distantias, A C, B C. Hac de causâ ut Potentia, in B perpendiculariter ad B C applicata, sustineat Pondus in A, desideratur ut ratio inter hoc & Intensitatem Potentiæ illa ipsa sit, sed inversa, quæ datur inter A C & B C *.

EXPERIMENTUM 4.

Vectis obliquus A B, Fulcro impositus, in tali situ quiescit, in quo linea $c a$ horizontalis est; quod obtinetur pondere D, in extremitate A cum Vecte conjuncto. Pondus P trium Librarum in a suspensum, sustinetur Potentiâ Q, quæ valet libram unam; quia $a c$, ad $c b$, ut 1, ad 3.

Filum cui connectitur Q, angulum rectum cum latere Vectis $c b$ efficit; quod quomodo præstetur Figura demonstrat. Trochlea T caudam habet *, quæ firmatur, dum cavitati, in latere Mensæ, intruditur.

Vecte etiam utuntur Operarii ad Pondera vehenda; & hujus usûs Vectis varii dantur casus, digni qui notentur, & quorum demonstratio ex dictis facillè deducitur.

Circa omnes casus generaliter observandum, *Intensitatem Potentiæ, aut Intensitates Potentiarum junctas, quando plurimæ dantur, æquè pollere debere cum Gravitate Ponderum*

* 162.

238.

TAB. VIII.

Fig. 1.

* 235.

* 145.

239.

TAB. VIII.

Fig. 2.

* 161.

240.

241.

vehendorum, aut sustinendorum: in omnibus enim casibus Potentiæ & Obstacula æquales Vias percurrunt.

242. *Si duabus Potentiis sustineri, aut vehi, debeat Pondus, inter Potentias collocandum hoc erit, & distantia Potentiarum ab utrâque parte à Pondere, requiruntur in ratione inversâ Intensitatum Potentiarum.*

Potentiarum enim Actiones sese mutuò turbabunt, nisi inter has Æquilibrium detur circa Punctum suspensionis Ponderis; quo Æquilibrium posito, in Puncto hoc Potentiarum Actiones sunt coactæ, & cum Pondere contrariè agunt; ideòque hoc sustinent, propter æqualitatem inter Potentias & Pondus.

MACHINA,

Quâ Experimenta demonstrantur de Veste, quo Pondera transferantur.

243. TAB. VIII. Fig. 3. Regula Ligna D E, cujus crassities est ferè unius Pollicis, & latitudo duorum Pollicum, sulcata est ab anteriori parte ab *m* ad *n*, etiam in partes æquales divisa.

Cum hac Regulâ in medio cohæret solidum F, cujus ope columnæ C applicari, & ad varias altitudines firmari, potest, ut hoc supra * de Brachio M (Tab. IV. Fig. 7.) diximus.

- * 161. Trochleæ caudatæ * in Sulco firmari possunt ita, ut singulæ divisioni cuicunque respondere possint.

Secunda adhibetur Regula lignea A B; hæc Vestem præsentat, & tenuior est; pondus hujus determinari debet, Sesquiunciam nostra ponderat.

Hæc quoque divisa est, & divisiones respondent divisionibus Regulæ D E. Perforata est Regula A B in duobus Punctis *i, i*, ab extremitatibus non admodum sed æqualiter distantibus, & duabus divisionibus ad libitum sumtis

sumtis, respondentibus; Fila duo, aut Funes tenuiores per hæc foramina Regulæ alligantur, & Trochleis T, T, in superiori Regula ipsi punctis *i, i*, respondentibus, circumponuntur, ut pondere Lancium L, L, Regula AB sustineatur, singulæ harum Lancium in nostrâ Machinâ ponderant $\frac{3}{4}$. Unciæ; Vectisque consideratur quasi nullum haberet Pondus; & Ponderis harum Lancium in Experimentis nulla ratio habetur. Reliquæ Lances quæ in Experimentis adhibentur singulæ ponderant Unciam unam, quod Pondus in computationibus non est neglegendum.

EXPERIMENTUM 5.

Uni ex Lancibus L, L, Pondus imponitur octo Unciarum, alteri Pondus quatuor Unciarum. Pondera hæc, quæ repræsentant Potentias, Vectem sursum trahentes in punctis *i & i*, sunt inter se ut unum ad duo; & juncta valent Uncias duodecim; pondus ergo duodecim Unciarum sustinere possunt*. Hoc ipsum præstabunt si Uncias undecim Lanci unius Unciæ imponamus, & hanc in O Vecti applicemus, ut æquilibrium detur inter Actiones Potentiarum, ne Vectis rotetur. In hac figurâ distantia inter Puncta *i, i*, est 30. divisionum, & Punctum O hanc distantiam dividit in duas partes quæ sunt inter se ut duo ad unum, id est, inversè ut Potentiæ.

EXPERIMENTUM 6.

Quando unâ Potentiâ duo Pondera sustinenda sunt, Potentia inter Pondera collocanda est, & tunc quæ de duabus Potentiis dicta sunt, ad Pondera applicari debent.* Pondera enim sustineri non possunt, nisi horum commune Centrum Gravitatis sustineatur*.

Plurima Pondera sæpe unâ, aut plurimis Potentiis, sustinen-

246. *stinentur aut vehuntur. Circa quod notandum, omnia Pondera, habere commune Centrum Gravitatis; quod Centrum tale est, ut, si ab utrâque parte unumquodque Pondus multiplicetur per suam distantiam ab isto Puncto, summa productorum ab utrâque parte sit eadem **

* 199. 202.

Potentia etiam utcumque disposita commune habent Actionis

- * 151. *Centrum; possunt enim per Pondera repræsentari*, & hîc Intensitas uniuscujusque Potentiæ per suam distantiam à Centro multiplicari debet, & summæ productorum tunc erunt ab utrâque parte æquales.*

Ut Potentiæ ad Pondera sustinenda valeant, requiritur ut Centrum Actionis Potentiarum conveniat cum Centro Gravitatis Ponderum. Tunc omnium Ponderum, omniumque Potentiarum, Actiones in unum & idem Punctum reducuntur, quod Viribus æqualibus fursùm & deorsùm trahitur, idèoque sustinetur.

EXPERIMENTUM 7.

247.
TAB. VIII.
Fig. 4.

Ex dictis explicatio Figuræ satis patet, in quâ O denotat Centrum Gravitatis Ponderum, & Centrum Actionum Potentiarum.

248. *Prædicta etiam locum habent, si Vectis ab utrâque parte à Potentiis trahatur; hæ enim ita disponendæ sunt, ut Centrum Actionum, ab unâ parte agentium, cum simile Centro Actionum oppositarum, coincidat: & Vectem habebimus, qui quiescere poterit, si summa Intensitatum Potentiarum, ad unam partem, valeat summam Intensitatum Potentiarum oppositarum.*

249. *Experimento facile propositio hæc confirmatur, adhibita Tabellâ ligneâ, longitudinis circiter unius Pedis, latitudinis duorum Pollicum cum semisse. Hæc in situ horizontali pede sustinetur, & juxta longitudinem ab utrâque*

que parte sulcata est, ut Trochleæ caudatæ * ei applicen-
tur, super quibus Funes ponuntur horizontales, qui ad par-
tes oppositas Regulam ligneam horizontalem trahunt. Po-
test hac methodo Experimentum ad libitum variari. Ta-
lem Machinam sæpius adhibuimus; sed, quamvis maxi-
mè sit simplex, ipsam negleximus; quia aliâ, quæ Ex-
perimentis, postea memorandis, de Viribus obliquis, in-
servit, in hoc casu uti possumus, quare peculiari Machi-
nâ in hoc casu non indigemus.

MACHINA,

*Quâ Experimenta de Viribus obliquis, & Vecte qui horizontaliter
trahitur, instituuntur.*

Tabella lignea G, quadrata, aut paululum oblonga, 250.
pedibus sustinetur. Huic superimponitur Rectangulum
ligneum MNPQ, quod separatim exhibetur in MNPQ
(Fig. 2.). Hujus magnitudo talis est, ut exactè includere
possit ipsam Tabellam; quare, ut huic imponatur, susten-
tacula E, E, E, E, quæ in Fig. 1. literis e, e, e, e, designan-
tur, addenda sunt. Quibus Rectangulum, dum Tabellæ G
applicatur, etiam supra hanc elevatur ad altitudinem cir-
citer unius Pollicis.

In Experimentis de quibus nunc agitur, magis adhuc
dum elevari debet, quod præstatur quatuor minoribus
sustentaculis f, f, f, f. Separatim unum repræsentatum
habemus in F (Fig. 2.): cum hoc cohæret cylindrus mi-
nor, aut paxillus, b, qui in Foramen, in angulo Tabulæ
G, penetrat.

In minoribus lateribus Rectanguli incisuræ dantur Ii, 251.
Ii, per ipsum lignum penetrantes; reliqua duo latera per-
forata sunt foraminibus quadratis c, c, & minoribus
incisuris d, d &c. In his omnibus firmari possunt

H

Troch-

TAB. IX.
Fig. 1.

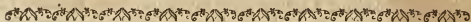
- * 160. Trochleæ, quæ capsulas volubiles habent *. Incisuræ Dd, Dd , cum foramine c in utroque latere ita sunt determinatæ, ut, firmatis Trochleis in c , & in extremitatibus incisionum sequentium $d, D, d, D, &c.$ Distantiæ inter Trochleas sint æquales.

EXPERIMENTUM.

252. Regula adhibetur lignea, divisa in partes æquales ita,
* 251. ut divisiones respondeant Trochleis, ut dictum *, firmatis.

Regula hæc horizontaliter trahitur duabus Potentiis ad unam partem, & tribus ad partem oppositam: summa duarum est Viginti Unciarum, & summa trium oppositarum huic æqualis est. Punctum in quo conveniunt Centra Actionum oppositarum est O , circa quod æquilibrium datur ad utramque partem, ut ex numeris, in Figurâ notatis, facile deducitur.

Regula AB , nunc in Aëre pendula, facile ad unam, aut ad aliam partem, propellitur, id est NP , aut MQ , versùs.



CAPUT XII.

De Axe in Peritrochio, Machinarum simplicium secundâ.

VEstis, ut in principio Capitis præcedentis dictum, inservit ubi Pondera ad parvam altitudinem elevanda sunt; quando altitudo major est, Axis in Peritrochio usu venit.

DEFINITIO.

253. *Axis in Peritrochio vocatur Rota cum Axe volubilis.*

Potentia in hac Machinâ applicatur peripheriæ Rotæ, ejus motu Funis, cui affixum est Pondus, Ax circumvolvitur, quo Pondus elevatur.

Sit

Sit B D Rota; A E Axis; F Pondus elevandum; Q Potentia : hujus Actione moveatur Rota, puncta B & A arcus similes eo motu describunt; arcus hi sunt Viæ percurſæ à Potentiâ & Pondere, & ſunt inter ſe, ut B C ad A C, id eſt, ut Rotæ diameter ad Axis diametrum, ex quo ſequens Regula deducitur.

*Potentia eò plus valet, quò major eſt Rota, & illius Actio 254. creſcit in eàdem ratione cum Rotæ diametro. Pondus eò minus reſiſtit, quò Axis diameter minor eſt, & illius Reſiſtentia in eàdem ratione cum Axis diametro minuitur. Et ut detur æquilibrium inter Potentiam & Pondus, requiritur, ut Rotæ diameter ſit ad Axis diametrum, in ratione inverſâ Potentiæ ad Pondus *.*

* 145.

Notandum Axis diametro, Funis diametrum eſſe addendam.

EXPERIMENTUM.

Hæc Regula diverſimodè confirmatur ope Machinæ hic delineatæ, in quâ Rotæ cupreæ dantur tres *a, b, c*, quæ Pondere, filo juncto, & Potentiam repræſentante, moveri poſſunt. Hæ Rotæ cohærent inter ſe, & iſſis conjungitur Rota lignea A, ut pateat quomodo Scytalis *d, d*, Potentia applicari poſſit.

Axis in B duplam habet craſſitiem quàm in D, ut & eo reſpectu Experimenta variari poſſint.

Extremitates Axis ſunt chalibei, & tenuiores, ut in motu minor detur attritus.

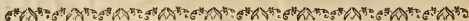
Columnis ligneis E, E, ſuſtinetur Rota, & hæ ipſæ ſuſtentaculo imponuntur.

Quando Axis diameter eſt pars decima ſexta diametri Rotæ, unica Uncia Q ſedecim Uncias P ſuſtinet, & ſic de cæteris.

H 2

Quando

257. Quando Potentia Scytralæ applicatur, ut in d , distantia puncti, cui applicatur, à Centro, pro Rotæ semidiametro habenda est.



C A P U T XIII.

De Trochleâ, Machinarum simplicium tertiâ.

258. **M**Ultis in occasionebus Axis in Peritrochio ad elevanda Pondera inservire nequit; Trochleis in iis casibus utendum, & Machina, quæ ex istis formatur, est admodum compendiosa, & facillimè de loco in locum transfertur.

* 158. Quid sit Trochlea, jam ante dictum *.

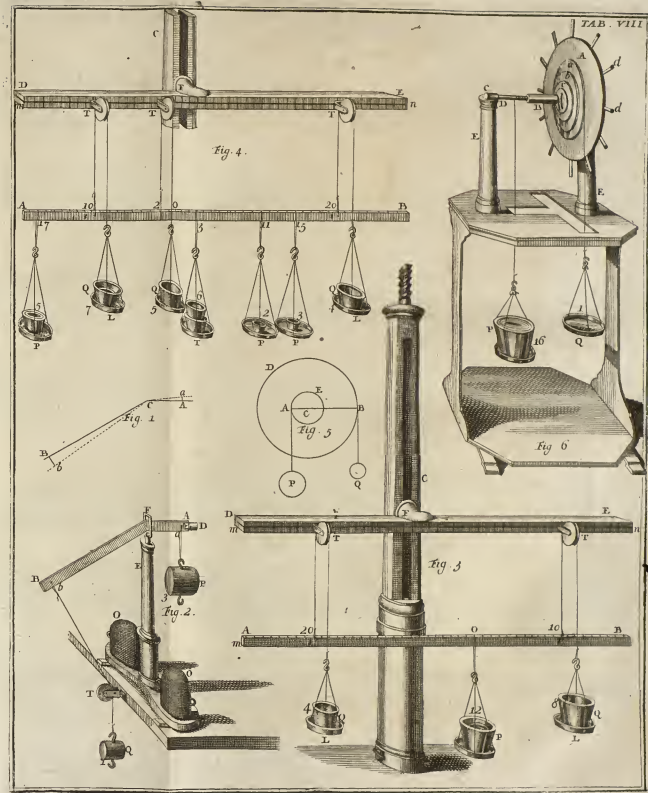
- Si Pondus Trochleæ conjunctum sit ita, ut hujus circumvolutio non impediatur, & cum Pondere elevetur, utraque extremitas Funis ductarii sustinet partem dimidiam Ponderis. Quando ergò extremitas una, unco alligata, aut aliter fixa est, Vis movens alteri extremitati applicata, quæ dimidium Ponderis valet, Pondus sustinet.

EXPERIMENTUM I.

260. **P**ondus P , duarum Librarum Trochleæ O conjungitur ita, ut rotatio Orbiculi eo non impediatur; unco V Funis extremitas f alligatur, & Funis etiam circumponitur
- * 159. Trochleæ fixæ T , ut directio mutetur *; tunc Pondus Q , unius Libræ, huic extremitati applicatum, sustinet Pondus P .

Uncus D , Pondere suo sustinet Orbiculum mobilem O , ne hic Pondere suo turbet Experimentum.

261. Plurimi Orbiculi utcumque conjungi possunt, & Pondus iis annecti; si tunc unum extremum Funis fixum sit,
- &



& hic circumeat omnes Orbiculos illos, & alios fixos æquali numero, parvâ Potentiâ magnum Pondus elevari poterit; in hoc casu, quo numerus Orbiculorum, Ponderi conjunctorum, major est, (fixis enim Actio Potentiæ non mutatur *) èd minor Potentia valet ad sustinendum. ^{* 159.}
 Pondus; & Potentia, quæ est ad Pondus, ut Unitas ad duplum ^{262.}
numeri orbiculorum, cum Pondere mobilium, cum hoc æquè pol-
let. Hic enim est numerus Funium, quibus Pondus sustinetur, & unico Funi Potentia applicatur, ut in Experimentis sequentibus patet.

Trochlea, in hoc casu, constat ex duabus partibus; ^{263.}
 prima suspenditur & continet Orbiculos fixos; secunda cum Pondere mobilis est. Simul consideratæ Trochleam efficiunt. Partes separatim eodem nomine designantur; tunc una dicitur *Trochlea superior*, altera *inferior*. Unaquæque etiam *Rechamus* dicitur.

EXPERIMENTUM 2.

Pondus P sex Librarum Regulæ D E annectitur, in quâ ^{264.}
 tres Orbiculi O, O, O, liberè rotantur. Unco V extremitas ^{TAB. IX.}
f Funis alligatur, & Funis circumit tres illos Orbiculos, ^{Fig. 4.}
 & totidem alios fixos; in altero extremo Pondus Q unius Libræ suspenditur, & datur æquilibrium.

Ultima ex Trochleis fixis T negligi potuisset, sed tunc ^{265.}
 Potentia partem *i b* Funis sursum deberet trahere, actione quæ valeret sextam partem Ponderis F; quia sex Funibus, æqualiter tensis, hoc sustinetur.

In hoc, ut in præcedenti Experimento, & sequentibus hujus Capituli, cum unco, ut D, cohæret Pondus quo Orbiculi mobiles sustinentur.

EXPERIMENTUM 3.

266. Non interest quomodocunque Orbiculi conjungantur; ad elevanda Pondera haud facile præcedens dispositio adhibetur; Operarii ideò inæqualibus Orbiculis utuntur, dispositis ut in *Fig. 5.*; magnitudo enim Orbiculorum non mutat demonstrationem.

In hoc casu non omnes Funes verticales sunt, nisi diametri Orbiculorum sint in progressionem Arithmeticâ numerorum naturalium, 1. 2. 3. 4. &c. Numeri impares 1. 3. 5., expriment diametros Orbiculorum cum Pondere mobilium; pares numeri 2. 4. 6. indicant diametros Orbiculorum fixorum: sed quia hac methodo Orbiculi admodum magni sæpè adhibendi sunt, in *praxi Funium parallelismus negligitur*; quia error, ex exigua Funium obliquitate oriundus, contemni potest: in hoc tamen casu observandum, Orbiculos conjunctos inæquales desiderari, ut Funes separentur; vide *Fig. 8.* Quid autem ex Funium obliquitate sequatur, in Capite hujus Libri decimo sexto videbimus.

TAB. IX.
Fig. 8.

268. Quando Orbiculorum diametri sunt ut numeri naturales *, omnes eodem tempore Revolutionem unam abfolvunt; quare omnes superiores, omnesque inferiores, conjungi possunt, ita ut tantum habeamus duos Axes mobiles; ponimus enim semper adhiberi Axes chalibeos, cum Orbiculis cohærentes, & qui in capsulis cupreis versantur, ut supra explicavimus *.

TAB. XI.
Fig. 4.

* 160.

EXPERIMENTUM 4.

269. Sæpè quoque adhibentur Orbiculi æquales, paralleli inter se; quæ constructio admodum compendiosa est.

TAB. IX.
Fig. 6.

Funis extremitas fixa unco V alligata est, descendit Funis ad primum Orbiculum inferiorem, hunc circumit, & adscen-

adscendit ad primum Orbiculum superiorem, à quo tendit ad secundum inferiorem, à quo iterum adscendit, ad secundum superiorem tendens, &c.

Ut in his circumstantiis Funes omnes verticales sint, & paralleli, observandum, positis superiorum Orbiculorum Axibus in eâdem lineâ, non ita disponendos esse inferiores, aut vice versâ. Sed Axium Orbiculorum dispositionem desiderari quam hic exhibemus. In T & O representantur Axes, ut in planis horizontalibus, quæ in T per Axes superiores, & in O per inferiores, concipiuntur, sese habent.

270.
TAB. IX.
Fig. 7.

Si Funium parallelismus negligatur, cavendum ne inferior Trochlea nimis ad superiorem accedat, id est, non ad illam altitudinem Ponderis elevari poterit, ad quam pertingere possit, positis Funibus parallelis.

EXPERIMENTUM 5.

Quando extremitas Funis ductarii, quæ in Experimentis præcedentibus fixa est, annectitur Ponderi, aut Orbiculis cum Pondere mobilibus, ratio Potentiæ ad Ponderis non est ut 1. ad duplum numeri Orbiculorum cum Pondere conjunctorum; sed unitate augeri debet numerus hicce duplus; & hîc, ubi duo Orbiculi Ponderi annectuntur, ratio est ut 1 ad 5; tot enim dantur Funes, quibus Ponderis sustinetur.

271.
TAB. IX.
Fig. 8.

C A P U T XIV.

De Cuneo & Cochleâ, Machinarum Simplicium quartâ, & quintâ.

EX prædictis satis patet, quomodo ope parvæ Potentiæ Ponderis magnum sustineri aut elevari possit; ad

ad hosce usus non restringitur Ars Mechanica; Potentia, quarum intensitates exiguae sunt, ad magnas quasunque Resistentias superandas adhiberi possunt. Exemplum pulcherrimum suppeditat *Cuneus*, instrumentum findendo ligno, pluribusque aliis usibus, inserviens.

DEFINITIO 1.

272. *Cuneus est Prisma non admodum altum, cujus bases sunt*
 TAB. X. *Triangula æquicrura*; horum unum videtur in B C D.
 Fig. 1.

DEFINITIO 2.

273. *Altitudo Trianguli est Cunei Altitudo*; ut C E.

DEFINITIO 3.

274. *Trianguli basis vocatur etiam Cunei Basis*; ut B D.

DEFINITIO 4.

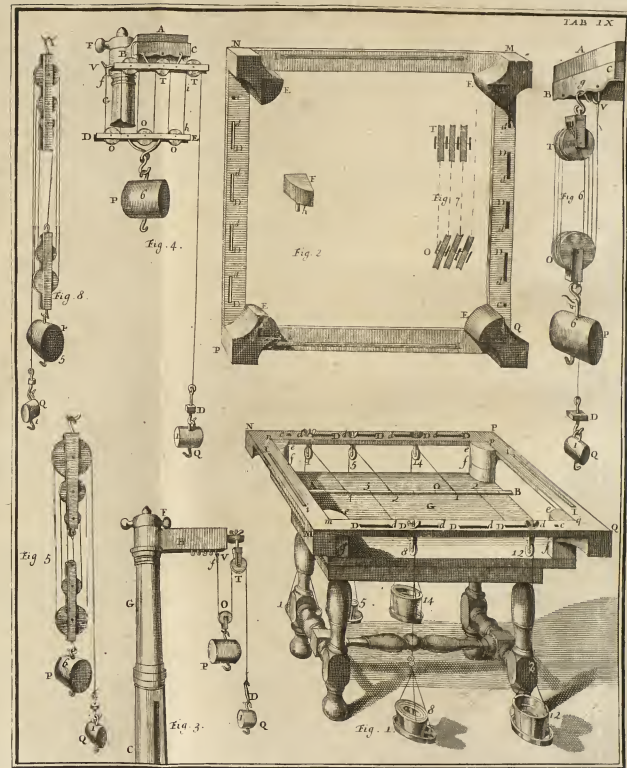
275. *Acies Cunei est linea recta, quæ conjungit Triangulorum vertices*; ut C c.

276. Ligno findendo, aut Corporibus separandis, Acies Cunei applicatur, & sæpè ictibus mallei, loco Pressionis, Cuneus intruditur.

Quando totus Cuneus intruditur, Spatium à basi, cui Potentia applicatur, percursum, est Altitudo Cunei E C, quæ ideò pro Spatio, à Potentiâ percursio, haberi debet; Spatium verò, per quod eodem tempore Corpora, quæ separantur, à se mutuò recedunt, est basis Cunei B D. Unde sequitur,

277. *Potentiam se habere ad Corporum separandorum Resistentiam*, quando cum hac æquè pollet, ut Basis Cunei, ad
 * 145. *hujus Alitudinem* *.

278. Quando agitur de Ligno findendo, Regula hæc locum non habet; quia non per æqualia Spatia singulæ Ligni partes cedunt. Quæ ad Lignum findendum spectant, in sequenti Scholio i. explicantur.



MACHINA,

Quâ Cunei affectiones demonſtrantur.

Tabella lignea A, ad altitudinem circiter trium pedum cum ſemiſſe ſupra menſam M firmanda eſt.

279.
TAB. X.
Fig. 2.

Hunc in finem Columnæ C*, cui addita eſt minor Columna, ſuperimponitur Caput H*. In hac figurâ integram Columnam C delineare non potuimus, partem hujus mediam, ut & Funium, ſtatim memorandorum, partes medias, ſuſtulimus.

* 162.
* 164.

In Capitis H parte ſuperiore foramen datur quadratum (vid. Tab. IV. Fig. 5.), per quod penetrat cauda Cylin-
dri lignei B, quæ cum ipſo foramine congruit ita, ut auxilio Cochleæ F firmetur Cylindrus, & ipſa Tabella A, quæ cum Cylindro B cohæret. Tabella hæc longitudinem habet ſex Pollicum, latitudinem quatuor pollicum cum ſemiſſe, & in ſitu horizontali firmanda eſt.

Ad quatuor hujus angulos foramina dantur *a, a, b, b*, per quæ Funes tranſeunt, in ipſis foraminibus fixi; ſunt hi æquales inter ſe, & longitudinis circiter triginta duorum Pollicum.

Hiſce Funibus ſuſpenduntur Lamellæ æneæ quatuor, ut *d & d*; quarum duæ tantum videri poſſunt.

Harum ope duo ſuſpenduntur Cylindri lignei GI, GI; utriuſque longitudo valet diſtantiam *ab*, ut Funes duo, quibus idem Cylindrus ſuſtinetur, ſint paralleli. Cylindrorum Axes chalybei ſunt, & tenues, ut *e, e*; hi per lamellarum, *d, d*, foramina majora tranſeunt, & hæc replent; ita tamen, ut in his quàm liberrimè rotentur.

Ut attritus minuatur, paululum Cylindrorum baſes in medio præminent, quare Cylindrorum longitudo, ſi inter

I baſium

basium circumferentias mensuretur, paululum deficit à distantia, indicatâ $a b$, inter Funes, quibus Cylindrus sustinetur.

Cylindrorum diametri in I, & G, sunt duorum pollicum cum semisse; in medio pars datur tenuior O, longitudinis trium pollicum, cujus diameter est sesquipollicis. Pars hæc tenuior duobus annulis ut r , ex ipso ligno, circumdatur ita, ut Lamina lignea D E, quæ tenuiori huic parti applicatur, Annulos tantum tangat.

In Tabella A dantur & duo alia foramina inter a, a , & b, b , nempe c, c , per quæ Funes transeunt, qui in superiori parte Tabellæ cum Paxillis ut s , cohærent. Hisce Funibus Trochleæ duæ æneæ sustentur, ut T, ita suspensæ, ut liberrimè circa Axes suos chalybeos, rotari possint.

Trochlea, ut T, cum Cylindro uno conjungitur, dum Lamellæ d , annectitur Funibus m, m ; cum oppositâ Lamellâ d cohæret Funis nn , qui Trochleæ T circumponitur, & Pondere P trahitur. Simile Pondus, ad aliam partem Cylindrorum, eodem modo suspenditur, quibus duobus Ponderibus ad se mutuò trahuntur Cylindri.

Conversione Paxillorum s , quorum unus tantum in hac figura visibilis est, eleuantur, aut deprimuntur, Trochleæ, donec Funes n & m sint in situ horizontali.

Cuneus formatur ex duabus Laminis ligneis D E, D E, verticulis inter se junctis; quæ angulum quemcunque inter se efficere possunt.

Per hæc ipsas transit Cochlea L L, circulariter incurvata, super quâ duæ Cochleæ exteriores ut i , moventur. Hisce plana D E, D E, separantur, & ne angulus, quem efficiunt, minuat, cohibent.

Appensâ Lance, cum pondere Q, Cuneus hic inter Cylindros

lindros intruditur; Fune *f*, in puncto medio *g* aciei Cunei, Pondus hoc suspenditur.

Ut in Cuneo ratio inter basim & altitudinem determinetur, formantur ex ligno Triangula isocelia minora, ad verticem paululum truncata, ut ABC; quibus altitudo, & basis longitudo inscribuntur, datâ mensurâ quacunque. Commodum est exprimere altitudinem per numerum 16, si integris libris Cylindri ad se mutuò trahantur. Triangulum tale Tabellis, Cuneum efficientibus, interponitur, ut situs Lamellarum, ut *i*, determinetur.

TAB. X.
Fig. 3.

Fig. 2.

EXPERIMENTUM.

Rebus, ut in Machinæ descriptione dictum, dispositis, 280.
si Pondus, quo Cuneus inter Cylindros intruditur, (id est, Pondus Cunei, Cochleæ LL, & Lancis cum Pondere imposito Q) se habet ad summam Ponderum P, P, ut basis Cunei ad ipsius altitudinem, æquilibrium datur, inter Vim quâ Cylindri separantur, & illam quâ ad se mutuò trahuntur. Hoc exinde elicitur, quia agitatione minimâ Cuneus elevatur aut deprimitur.

Magnam cum Cuneo affinitatem habet *Cochlea*. Ex duabus partibus constat.

DEFINITIO 5.

Prima, quæ vocatur *Cochlea interior*, est *Cylindrus ad formam Helicis sulcatus*, ut AB. 281.
TAB. X.
Fig. 4.

Secunda, quæ vocatur *Cochlea exterior*, & cujus figura differt pro vario usu Machinæ, est *Solidum cylindricè excavatum*, cujus superficies concavâ eodem modo sulcata est, ita ut hujus eminentiæ alterius cavitatibus congruant, ut DE. 282.

Hæ duæ partes in se mutuò moveri possunt, quod in usu hujus Machinæ requiritur. Inservit præcipuè compressioni Corporum, quæ jungi, & firmiter connecti, de-

bent; in hac enim Machinâ Potentia minima quàm arctissimè Corpora comprimit. Poteſt etiam Cochlea ad elevanda Pondera adaptari.

- In unaquaque Revolutione hujus Machinæ, quiescente parte unâ, altera protruditur ad distantiam æqualem intervallo inter duas proximas Spiræ conversiones. Potentia, quâ Cochlea movetur, applicatur Manubrio, aut
283. Scytalæ; & *Potentia est ad compressionem, quam generat, ut prædicta distantia, inter duas proximas Spiræ conversiones, ad peripheriam Circuli, à puncto Manubrii aut Scytalæ, cui Potentia applicatur, percurſi*; Via enim à puncto, aut plano, quo Resistencia superatur, percurſa, illam ad Viam Potentiæ rationem habet. Foret Via hæc paulo major, si Potentia applicaretur juxta directionem parallelam Spiræ, sed hoc sæpè foret difficile; ideò in praxi Potentia ferè semper agit in plano ad Axem Cylindri, qui Cochleam interiorem format, perpendiculare, & hicce est casus quem nos consideravimus.
284. Hic observandum est, quando Potentia cum Pondere, aut Resistentiâ, æquè pollet in Machinâ quacunque, si Potentia parte, quantumvis exiguâ, augeatur, hanc præpollere, Machinâ omnium partium attritu carente; quando verò attritus datur, hic quoque à Potentiâ superari debet; quantum verò ad hoc requiratur, ratiocinio mathematico determinari non poteſt.
285. *In Cochleis attritus admodum est sensibilis, & etiam magni usus*; nam eo Machina in situ suo servatur, & Actione Corporum, quæ comprimuntur, aut Gravitate Ponderum, quæ elevantur, cessante Actione Potentiæ, motu contrario non ad pristinum situm redit.

S C H O L I U M I.

De Ligno findendo.

Detur Lignum, cujus partes jam separatæ efficiant Angulum EFL ; sit hoc ulterius findendum adhibito Cuneo ACB , cujus Basis est AB , & cujus Altitudinem mensurat CD . 286.
TAB. X.
Fig. 5.

Ubi partes, quantumvis parum, separantur, omnis tollitur Resistentia; aptequam autem separantur partes in F , puncta E , L , paululum moveri debent, id est, augendus est Angulus EFL ; determinanda ideo est Vis, quâ Angulus hic augeri potest.

Ponamus Angulum auctum, ut sit eFl ; Cuneus intravit, & datur in acb ; partes Ligni E , L , translatae fuere per Ee , Ll , sed quæ minus ab F distant, per minus Spatium moventur, lineæque EF , LF , motibus suis describunt areas Triangulorum æqualium inter se eFE , lFL .

Ductis ef & fF , Parallelis EF & eE , formetur Parallelogrammum $eEFf$; sunt æqualia Triangula eFE & fEF ; & Parallelogrammum valet ambo Triangula eFE & LFl conjuncta: ideo translationes memoratæ, linearum amborum EF , LF , conjunctæ, valent translationem solius lineæ EF per Spatium Ee aut Ff : quæ lineola ergo distantiam repræsentat, quâ partes Ligni à se invicem separantur, cum autem de hac separatione hic agatur, est hæc ipsa lineola Spatium, ab Obstaculo quod superandum est, percursum, dum Spatium, quod percurrit Potentia, est Cc , Spatium nempe per quod Cuneus fuit translatus. * 34. El. I.

Vis ergo, quâ Cuneus intruditur, est ad Ligni Resistentiam, quando æque pollent, ut eE ad Cc .* * 145.

Ducatur Cg ipsi Ee Parallela, erunt hæ Lineæ æquales*, quia motu Parallelo latus AC Cunei fuit translatus; ratio memorata est ergo quæ datur inter gC & Cc . * 34. El. I.

Lineola Ee , ideo etiam gC , perpendicularis est ad FE ; est enim Ee arcus Circuli, adeo exiguus, ut pro rectâ lineâ haberi possit; cujus Circuli radius est FE .

Per punctum baseos medium D linea ducatur DH , ad latus AC Cunei perveniens in H & cum FE latere Ligni separato, continuato, Angulum efficiens rectum; hæc ipsi Cg Parallela est. 287.

Propter latera cC , CD , in eadem lineâ, & reliqua Parallela, sunt similia Triangula Cgc , DHC ; idcirco DH se habet ad DC , id est ad Altitudinem Cunei, ut gC ad Cc , id est, ut Vis quâ Cuneus intruditur, ad Ligni Resistentiam, quando neutra alteram vincere potest, auctâ paululum Potentiâ separantur Ligni partes.

Quando Ligni partes non separantur, nisi quo usque Cuneus intruditur, lineæ AC & EF conveniunt, & Angulus DHC est rectus, ideoque similia sunt 288.

¶ 8. El. VI. Triangula CHD, CAD *; & DH ad DC, ut AD ad AC. In hoc casu ergo est *Vis*, quâ Cuneus intruditur, ad *Ligni Resistentiam*, ubi æquè pollent, ut *Semibasis Cunei ad hujus Latus*.

S C H O L I U M II.

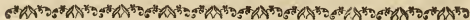
Machinæ cujusdam Examen.

289. *M*achinam ad Cunei proprietates demonstrandum, à superiùs descriptâ *
 * 279. diversam, adhibuere alii; ipse olim talem, paululum tantùm immutatam, eodem tamen cum illâ principio nixam, construi curavi; sed in quo fallat breviter dicam.

In hac Cuneus, illi similis cum quo Experimenta in nostrâ Machinâ instituntur, eodem modo, ac ubi de nostrâ egimus dictum, pondere inter Cylindros ut IG, IG, trahebatur; Cylindri autem movebantur, juxta regulas æneas, super quibus Chalybei axes prominentes positi erant. Cylindri trahebantur Ponderibus, suspensis Funibus, qui Trochleis, fixis, & circa axes tantùm mobilibus, circumpositi erant.

In hac Machinâ datur æquilibrium, si *Vis*, quâ Cuneus intruditur, se habeat ad summam Ponderum P, P, ut *Semi-basis Cunei ad ipsius Altitudinem*, quæ proportio in Cuneo locum non habet *.

* 277. Machina hæc non repræsentat quæ in actione Cunei, quo Corpora separantur, obtinent; Pondera enim Cylindros trahentia non repræsentant Vim quâ Cylindri inter se cohærent; sed Cylindri singuli dimidio horum Ponderum, ad Trochleas fixas trahuntur; in nostrâ autem Machinâ, Ponderibus integris P, P, inter se cohærent Cylindri.



C A P U T XV.

De Machinis compositis.

290. *M*achina omnis composita in simplices potest resolvi; componitur enim ex simplicibus junctis. Quando duæ junguntur, Potentia uni applicatur & Actio hujus Machinæ, loco Potentiæ in aliam agit; quare illa eadem Actio, in computatione effectûs secundæ Machinæ, habetur pro Intensitate Potentiæ, quæ hanc secundam Machinam movet.

Si

Si Actio, auxilio primæ Machinæ, quadruplicetur; & triplicetur solâ adhibitâ Machinâ secundâ, manifestum est Actionem quadruplam triplicari, & esse duodecuplam; hoc autem ad numerum quemcunque Machinarum applicari potest; quare Universalis est Regula, *In Machinâ quacunque compositâ, rationem Intensitatis Potentiæ ad Resistentiam, cum quâ in æquilibrio est, compositam esse ex omnibus rationibus, quæ in singulis Machinis separatim locum habent.* 291.

Quam rationem quoque detegimus, conferendo Vias percursas à Potentiâ & Pondere, eodem tempore, in eodem Machinarum motu; hæ enim Viæ sunt inversæ, ut Potentia ad Pondus *. 292.

* 145.

Exemplis has Regulas illustrabimus.

EXPERIMENTUM I.

Tres Vectes A, B, C, ita disponuntur, ut Potentiâ Q, in Vectem C agente, sustineatur Pondus P, Vecti A applicatum. 293.

TAB. XL
Fig. 1.

Vectis A Fulcrum F imponitur ligno transverso LL, quod duabus sustinetur Columnis, ne applicatio Ponderis majoris, ut P, impediatur.

Reliqui Vectes, B & C, singuli Unicâ Columnâ sustinentur; & separatim ut etiam A, Ponderibus minoribus brachiis conjunctis, D, D, D, &c., sunt in æquilibrio. In Vecte A, si solus adhibeatur, ratio Potentiæ ad Pondus est 1. ad 5. In Vecte B, 1. ad 4. In Vecte C, 1. ad 6.

Ratio ex his tribus composita est 1. ad 120. Id est, unica Uncia Q sustinet Pondus F septem Librarum cum semisse, id est, Centum & viginti Unciarum; quod, ex collatis Viis, eodem tempore, in Machinæ agitatione, percursis, etiam determinari potuisset.

Ex

294. Ex conjunctis Vectibus statim efficitur composita, quâ, minori adhibito Pondere, Corpora explorantur.

EXPERIMENTUM 2.

295. TAB. XI.
Fig. 2. AB est Vectis primi generis, qui circa fixum Punctum C rotatur; communicat hic motum Vecti secundi generis FH, qui circa hoc ultimum Punctum movetur; In G Lanx L suspenditur: Pondere D omnia sunt in æquilibrio.

Brachium CB primi Vectis in partes æquales est divisum; majores divisiones hîc notamus, quæ in minores subdivisæ sunt; manifestum nunc est exiguo Pondere Q, juxta hoc brachium mobile, determinari quantum ponderant Corpora ut P, Lanci imposita.

Ut plures Vectes junguntur, sic & variæ Rotæ conjungi possunt.

296. Suspenditur Pondus axi Rotæ, & circumferentiæ Funis circumponitur, qui ut trahatur conjungitur cum axe Rotæ sequentis, cujus Peripheriæ Potentia applicatur.

Eodem modo plures Rotæ adhiberi possent, & Computatio per Regulam generalem iniri deberet *; sed magis commodum est, motum de Rotâ in Rotam transferre, auxilio dentium.

297. Si axis Rotæ sit dentatus, motus communicabitur secundæ Rotæ, cujus Peripheria dentes habet, qui cum primis respondent. Hac Methodo potest etiam motus tertiæ Rotæ communicari, & ulterius; sed cum hæ separatim adhiberi non possint Regula N. 291. locum hîc non habet, sed hæc alia, cujus Demonstratio ex comparatione Viarum percursorum faciliè deducitur.

298. *Ratio Potentie ad Pondus, quando Actiones sunt æquales, est composita ex ratione diametri axis ultimæ Rotæ, cui Pondus alligatur, ad diametrum primæ Rotæ, cujus circumferentiæ Pondus*

duc applicatur; & ratione circumvolutionum ultimæ Rotæ ad circumvolutiones primæ, eodem tempore.

EXPERIMENTUM 3.

Rotæ A Potentia applicatur, quæ sustinet Pondus conjunctum cum Fune, qui circumit axem Rotæ B, cujus Circumferentia dentes habet, qui penetrant inter dentes axis Rotæ A; axis enim hic CD in D dentatus est. 299.
TAB. XL
Fig. 3.

Axis secundæ Rotæ diameter est pars octava diametri primæ Rotæ, & circumferentia ipsius B, continet dentes triginta quinque, dum in D tantum septem dantur; ita ut A quinquies rotetur, dum B semel. Ratio ergo Potentiæ ad Pondus, componitur ex rationibus 1. ad 8., & 1. ad 5., & est 1. ad 40. Semi-libra sustinet viginti Libras.

In usu Trochlearum vidimus quomodo *plures Orbiculi* 300.
juncti Machinam efficiant Simplicem; si separatim sint mobiles, ad Machinas compositas pertinent.

EXPERIMENTUM 4.

Quinque Orbiculi O, O, O, O, O, separatim sunt 301.
mobiles, & unus quisque suum peculiarem Funem habet, TAB. X.
Fig. 6.
cujus extremitas una cohæret cum unco Brachii A * Columnæ CG; altera cum unco Orbiculi sequentis conjuncta est; si ultimum excipiamus qui circumit Trochleam fixam T, ut Potentia Q ipsi applicetur. Potentia hæc sustinet Pondus majus pro majori numero Orbiculorum, pro singulis enim duplicatur. In hoc casu, Uncia una sustinet triginta duas Uncias, & Libræ pars quarta sustinet octo libras. * 173. 174.

Unci in Brachio A ita sunt disponendi, ut omnes Funes paralleli sint.

Si pro simplicibus Orbiculis, Rechamos*, varios Orbiculos 302.
* 263.

biculos continentes, adhibeamus, augmentum majus erit; sed pro singulis varii Orbiculi fixi quoque desiderantur.

In duobus sequentibus Experimentis adhibemus Machinas diverſi generis conjunctas inter ſe.

EXPERIMENTUM 5.

303. *TAB. XI. Fig. 4.* Axi in Peritrochio Funis ductarius Trochleæ jungitur; Potentia Rotæ applicatur; & hîc, ubi Trochleæ ſexies Vis augetur, & ubi diameter Axis eſt pars decima ſexta diametri Rotæ, ratio Potentiæ ad Pondus componitur ex rationibus 1 ad 6 *, & 1 ad 16 *; eſt ergo ut 1 ad 96; & ideo unicâ Uncia L ſuſtinet Pondus P ſex Librarum.

304. *TAB. XI. Fig. 5.* Axis in Peritrochio moveri poteſt adhibitâ Cochleâ; Rota in hoc caſu dentata requiritur, cujus dentes ſint inclinati, ut cum ſulco Cochleæ congruant. Talis eſt Rota A, quæ ope Cochleæ DC movetur. Hoc in caſu *Cochlea perpetua* dicitur, & mirum admodum, hujus ope, Potentia minima præſtat effectum; tot enim in ſingulis Rotæ revolutionibus, revolutiones requiruntur Cochleæ, id eſt, Manubrii quo Cochlea movetur, quot dentes Rota habet; ſi huic Rotæ & alia Rota dentata addatur, Potentia eadem majus Obſtaculum ſuperare poterit.

EXPERIMENTUM 6.

305. *TAB. XI. Fig. 5.* Machina, quam hîc exhibemus, conſtat ex duabus Rotis, & Cochleâ perpetuâ, quæ Manubrio DE movetur. In hac, ratio Potentiæ ad Pondus, quando æquè pol-
lent, componitur ex ratione ſemidiametri Axis ultimæ Rotæ B, ad Manubrii longitudinem DE, & ratione revolutionum hujus Rotæ ad Manubrii, aut Cochleæ, revolutiones, eodem tempore. Prima ratio, in hac Machinâ, eſt ad 30; ſecunda ex numero dentium colligitur. Rota ultima

tima B habet in Peripheriâ dentes 35, axis primæ Rotæ A continet dentes 7; quinquies ergò prima Rota revolvitur, dum secunda semel; hæc verò prima continet dentes 36, totidem igitur Revolutiones peragit Cochlea, dum hæc Rota semel revolvitur *: ratio ex hisce duabus composita est, 1 ad 180, quæ est secunda ratio quæsitæ; & ratio ex hac & primâ, 1 ad 30, composita, est ratio 1 ad 5400, quæ est ratio Potentiæ ad Pondus in casu æquilibrîi; & quantumvis parum auctâ Potentiâ Pondus elevaretur, si nullus daretur attritus; qui cum in omnibus hisce Machinis non sit contemnendus, satis sensibilibiter Potentia, antequam Pondus superet, augeri debet; Potentiâ tamen minimâ Pondus maximum elevatur. Longitudo scytalæ E D duplicari, aut etiam magis augeri potest, quo actio Potentiæ duplicatur, aut magis augetur; in hoc casu capillo tenuissimo Pondus centum Librarum & majus faciliè elevatur.

Innumeræ aliæ Machinæ compositæ construi possunt, quarum Actiones eodem modo computatione determinantur, per Regulam in initio hujus Capitis memoratam; aut etiam comparando Viam percursum à Potentiâ cum Viâ à Pondere, aut alio quocumque Impedimento, percursum; harum enim ratio est ratio inversa Potentiæ & Ponderis, aut impedimenti, quando Potentiæ Actio cum Resistentiâ impedimenti æquæ pollet *.

Pressiones, quæ contrariè agentes sese mutuò destruant, semper sunt æquales; si ergò Potentia Intensitate minor est Impedimento, respectu Viæ percursum hoc superare debet, & quidem toties quoties ab hoc ipso Intensitate superatur; nullo enim alio respectu Pressionum Effectus differre possunt *, & ideo nulla alia compensatio dari potest.

CAPUT XVI.

De Potentiis Obliquis.

DEFINITIO I.

308. **P**otentiam vocamus directam, illam quæ Punctum, cui applicatur, premit, aut trahit, juxta directionem Lineæ, in quâ hoc cedere potest. Ita ut Punctum, quando movetur, ipsius Potentiæ directionem sequatur.

De tali Potentiarum applicatione huc usque egimus.

DEFINITIO 2.

309. In omni alio casu Potentia dicitur obliqua. Et Punctum quando movetur Viam sequitur à Potentiæ directione diversam.

310.
TAB. XI.
Fig. 6.

Sit Punctum A, mobile tantum in Lineâ AD, & quod D versùs trahitur; sit hoc retinendum Actione, quæ per AE dirigitur. Si applicata hæc Potentia foret per AB, manifestum est, talem hanc desiderari, cujus Intensitas æqualis esset Actioni, in Lineâ AD agenti; applicata verò est per AE, & hujus Intensitatem quærimus.

Ad AD erigatur perpendicularis AC, & ex Puncto in hac ad libitum sumto, ducatur CF, in EA, continuatam si necesse sit, perpendicularis.

Ponamus AC, CF, efficere Vectem obliquum, mobilem circa C; Punctumque A cum extremitate cruris CA coherere.

Si Vectis rotetur circa C, movetur Punctum A, in primo momento, (de quo tantum agitur, ubi æquilibrium determinari debet) in Lineâ DAB. Hicce autem motus Vecti communicari potest, Potentiâ directâ in F applicatâ.

applicatâ per FE; aut Potentiâ simili per AB agente; & sunt hæc, quando Effectum eundem producant, ut CA ad CF*.

* 238.

Prima verò coincidit cum Potentiâ obliquâ in A applicatâ per AE, quam quærimus; & secunda cum Potentiâ directè destruyente Actionem, quæ Punctum A per AB trahit, quam notam ponimus.

Ad AB, in Puncto ad libitum sumto, erigatur perpendicularis, directionem obliquam AE secans in E, & cum hac efficiens angulum AEB æqualem angulo FAC*, quare propter angulos rectos ABE, AFC, æquiangula sunt triangu-
la CFA, ABE, & CA ad CF, ut AE ad AB*: Ergò, si AB repræsentet Actionem, quæ directè
Punctum A retinere potest, AE repræsentabit obliquam Potentiam, quæ per AE eundem præstat Effectum: & quantum, propter Obliquitatem, Potentia, Machinæ applicata, augenda sit, faciliè determinatur, ut in Exemplo sequenti patet.

311.

* 28. El. I.

* 4. El. VI

EXPERIMENTUM I.

Vecti AB, in situ horizontali posito, & cujus brachia BC, AC sunt ut 3. ad 1., applicatur in A Pondus P duarum Librarum; & in B Potentia obliquè agens per eb, & quæ Pondere Q repræsentatur. Concipiatur Linea ei Vecti perpendicularis, & directionem agitationis Puncti B, aut e; demonstrans; si formato triangulo rectangulo eib, latus ei sit ad eb, ut duo ad tria, & Pondus Q sit unius Libræ, dabitur æquilibrium.

312.

TAB. XII.
Fig. I.

Potentia obliqua per eb, quæ valet tria, exerit per ei effectum, qui valet duo*; sed Actio per ei, quæ valet duo, sustinet in hoc Vecte Pondus, quod valet sex*: ergò Potentia obliqua est ad Pondus, ut tria ad sex, id est ut 1. ad 2.

* 312.

* 235.

K 3

In

313. In hoc Experimento adhibetur Vectis antea memora-
 tus *, Funisque *eb* Trochleæ, in latere Mensæ firmatæ *,
 circumponitur. Triangulo ligneo *LMN*, quod Perpendi-
 culum conjunctum habet, Potentiæ obliquitatem determi-
 namus, hanc autem ipsi Filo tribuimus, magis aut minus
 Pedem Vectis à latere Mensæ removendo. Ponderibus,
 huic Pedi impositis, ipse Vectis retinetur; Potentia enim
 hæc obliqua ipsum Vectem trahit juxta directionem *CB*,
 & retineri debet ita, ut tamen mobilis sit circa *C*: vim
 autem, quæ Vectem retinet, quæ valet ipsam Actionem
 Potentiæ juxta *CB*, determinamus in triangulo rectan-
 gulo *EHI*, & est ad ipsam Potentiam obliquam ut *EH*
 ad *HI* *.

314. Eodem modo ratiocinari debemus ubi de Potentiâ ob-
 liquâ, Machinæ cuicunque applicatâ, agitur.

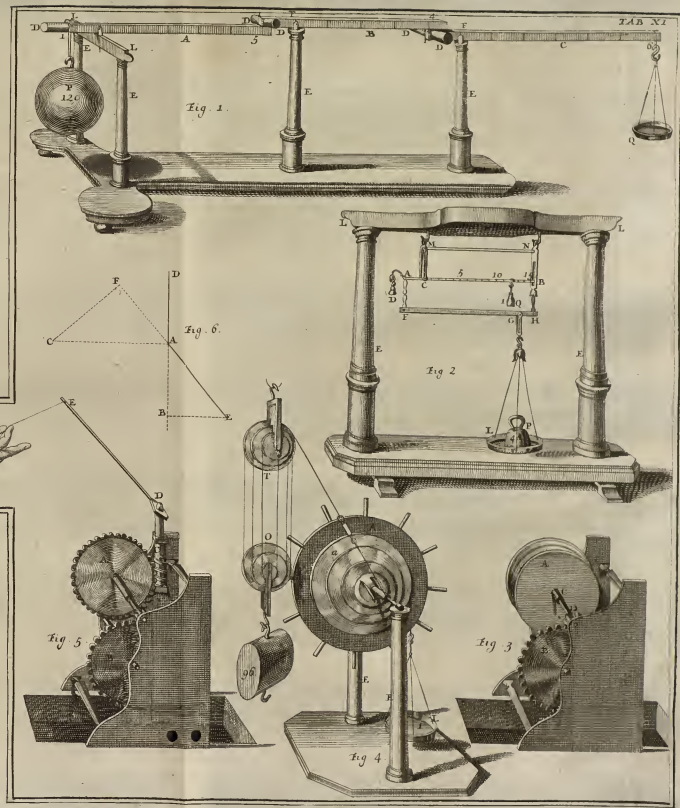
Nunc magis universaliter Potentias obliquas conside-
 rabimus.

315. Detur Punctum *A* quod tribus trahitur Potentiis, &
 quiescit. Sint harum directiones *AB*, *AD*, *AE*, pona-
 musque ipsas has Lineas esse inter se, ut sunt Potentiæ,
 quando Punctum retinent, id est, quando duæ quæcun-
 que tertiam destruunt. Potentiæ tunc *AD*, *AE*, Pun-
 ctum *A* eâ vi trahunt juxta *Ab*, quâ per *AB*, unicâ
 Potentiâ, retrahitur.

Ductis, ad *Ab*, perpendicularibus *Dd*, *Ee*; Vis,
 quâ Punctum *A* trahitur *b* versùs, à Potentiâ *AD*, va-
 let *Ad* *; & Actio Potentiæ *AE*, in eâdem Lineâ *Ab*,
 valet *Ae*. Ergò Linea *AB*, quæ tertiam Potentiam, has
 duas Actiones destruentem, exprimit, æqualis est sum-
 mæ Linearum *Ad*, *Ae*.

Hæc autem æqualitas non sufficit, ut, quod posuimus,
 inter

TAB. XII.
Fig. 2.



inter tres Potentias æquilibrium detur; ductis fAg , ad AB perpendiculari, & ad hanc parallelis Df , & Eg ; manifestum est Punctum A , Potentiis AD , AE , trahi per Af & Ag , Actionibus hisce Lineis proportionalibus*, & quietem Puncti non dari, nisi hæ Actiones se mutuò destruant, id est, æquales sint. * 317.

Requisita ergò æquilibrîi, sine quibus non datur, & quibus positis semper adest, sunt, ut Lineæ Af , Ag , aut Dd , Ee , sint æquales, & ut AB valeat summam Linearum Ae , Ad . Hæc autem habemus si, absoluto parallelogrammo lateribus AD , AE , directio AB sit productio diagonalis Ab , & huic æqualis: Quod patet si ad Triangula AeE , Ddb , quæ in omnibus conveniunt*, attendamus. 316.

Si nunc ad solum Triangulum ADb attendamus, cum latus Db Lineæ AE parallelum sit, & huic æquale*, sequitur, Punctum, quod tribus Potentiis trahitur, quiescere, & quidem in hoc solo casu, si Potentiæ fuerint inter se, ut latera Trianguli formati Lineis, juxta directiones Potentiarum positis. * 29. 34. 26; El. I.

Hæc Propositio demonstrat quomodo duarum Potentiarum Actiones ad unicam reduci possint. Potentiæ duæ AD , AE , unicam valent quæ per Ab ageret, & huic Lineæ proportionalis esset. 317.

Patet ex his etiam Potentiæ Actionem in duas Actiones posse resolvi; & quidem innumeris modis, propter innumera Triangula, quæ formari possunt servato eodem latere. * 34. El. I.

Non interest utrum Corpus trahatur juxta Ab Potentiâ, cujus Intensitas per hanc Lineam exprimitur, an duabus Potentiis per AD & AE , quarum Intensitates hisce Lineis respectivè sunt proportionales; & resolutio hæc Po-

Potentia in duas, arbitraria quidem est, sed tantum respectu unius; si enim una detur, determinatur secunda: Triangulum enim, datis duobus lateribus, & angulo his contento, determinatur.

Circa Propositionem N. 317. ulterius observamus, quod ex notâ Triangulorum proprietate, latera esse inter se, ut Sinus angulorum oppositorum, deducitur:
 320. In æquilibrio esse Potentias tres, quæ sunt inter se ut Sinus angulorum, directionibus Potentiarum oppositarum, formatorum. Id est, Potentia, quæ per A E agit, est ut Sinus anguli B A D, & sic de cæteris.

321. Machinam, quâ Experimenta de viribus obliquis demonstramus, superius explicavimus*, hanc nunc adhibemus, sepositis sustentaculis minoribus *f, f, f, f*, (Tab. IX. Fig. 1. & F, Fig. 2.); tunc fila, horizontaliter posita, & super Trochleis, Ponderibus appensis, tracta, vix ad altitudinem quartæ partis pollicis supra tabellam elevantur.

EXPERIMENTUM 2.

322.
 TAB. XII.
 Fig. 3.

Trochleæ tres T, T, T, in locis ad libitum determinatis Machinæ junguntur; tria Fila, in unico Puncto Nodo juncta, Trochleis circumponuntur, appensis Ponderibus, sex, novem, & duodecim Unciarum.

Sponte hæc situm æquilibrii petunt, ad quod redeunt, si ex situ removeatur Nodus. Convertenda est unaquæque Trochlea, ut Sulcus sui Fili directionem sequatur.

In Tabellâ separatâ, longitudinis & latitudinis quinque aut sex pollicum, ex ligno tenuiori, aut chartâ crassiori, Figura delineatur, quam nos in ipsâ tabulâ Machinæ repræsentavimus.

Formatur nempe Triangulum A D b, cujus latera sunt inter

inter se ut Pondera, id est ut Sex, novem, & duodecim, aut in numeris minoribus, ut duo, tria, & quatuor. Continuatur latus b A in AB; ad D b ducitur parallela AE, & tres Lineæ AB, AD, AE, determinabunt Filorum situs, ut patet, si, non turbato Filorum situ, Tabella hæc minor inter Fila & Tabulam Machinæ intrudatur.

EXPERIMENTUM 3.

Triangulum LMN, æneum, æquilaterum, tribus Filis trahitur, in angulis ipsi Triangulo annexis. Si Experimentum cum hisce Filis eodem modo instituitur, ut Experimentum præcedens cum Filis Nodo junctis, eodem modo Fila sese disponunt, & cum Lineis in Tabellâ ductis conveniunt.

323.
TAB. XII.
Fig. 4.

EXPERIMENTUM 4.

Experimentum hoc unicâ circumstantiâ à præcedentibus differt, & eodem modo procedit. Fila in hoc casu in Punctis L, N, M, cum Lamellâ cupreâ cohærent.

324.
TAB. XII.
Fig. 5.

Propositionum N. 317. 318. 319. usus admodum latè patet. Trahatur Punctum A quatuor Filis, AD, AE, AF & AG, Potentiis Lineis AD, AE, AF, & AG respectivè proportionalibus. Formato Triangulo AFB, aut parallelogrammo AFBG, Potentiæ prædictæ per AF, & AG, reducuntur ad unicam agentem per AB, & quæ huic Lineæ proportionalis est *, daturque æquilibrium, si tres Potentiæ per AD, AE, & AB relationem habeant pro tribus Potentiis determinatam *; in quo casu si Potentiæ per AD & AE etiam ad unicam $A b$ reducantur, AB & $A b$ erunt æquales & in eâdem Lineâ.

325.
TAB. XIII.
Fig. 1.

* 718.

* 3171

EXPERIMENTUM 5.

Hocce Experimentum ut tria præcedentia instituitur,

L

adhi-

326.
TAB. XII.
Fig. 3.

adhibitis quatuor Trochleis, & quatuor Filis Nodo junctis.

Applicentur Pondera Unciarum sex, quindecim, duodecim, & novem, id est quæ sint inter se, ut duo, quinque, quatuor, tria. Quiescente Nodo, in chartâ, Tabellæ C impositâ, lineæ ducendæ sunt juxta directiones Filorum.

TAB. XIII.
Fig. 1.

Sint hæ AB, AE, AF, AG, quæ ita determinandæ sunt, ut quarum partium AD continet duas, AE contineat quinque, AF quatuor, AG tria; formatisque parallelogrammis DE, GF, horum diagonales AB, Ab, in eadem lineâ se habebunt, & æquales erunt.

327. Non ut in præcedentibus Experimentis Figuram separatim, non attendendo ad Fila, delineamus; quia unico modo, si tres sint Potentiæ, datis Ponderibus, horumque ordine, æquilibrium datur; his verò positis, si Potentiæ sint quatuor, innumeris modis, anguli, quos Fila efficiunt, variari possunt, manente æquilibrio.

TAB. XII.
Fig. 3.

Si tamen Figurâ, in antecessum delineatâ, uti velimus, hæc Tabulæ G Machinæ imponenda erit, & positis Filis juxta Linearum directiones, Trochlearum loca determinari debent.

328. Quæ de quatuor Potentiis dicuntur, de quinque, & pluribus, dici potuissent; ex quinque enim si duæ ad unam reducuntur, incidimus in Exemplum præcedens.

TAB. XIII.
Fig. 2.

Punctum A quinque trahitur Potentiis juxta directiones AB, AD, AE, AF & AG, & quarum Intensitates sunt hisce Lineis proportionales. Potentiæ per AD & AE ad unicam Ac reducuntur; Potentiæ agentes per AF & AG ad unicam reducuntur per Ab; tandem hæ duæ novæ Potentiæ, per Ac & Ab, ad unicam reducuntur per Ab, quæ si quintæ per AB æqualis sit, & cum

cum eâ in eâdem Lineâ, sed contrariè, agat, Æquilibrium datur, & aliter non datur *.

* 317

EXPERIMENTUM 6.

Initur hoc adhibitis quinque Trochleis, & quinque Filis Nodo junctis; in cæteris à quinto Experimento non differt.

329.

* 326. 327.

MACHINA ALTERA,

Quâ demonstrantur, quæ spectant Punctum quod Filis ad partes diversas trahitur.

Machina hæc constat ex Orbe ligneo, diametri circiter octo pollicum, horizontalis est & pede sustinetur; in medio crassitie sulco circumdatur, quo Trochleæ ad libitum, in quocunque circumferentiæ puncto, Machinæ junguntur. Sulco enim huic inseritur Trochleæ cauda.

330.

TAB. XIV.

Fig. 1.

* 161.

Orbis prædictus in superiori parte paululum excavatur, ut recipiat Orbem minorem EFB, crassitie quartæ partis unius pollicis, & paululum supra Orbem primum prominentem; ita ut Filum super Trochleâ, ut dictum, Machinæ annexâ, horizontaliter extensum superficiem DBE perstringat.

Varii, pro variis Experimentis, tales requiruntur Orbes minores. Chartâ ab utrâque parte teguntur, ut commodè Lineæ, in Experimentis memoratæ, in ipsis duci possint.

Hac Machinâ olim usus sum, & admodum compendiosa est; ideò, quamvis perfectiorem indicaverim, ipsam hîc memorare non inutile duxi. In hac, licet agatur tantum de tribus Potentiis, non ad libitum Trochleæ disponi possunt, sed in omnibus Experimentis Trochlearum situs, extensis, ex Centro Orbis, Filis juxta Lineas in Chartâ jam ductas, determinatur *.

* 327.

331. Innumera problemata, admodum composita, de Viribus diversis, diversimodè agentibus, proponi possunt, horum solutiones ex ante dictis deducuntur, & auxilio nostræ primæ Machinæ *, aucto tantum Trochlearum numero, Experimentis illustrantur. Sed hi casus compositi rarius usu veniunt; ad simpliciora redeamus.

TAB. XII.
Fig. 6.

332. Pondus P, Trochleæ annexum, sustinetur Potentiis ab utraque parte Funi ductario applicatis, sed obliquè trahentibus per CA & CB; hæ Potentiæ sunt æquales inter se, quia omnis Funis, Trochleam circumdans, non quiescit, nisi ab utraque parte æqualiter trahatur *; ipsum Pondus P est tertia Potentia, & Punctum C tribus hisce Potentiis trahitur. Concipiatur linea CE ad Horizontem perpendicularis, & Linea EF parallela Lineæ CA: & erit CE ad FE aut FC, (hæ enim duæ Lineæ sunt æquales, propter memoratam æqualitatem Potentiarum trahentium per CB, CA,) ut Pondus P ad alterutram Potentiarum Funi applicatarum *.
- * 159. Si extremitas una Funis ductarii annectatur Clavo, unicâ tali Potentiâ Pondus P sustinetur.

333. Si Pondus P Trochleæ non jungatur, sed Funes CA & CB, ipsi Ponderi annexi fuerint, poterit hoc sustineri Potentiis duabus inæqualibus; in quo casu latera CF, FE, trianguli memorati, sunt inæqualia, & inter se ut ipsæ Potentiæ.

334. Hic observandum, ex datis inclinationibus Funium CA & CB ad Horizontem, proportionem Potentiarum ad Pondus P, ex tabulis Trigonometriæ, posse determinari. Si in triangulo FCE concipiatur Linea FG, per Punctum F ad Horizontem parallela, GC repræsentabit portionem Ponderis, quam sustinet Potentia CF*,

& GE erit portio quam alia sustinet Potentia. Quando Trochlea adhibetur, ut in hac Figurâ, æquales sunt GC, GE.

Si F sit centrum Circuli, cujus radius sit GF, erit FE secans, & EG tangens anguli, quem efficit FE, aut CA, cum Horizonte; & CF erit secans, & CG tangens anguli inclinationis fili CB ad Horizontem: unde patet, Potentias proportionales esse prædictis secantibus, & Pondus P proportionem sequi summæ memoratarum tangentium.

MACHINA,

Quæ Experimenta demonstrantur de Ponderibus, quæ obliquis Potentiis sustinentur.

- Tabella lignea, crassitie semipollicis, FAIBE Figuram habet, quam Schema exhibet. Ad latera Machinæ firmanentur Trochleæ T, T, verticales, & superficiiei Tabellæ parallelæ, à qua parum admodum distant. In partibus extremis latoribus AF, BE, quæ chartâ albâ teguntur, Lineæ ducuntur, quæ singulæ cum Filo, Trochleam circumdante, & extenso, conveniunt.

Cum hac Tabellâ in D, sed ad partem posticam, cauda cohæret, quæ exhibetur in gb, cujus ope, Machina Columnæ C* applicatur, ad altitudinem quamcunque; Cauda trajicit Columnæ aperturam, & circumdatur Cochleâ, ut auxilio Cochleæ exterioris i, firmetur Tabella, cum autem Cauda rotunda sit, potest in aperturâ Columnæ rotari, & haud difficulter ita Machina disponitur, auxilio perpendiculi IL, ut Linea AB in situ sit Horizontali.

In extremitatibus Linearum memoratarum, superficiiei Tabellæ, in BE, & AF, inscriptarum, numeri adscribuntur, qui tangentes exprimunt angulorum, quos

ipsæ Lineæ cum Horizonte efficiunt, quando Machina ut diximus est disposita. Secantes eorundem angulorum in Punctis mediis earundem Linearum notantur: ita ut in singulis Lineis, numerus in medio se habeat ad numerum in extremitate, ut Potentia, juxta Lineæ directionem posita, ad partem Ponderis quam sustinere potest *.

* 334.

EXPERIMENTUM 7.

336. Pondus P sustinetur duobus Filis in *s* junctis, & super Trochleis Machinæ positis, & quæ trahuntur Potentiis O & Q ita, ut Fila convenient cum Lineis T *n*, & T *r*.

Nunc O & Q sunt inter se, ut $11\frac{1}{2}$, & $13\frac{3}{4}$, id est, ut numeri in mediis Linearum; & P exprimitur per summam numerorum, in extremitatibus notatorum, quæ valet $15\frac{1}{4}$.

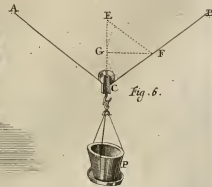
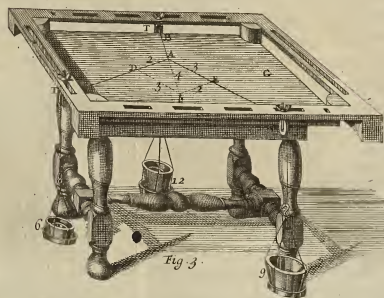
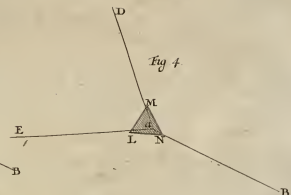
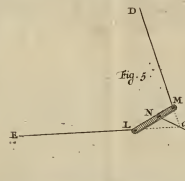
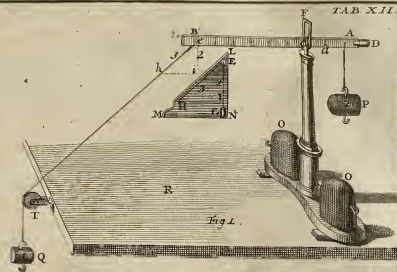
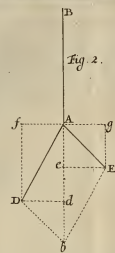
Si O valeat undecim Uncias cum semisse; Q tredecim cum tribus partibus quartis; & P quindecim cum parte quartâ; nunquam quies dabitur, nisi redeuntibus Filis ad inclinationes hîc exhibitas.

EXPERIMENTUM 8.

337. Si Trochlea adhibeatur, Potentiæ O, & Q, æquales desiderantur, de cætero Experimentum eodem modo, ut præcedens, procedit. In determinatione autem Ponderis P ad Pondus ipsius Trochleæ attendendum: ut hoc commode fiat, tali utimur, quæ exactè cum Capsulâ & unco ponderat dimidiatam Unciam.

Vis quâ Corpus super Plano inclinato descendere conatur, ex iis quæ de obliquâ Potentiâ habuimus*, determinatur.

* 311.



DEFINITIO I.

Planum inclinatum vocatur, quod cum Horizonte efficit angulum obliquum. 338.
TAB. XIII.
Fig. 4.

CB repræsentat Lineam Horizonti parallelam, AB cum illâ efficit angulum obliquum ABC, & Planum inclinatum repræsentat. Ab extremitate superiori Plani dimittitur perpendicularis Linea AC ad Horizontem.

DEFINITIO 2.

Longitudo AB vocatur Longitudo Plani. 339.

DEFINITIO 3.

Linea AC vocatur Altitudo Plani. 340.

Corpus P Plano AB impositum juxta directionem AB super Plano conatur descendere; ponamus Filo e D huic Plano parallelo Corpus retineri. Sit Fili continuatio ef; Punctum e mobile est in Lineâ Def, & Pondere Corporis deorsum trahitur per ei. Si Linea hæc Ponderis hoc repræsentet, Actio in Lineâ Df, quâ, juxta hanc, Corpus Pondere suo trahitur, habetur, ductâ ad Df perpendiculari if, & ef Vim quæsitam exprimet*.

Si eg perpendicularis sit ad Plani superficiem, & ad ipsam perpendicularis ducta sit ig, Actionem Ponderis in ipsum Planum exprimet eg*, aut if*.

Angulus ief æqualis est angulo BAC, uterque enim æqualis est angulo ioB*; ergò triangula ief, BAC, sunt æquiangula, & ef ad ei, ut AC ad AB*; & Vis, quâ Corpus super Plano inclinato conatur descendere, est ad Corporis Ponderis, ut Plani Altitudo ad hujus Longitudinem.

MACHINA,

Quâ Plani inclinati Affectiones exhibentur.

Regula ferrea, benè polita, & accuratè elaborata, BC, cujus crassities paulum superat quartam pollicis partem, 342.
TAB. XIII.
Fig. 5.

tem, & cujus reliquæ dimensiones, in ipsâ Figurâ, in quâ ad sextam partem sunt reductæ, faciliè determinantur, sustinetur Columnâ lignêâ EF. In hujus capite F, circa Punctum, ut centrum, Regula, quæ in eo loco ab inferiori parte latior est, volubilis est ita, ut ad libitum inclinari possit, & firmari auxilio Cochleæ DC, incurvatæ, & per Columnam trajectæ. Cochlea hæc interior est, exteriores duæ *m* & *n* utrinque Columnæ arcu applicantur.

Ipsa Columna caudam habet, per foramen in Mensâ, in quo converti potest, penetrantem, ut auxilio Cochleæ firmetur.

Regula memorata ferrea Cylindrum trajicit cupreum G, cujus Pondus est duodecim Unciarum, sed circumposito Annulo mutari potest, in hisce Experimentis adhibemus annulum quatuor Unciarum, ut integrum Pondus Libram unam æquet. In extremitate ipsius Regulæ cum hac conjungitur cylindrus ligneus A, in quem Regula ferrea ad profunditatem unius circiter Pollicis penetrat. Huic ultimo Cylindro intruditur quoque Cauda Trochleæ T*, cui circumponitur, Funis ductarius, qui cum Cylindro G cohæret, & Regulæ ferreæ parallelus est, ita ut Pondus F, Funi applicatum, sustineat vim, quâ Cylindrus G juxta Regulam descendere conatur.

Cylindrus G in aliis etiam Experimentis adhibetur, & hujus usus præcipuus spectat Vires Centrales, de quibus in Parte sequenti hujus Libri agam; ubi etiam accurata Cylindri expositio reperietur.

343. Tabella L in determinandâ Regulæ BC inclinatione usu venit. Triangula rectangula varia in hujus superficie delineata sunt, quæ Hypotenusam communem habent,

bent in cuius extremitate una Perpendicularum Q suspenditur. Hypotenusæ hæc continet partes sedecim, quæ pro mensurâ adhibentur laterum Triangulorum, sed illorum tantum longitudines notantur, quæ in dictâ extremitate Hypotenusæ communis terminantur, ut figura hoc ipsum exhibet.

EXPERIMENTUM 9.

Auxilio Tabellæ L ita disponitur Regula BC, ut longitudo Plani sit ad huius Altitudinem, ut 16. ad 6. Et Pondus P, sex Unciarum, sustinebit Pondus G, unius Libræ; quod in loco quocunque ipsius Regulæ quiescere potest, & minimo impulsu adscendit aut descendit. 344.

Quando Corpus, Plano inclinato impositum, juxta directionem trahitur, à Plani inclinatione diversam, ex ante demonstratis * vim quocunque determinamus. 345.

EXPERIMENTUM 10.

Tabella datur L, rectangula in f, cui inscriptum est Triangulum rectangulum abc , cujus latera lateribus Tabellæ parallela sunt. 346. TAB. XIII. Fig. 6.

Regula BF, ita inclinatur *, ut Longitudo Plani sit ad ipsius Altitudinem, ut latus cb ad latus, quod Regulæ parallelum est, ac Trianguli acb , id est, in casu præsentis, ut 16. ad 8. * 343 344.

Funis qui cum Cylindro G cohæret, Trochleæ T, cum Columnâ C cohærenti *, circumponitur; Pondus P novem Unciarum appenditur; & nisi in uno Regulæ loco Cylindrus quiescere potest. In hoc situ, directio Funis congruit cum ce in Tabellâ ductâ, & cujus Longitudo continet partes novem, quarum ca continet octo, & cb sedecim. * 162. 169.

Triangulum abc simile est Triangulo aoc , in quo ao est 347.

M

est

est verticalis co Horizontalis; sequitur hoc ex situ Regulæ BF . Angulus ergò bca æqualis est angulo oac ; & bc parallela ipsi ao *, & est verticalis.

* 27. El. I.

Cylindrus G tribus trahitur Potentiis. 1. Pondere suo verticaliter, juxta directionem parallelam lineæ bc . 2. Sustinetur à Regula BF , id est, premitur juxta directionem ad hanc Regulam perpendicularem, & lineæ ab parallelam. 3. Tandem per ce Fune trahitur. Tres hæ Potentiæ sunt ut latera Trianguli ecb *. Ideò quando Pondus Cylindri est 16. Pondus P est 9.

348. Vis quâ Cylindrus Regulam BF premit est ut eb ; si Funis parallelus esset Regulæ, Pressio hæc esset ut ab ; sed minuitur nunc quia magis fursum trahitur Cylindrus.

Duabus autem Rotulis, in nostro Experimento, sustinetur Cylindrus, & Funis, qui ex foramine in anteriori superficie exit, & fursum dirigitur, Pressionem solius anterioris minuit, & hanc paululum sublevare debet, antequam Pressionem posterioris Rotulæ mutare possit.

349. Si ergò ab dividatur in duas partes æquales in r ; pars ar indicat pressionem anterioris Rotulæ, & rb posterioris, quando hæ non minuuntur; sed in ultimo Experimento er Pressionem anterioris Rotulæ designat.

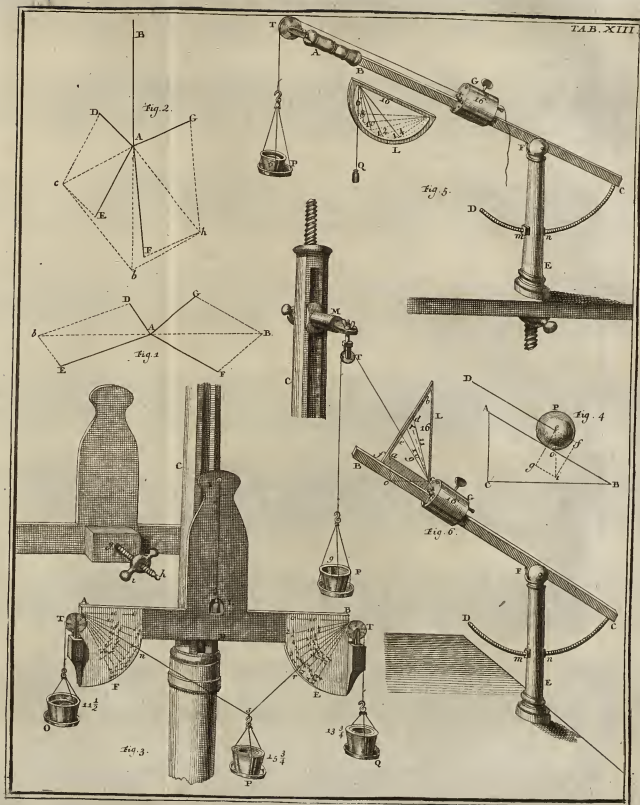
EXPERIMENTUM II.

350. Iisdem manentibus, quæ in præcedenti Experimento fuere indicata, mutetur tantum P , & duæ addantur Unciæ: Valet nunc undecim Uncias Vis, quæ Funem trahit. Cylindrus situm mutat, & hujus inclinationem indicat linea cd , quæ valet undecim. Nunc nulla datur anterioris Rotulæ in Regulam Pressio, paululum ab hac separatur, quod cum explicatis* congruit.

* 346.

Unicum de Viribus obliquis addam & hoc ipso Materiæ huic finem imponam.

Ma-



Mariotte, in secundâ parte tractatûs de Motu Aquarum, Paradoxum Mechanicum demonstrat, cujus explicatio quoquè facile deducitur ex sæpiùs memoratâ Proportionem, de Puncto quod tribus trahitur Potentiis *. 351.

Ipsum Paradoxum, peculiari Machinâ immediatè sub oculos ponimus.

EXPERIMENTUM 12.

Vectis ACB ita est constructus, ut sibi permissus acquirat situm, in quo AC Horizontalis est. AC & CB sunt æquales; producat AC, & in hanc productam sit normalis Bf. Brachia Vectis, talem efficiunt angulum, ut AC dupla sit ipsius Cf. 352. TAB. XIV. Fig. 2.

In B applicatur Ponderus unius Libræ P; in A suspenditur Ponderus semi Libræ GQ, & æquilibrium datur *: 235. si alia esset ratio inter AC & Cf, pondera alia adhibenda forent.

Paradoxum nunc hoc est, transpositis Ponderibus æquilibrium servabitur.

Ut exactè Experimentum procedat hæc Ponderis GQ desideratur constructio.

Pars hujus præcipua est Capsula G, quæ tres continet Rotulas cupreas, cum axibus suis chalibeis, & tenuibus, cohærentes; axes in eâdem lineâ sunt dispositi, & Rotæ separatim mobiles; extremæ ejusdem sunt magnitudinis, media paulò minor est. Cum hac Capsulâ conjungitur Uncus V, & Machina nunc ponderat Uncias tres; talis nostra est: additur Lanx L unius Unciæ, cui imponitur Ponderus Q quatuor Unciarum; & habemus dimidiatam Libram supra memoratam. 353. TAB. XIV. Fig. 3.

Columnæ *, quâ sæpiùs jam usi sumus, applicatur Tabella T verticalis, & firmatur; in hac datur scissura 354. TAB. XIV. Fig. 4. *

mn , in quâ agitato Vecte, crus CB liberè moveri potest. Impositis Ponderibus O, O, firmatur Vectis sustentaculum. Pondus G Q ita nunc applicatur, ut, dum à Vecte obliquè sustinetur, etiam à Tabella T retineatur; Rotulæ duæ externæ Tabellam tangunt ad latera scissuræ mn , dum media ipsi Vecti insistit. Columna E à Tabellâ T ita removeri debet, ut posito crure AC Horizontali, & applicato G ut diximus, Rotulâ, quæ Vecti imponitur, hunc tangat in Puncto b , quod ipsi B respondet, ductâ Bb ad BC perpendiculari.

In hoc situ G Q sustinebit Pondus P (Fig. 2.) quod nunc in A suspenditur. Minimum quid turbat hoc æquilibrium; si G paululum deprimatur, ut Rotulâ non amplius Vectem in b tangat, elevabitur P; è contrario si G paululum elevetur statim prævalet P.

354.
TAB XIV.
Fig. 1.

*8. EL. VI.

*21. EL. VI.

Demonstratio hæc est. In Triangulo Cfb rectangulo, ex angulo recto ducatur ad CB perpendicularis fd ; Triangula fdC , Cfb, erunt similia*; eodem modo, ductâ ad Cf perpendiculari db , erunt similia Triangula dbf , Cdf; Ergò similia Triangula dbf , Cfb*.

Pondus P est ad G Q, ut AC, aut CB, ad Cf, id est, ut df ad db .

In Fig. 4. Capsula G tribus trahitur Potentiis. 1. Pondere suo verticaliter deorsum, cui directioni parallela est linea db (Fig. 2.); 2. Horizontaliter, Actione Tabellæ T, quam directionem indicat bf ; 3. tandem ipse Vectis juxta directionem ad hunc perpendicularem agit, & est hæc directio df : sunt ergò Potentiæ hæ inter se ut latera Trianguli dbf *. Ergò Pondus G Q ad Vim, quæ premit Vectem in B, ut bd ad df , id est, ut in Fig. 2. C Q ad P, quare hoc Pondus P valet pressionem quâ

quâ Punctum B, aut b , Rotulâ ipsi applicatâ premitur;
quâ Pressione sustinetur Pondus P, in A suspensum,
propter æquales AC, BC*. Transpositis ita Ponderibus, * 143.
æquilibrium servabitur, quæcunque sit ratio inter Cf &
CA, id est, db & df , si hæc eadem detur inter Pon-
dera GQ & P.

L I B E R I.

Pars III. De Motibus, Potentiarum Actionibus,
mutatis.

C A P U T XVII.

De Naturæ Legibus Newtonianis.

Pressiones, contrariis Pressionibus destructas, huc us-
que consideravimus. Nunc Pressiones, in Corpora
sibi permixta, & in Motu perseverantia, agentes, exami-
nabimus; hîc, ut in omnibus Physicis, ex Phænomenis
ratiocinandum est, & ex iis Naturæ Leges deduci debent.

Tres à Newtono traduntur, quibus illa, quæ nobis
de Motu nota sunt, explicari posse credimus.

L E X I.

*Corpus omne perseverat in Statu suo quiescendi, vel moven- 355.
di uniformiter in directum; nisi quatenus, à Viribus impressis,
cogatur Statum illum mutare.*

Videmus Corpus suâ naturâ esse iners, & incapax sese
movendi, unde, nisi causâ extraneâ moveatur, in Quiete
semper necessariò manet.

Corpus etiam semel motum in Motu, secundum eandem rectam lineam, eâdem cum Velocitate, continuare, quotidianis Experimentis plenissimè constat; nullam enim unquam mutationem in Motu fieri videmus, nisi aliquâ ex Causâ.

356. Corpus Vi *insitâ* transfertur*, & Vis hæc, ut ex Legè
 * 18. hac sequitur, *non mutatur nisi Actione Causæ extraneæ.*

L E X II.

357. *Mutatio Motûs sequitur proportionem Vis motricis impressæ, & fit semper secundum rectam lineam, quâ Vis illa imprimitur.*

358. Ex Phænomenis quoquè deducimus hanc Legem; in Nave enim, Corpus quod propellitur eodem modo movetur, sive quiescat hæc, sive Velocitate quacunque æquabiliter progrediatur. Quod demonstrat *duos Motus sese mutuò non turbare*, quod & in plurimis Motibus obtinet.

Quando Corpori moto alia superadditur Vis, in eâdem directione, Motus celerior fit.

Quando nova Impressio Motui Corporis contraria est, retardatur Motus.

Si obliquè agat nova Impressio, Viam suam mutat Corpus.

359. Sit Corpus in A, motum per A E Celeritate, quam
 TAB. XV.
 FIG. I.
 per hanc ipsam designamus lineam, agat in A Impressio, juxta directionem A D, quæ Corpori, ut diximus agitato, juxta hanc directionem, communicet Celeritatem A D. Corpus duobus nunc agitur Motibus, quibus lineæ A E & A D eodem tempore percurreuntur; hi duo
 * 358. Motus sese mutuò non turbant*, sed Motu, ex ambo-
 bus composito, Corpus fertur.

Ut Motum hunc compositum determinemus, concipiamus lineam A D, dum hanc Corpus percussit, Motu paral-

parallelo transferri Celeritate, quâ Corpus movetur juxta directionem lineæ $A E$, quam in hoc Motu Punctum A percurrit. Id est, concipimus singula Puncta lineæ $A D$ lineas ad $A E$ parallelas, velocitate $A E$, percurrere; quare Corpus, ubicunque in illâ lineâ detur, eodem Motu cum hac ipsâ gaudet; ponimus præterea, Corpus, Motu proprio, per hanc ipsam lineam ferri, & sic duplici Motui subjici; ut hæc omnia in Nave, uniformiter motâ, obtinent.

Translata jam sit linea in $a d$, Corpus erit in b , & $A E$ erit ad $A D$, ut $A a$ ad $a b$; quia uterque Motus, æqualis est. Absoluto parallelogrammo $A D B E$, & ductâ Diagonali $A B$, clarè patet Punctum b in hac Diagonali dari, & Corpus versari in B , ubi linea $A D$ pervenit ad $E B$; Motu ergò Composito Corpus percurrit Diagonalem parallelogrammi formati lineis, situ directiones, & longitudinibus celeritates, Motuum designantibus; Diagonalis autem celeritatem Motûs compositi exprimit. 360.

In sequentibus videbimus & Legem respectu Vis insitæ locum habere, id est, Vim insitam Corpori, per Diagonalem $A B$ moto; æqualem esse Viribus primæ per $A E$, & secundæ quæ Corpori juxta $A D$ communicatur. Si nempe Vis secunda non pro parte cum primâ contrariè agat; quod contingit quando Angulus $E A D$ est obtusus, in quo casu nova Impressio pro parte in minuendâ primâ Vi impenditur.

LEX. III.

Actiōi contraria semper & æqualis est Reactiō; id est, nulla in Corpus potest dari Actiō sine Resistentiâ ipsi æquali, & Corporum duorum Actiōes in se mutuo semper sunt æquales, & in partes contrarias diriguntur. 361.

Omnis

362. Omnis Actio Resistentiam requirit, tolle hanc, & illa evanescet; quis enim Actionem sine Obstaculo concipere potest?

Si Actio major sit Resistentiâ, pro parte sine Obstaculo agat illa, quod fieri non potest.

Si Resistentia major ponatur, cum hæc sit Actio contraria, in eandem incidimus conclusionem; & contrarias Actiones necessariò æquales esse satis clarè patet. Sed & evidentius sequenti examine hoc patebit.

363. Detur Vis quæ in Obstaculum agat, si hoc non cedat, retinetur Vi quadam, & datur Pressio quæ cum primâ
 * 125. contrariè agit, hancque destruit, quare ipsi æqualis est *. Digito Lapidem loco fixum premo, premitur æqualiter digitus à Lapide.

364. Si cedat Obstaculum, resistit inertîâ suâ *. Tra-
 * 19. hatur Corpus Fune, etsi hoc liberrimè agitari possit, Funis tamen tensus erit, & utramque partem versùs æqualiter, quod oppositarum Actionum æqualitatem indicat: Corpus verò cedit, quamvis resistat, Vi æquali illi quâ trahitur, quia non resistit quamdiu quiescit, sed
 * 19. dum motum acquirit *.

- Carrus trahitur, in initio Motûs inertîâ, postea rotarum attritu, & propter Obstacula, minora quidem, sed tamen continuò in viâ occurrentia, resistit, & Resistentia hæc ab Equo superatur, dum proprio Motu Carrus
 * 355. progreditur *. Lora in hoc Motu partem utramque versùs æqualiter distenduntur, quod æquales esse Actionem & Reactionem demonstrat; insequitur tamen Equum Carrus, quia hic tantum resistit, dum sequitur illum; & resistit, quia sequitur.

Corporis agitati Motus destruitur, eodem modo ac
 quiesc.

quiescenti communicatur; quare ut in hoc casu Actioni æqualis est Resistentia, sic & in illo.

Tandem videmus & in illis motibus, qui ad Attrahionem referuntur *. Legem de quâ agimus locum habere. 365. 73

Magnes Ferrum ad se trahit, trahitur æqualiter à Ferro.

EXPERIMENTUM

Unco, cum Lance Libræ cohærente, suspenditur Magnes M, & Pondere P æquilibrium datur: facillimè nunc moveri potest, & Ferro admoto, à certâ distantia accedit Magnes ad Ferrum; & hoc retrahendo, antequam Magnes ad hoc pervenerit, Magnes Ferrum sequitur; eodem omninò modo, ac Ferrum ad Magnetem accedit, & hunc sequitur, quando illud suspenditur, & Magnes admovetur. Quando autem Ferrum F suspenditur, sublato Magnete, Pondus P servandum est, & æquilibrium instaurari debet, Pondere Lanci L imposito, ut in utroque casu æqualiter gravetur Libra, & eadem Materię quantitas agitetur. 366. TAB. XIV. Fig. 5.

Sedeat quis in Cymbâ, Cymbam aliam æqualem, & æqualiter onustam, Fune trahat; ambæ Cymbæ æqualiter moventur, & in medio Distantiæ primæ concurrunt: si una Cymba alterâ sit major, aut magis onusta, pro diversis quantitibus Materię in singulis Celeritates erunt diversæ.

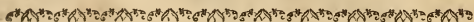
Perfectam autem Motuum æqualitatem demonstrat Corporum quies, ubi ad se invicem pervenere; nam quamvis se mutuò præmant, & quantumvis facile cedere possint, neutrum oppositum ex loco removel. 367.

Si ante concursum interponatur Obstaculum, quod concursum quidem, non mutuam Actionem, impediat,

N

cum

cum Corporibus quiescit hoc, quamvis nulla Vi retineatur; & Obstaculum æqualiter ab utraque parte premi, dum Corpora ad se mutuò tendunt, manifestum est.



CAPUT XVIII.

De Acceleratione & Retardatione Gravium.

DEFINITIO 1.

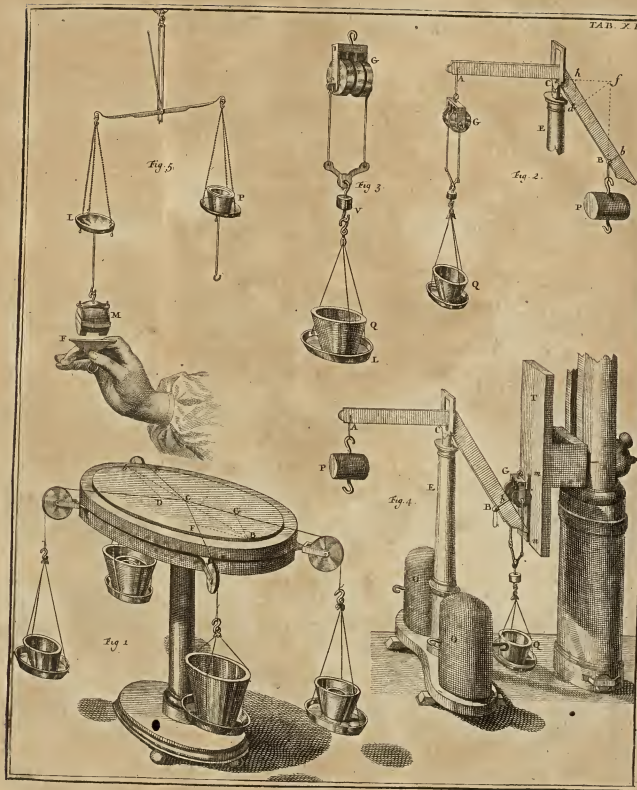
368. **M**otus acceleratus est, cujus Celeritas omnibus momentis major fit.

DEFINITIO 2.

369. *Motus retardatus est, cujus Celeritas omnibus momentis minuitur.*

370. *Vis Gravitatis in omnia Corpora pro quantitate Materiæ continuò agit*, & quæcunque fuerint, Gravitate eodem modo moventur. Quando Corpus liberè cadit, Impressio primi momenti in secundo momento non destruitur; ergò ipsi superadditur Impressio secundi momenti, & sic de cæteris; Motus igitur Corporis liberè cadentis est acceleratus, & ex Phænomenis constat, Motum æquabiliter in temporibus æqualibus accelerari. Consequentia enim, quas in sequentibus ex hoc principio, Accelerationem esse æquabilem, deducemus, veræ non essent, si tale non ipsum esset principium. Has autem cum Experimentis convenire, in Cap. sequentibus videbimus.*
371. *Ex hoc eodem Principio concludimus, Gravitatem eodem modo agere in Corpus motum ut in Corpus quiescens; cùm Celeritates æquales, in momentis æqualibus, Corpori communicet.*

372. *Celeritas, ergò, inter cadendum acquisita, est ut tempus,*
in



in quo Corpus cecidit. Velocitas ex. gr., in certo Tempore acquisita, erit dupla, si Tempus fuerit duplum; tripla, si Tempus triplum, &c.

Designetur Tempus per lineam AB , & initium Temporis sit A . In Triangulo ABE , lineæ $1f$, $2g$, $3h$, quæ parallelæ ad basin, per Puncta 1 , 2 , 3 , ducuntur, sunt inter se ut illarum ab A distantia, A_1 , A_2 , A_3 ; id est, ut Tempora, quæ per illas distantias designantur; & Velocitates Corporis, liberè cadentis, post illa Tempora denotant *. Si pro lineis mathematicis aliæ adhibeantur cum minimâ latitudine, unicuique æquali, non eo mutatur ipsarum proportio *, & hæ minimæ superficies æquæ prædictas Velocitates denotant. In Tempore minimo Velocitas pro æquabili haberi potest, & ideo Spatium, in eo Tempore percursum, Velocitati proportionale est *, eademque minimæ superficies Spatia, minimis, sed æqualibus, Temporibus percurfa, designare poterunt: Idcirco in unâquaque minimâ Superficie memoratâ, si latitudo Superficie pro Tempore habeatur, Superficies ipsa Spatium percursum designabit. Totum Tempus AB constat ex talibus Temporibus minimis; & area Trianguli ABE formatur ex summâ omnium Superficierum minimarum hisce Temporibus minimis respondentium: area ergò hæc Spatium Tempore AB percursum designat. Eodem modo area Trianguli A_1f , repræsentat Spatium Tempore A_1 percursum; Triangula hæc sunt similia, & area illorum sunt inter se ut quadrata laterum AB , A_1 *, id est, *Spatia ab initio casûs percurfa sunt inter se, ut quadrata Temporum, per quæ Corpus cecidit; aut ut quadrata Velocitatum, inter cadendum acquisitarum.*

373.
TAB. XV.
Fig. 2.

* 372.

* 1. EL VI.

* 119.

374.
* 19. EL VI.

Diviso Tempore AB in partes æquales, A 1, 1. 2, 2. 3, 3. B; ducantur per divisiones lineæ ad Basin parallelæ; *Spatia percurſa* in illis partibus, id est, *in primo, ſecundo, tertio, &c. momento, poſitis momentis æqualibus*, ſunt inter ſe ut aræ A 1 f, 1 f g 2, 2 g b 3, 3 b E B; quæ aræ, ut ex inſpectione Figuræ patet, ſunt inter ſe ut numeri *impares* 1. 3, 5. 7. 9. &c.

Si Corpus, poſtquam cecidit per Tempus AB, non ulterius acceleretur, ſed Celeritate BE, eo caſu acquiſitâ, uniformiter Motum continuet, per Tempus BC, æquale Tempori caſus, Spatium eo Motu percurſum designatur per aream BE DC, duplam aræ Trianguli ABE*; & idcò,

376. *Corpus ab Altitudine quacunque liberè cadens, eâ cum Celeritate, quam cadendo acquiſivit, in Tempore æquali Tempori caſus, Motu æquabili, Spatium duplum prædictæ Altitudinis percurreret.*

Motus Corporis, in altum projecti, eodem modo retardatur, quo Corporis cadentis Motus acceleratur, ut
 357. ſequitur ex lege 2*; in hoc caſu Vis Gravitatis cum Motu acquiſito conſpirat, in illo contrariè agit; cum verò
 370. Vis Gravitatis omnibus momentis æqualibus, æquales
 377. Corpori Celeritates communicet*, *Celeritas Corporis projecti in altum, æqualibus Temporibus, æqualiter minuitur, aut retardatur.*

Vis eadem Gravitatis generat Motum in Corpore cadente, & hunc deſtruit in Corpore adſcendente, agitque ſemper in Corpus motum ut in Corpus quieſcens*;
 371. æqualibus ergò Temporibus Celeritates eadem generantur, & deſtruuntur. *Corpus in altum projectum adſcendit, donec totum Motum amiſerit; adſcendit ergò per Tempus,*

in

in quo Corpus cadendo potest acquirere Velocitatem, æqualem Velocitati cum quâ in altum projicitur.

Si B A repræsentet Tempus, in quo Corpus adscendit, & B E Celeritatem, cum quâ in altum projicitur; adscensus cessat, ubi Celeritas Corporis nulla est; idè lineæ parallelæ ad Basin in Triangulo A B E repræsentant Celeritates in momentis Temporis, quibus respondent *, & area Trianguli A B E Spatium adscendendo percursum designat, ut ex demonstratione, circa Corpora cadentia data *, potest deduci. Cum autem B E sit Velocitas, quam Corpus cadendo per Tempus A B potest acquirere *, Triangulum hoc A B E idem est, quod Spatium cadendo percursum repræsentat, dum Corpus inter cadendum hanc ipsam Celeritatem B E acquirit *. Unde sequitur, *Corpus in altum projectum adscendere ad eandem Altitudinem, à quâ cadendo potest acquirere Velocitatem, cum quâ projicitur.*

Et Altitudines, ad quas Corpora, diversis Velocitatibus projecta, possunt adscendere, esse inter se ut quadrata illarum Velocitatum *.

379.
TAB. XV.
Fig. 2.

* 377.

* 373.

* 378.

* 373.

380.

381.

* 374.

C A P U T XIX.

De Descensu Gravium super Plano inclinato.

VIs, quâ Corpus super Plano inclinato descendere conatur, ex Gravitate oritur, & ejusdem est naturæ cum Gravitate, aut potius est ipsa Gravitatis immutata, quia Corpus pro parte à Plano sustinetur: idè Vis illa, omnibus momentis, & in omnibus Plani partibus, æqualis est *, & agit in Corpus motum eodè modo.

* 150.

382. modo ac in Corpus quiescens*: eâdem de causâ *Motus*
 * 371. *Corporis, super Plano liberè descendentis*, ejusdem est natu-
 ræ cum Motu Corporis liberè cadentis; & quæ de hoc
 dicta sunt, de illo etiam affirmari possunt. *Est igitur Mo-*
 * 370. *tus æqualiter acceleratus in Temporibus æqualibus**; & Pro-
 383. positiones Num. 372. 374. 375. 376. 377. 378. 380.
 & 381. si, pro descensu & adscensu directo, Motus su-
 per Plano inclinato ponatur, hîc etiam locum habent.
384. Celeritates, quibus Corpora duo descendunt, quorum
 unum liberè cadit, & alterum super Plano inclinato devolvitur,
 si eodem Tempore cadere incipiant, in singulis momen-
 tis eandem inter se habent rationem quam in principio
 casûs*; ergò *Spatia eodem Tempore percurrunt, quæ sunt in*
 * 370 382. *ratione longitudinis Plani ad illius altitudinem**. Et in hac ipsâ
 * 341. 133. *ratione sunt Velocitates, descendendo per hæc Spatia, acquisitæ.*
385. In Plano *AB* Spatium à Corpore percursum, dum
 TAB XV. aliud liberè cadit per altitudinem Plani *AC*, determi-
 Fig. 3. natur, ducendo ad *AB* perpendicularem *CG*: tunc enim *Lon-*
 * 8.4. El. VI. *gitudino Plani AB est ad hujus Altitudinem AC, ut AC ad AG**.
386. Si Circulus describatur diametro *AC*, Punctum *G* erit
 in Peripheriâ Circuli; quia angulus in Semicirculo, ut
 * 31. El. III. *AGC*, semper est rectus*; ideò Punctum ut *G*, pro
 Plano utcumque inclinato, semper est in eâdem illâ Pe-
 ripheriâ: unde sequitur, Chordas omnes, ut *AG* esse
 inter se ut Vires, quibus Corpora super his descendere
 * 341. 385. conantur*; & has percurri à Corporibus devolutis, in
 Tempore in quo Corpus, liberè cadendo, potest per-
 * 384. currere diametrum *AC**; quare Tempora devolutio-
 num, per has Chordas, sunt æqualia. Velocitates etiam
 in fine descensûs sunt ut ipsæ Chordæ.
- Unicuique Chordæ, ut *AG*, per *A* ductæ, parallela du-
 ci

ci potest alia per C, quæ æqualis erit, & æqualiter inclinata; igitur in Semicirculo, ut AHC, Vires quibus Corpora juxta Chordas, in Puncto infimo terminatas, descendere conantur, ut & Velocitates, devolvendo per has acquisitæ, sunt inter se ut hæ Chordæ; & quando Corpus sibi permittitur, eodem Tempore ad Punctum infimum Semicirculi perveniet, sive liberè cadat juxta Diametrum, sive descendat super Chordâ HC quâcunque. 387. 388.

Tempus devolutionis, per totum Planum AB, potest conferri cum Tempore descensûs per Plani altitudinem AC; nam hocce Tempus est æquale Tempori devolutionis per AG; & quadrata Temporum sunt inter se ut AB ad AG*; sed AB est ad AC, ut AC ad AG*: quadrata igitur linearum AB & AC sunt quoque inter se, ut AB ad AG*; & idè istæ lineæ AB & AC sunt inter se, ut Tempora descensûs per AB, & AG, aut AC, id est, Tempora, in hoc casu, sunt ut Spatia percurfa. 389. * 374. 383. * 385. * 20. ELVI.

In eodem casu Velocitates in fine descensûs sunt æquales; nam post Tempora æqualia, quando Corpora sunt in G & C, Velocitates sunt in eadem ratione quàm in principio casûs; id est, ut AC ad AB*. Quando Corpus descendit à G ad B, crescit Velocitas ut Tempus*; & Velocitas in G est ad Velocitatem in B, ut AC ad AB*; Velocitates ergò in B & C eandem rationem habent ad Velocitatem in G, & sunt æquales*. 390. * 384. 385. * 382. * 389. * 9. EL. V.

Si varia Corpora descendant per lineas rectas, ex A ductas, & ad horizontalem CB terminatas, omnium horum Corporum, in fine descensûs, Velocitates erunt æquales*; & Tempora descensûs ut Spatia percurfa*: si verò lineæ in Peripheriâ Circuli AGC essent terminatæ, Tempora forent æqualia, & Velocitates ut Spatia percurfa*. 391. * 380. 389. * 387. 388. Dentur

392. *Dentur iterum varia Corpora, quæ per varia Plana descendant, & Spatia æqualia percurrant, ut A C, A F, quæruntur Velocitates in C & F. Quadratum Velocitatis*
 * 390. *in F ad quadratum Velocitatis in B, aut in C*, ut A F, aut A C, ad A B; nempe ut Altitudo Plani ad Longitudinem, id est, sunt quadrata Velocitatum, ut ipse Vires*
 * 347. *quibus Corpora propelluntur*.*

393. *Vidimus Corpus eandem acquirere Velocitatem, cadendo à certâ Altitudine, sive directe cadat, sive per Planum inclinat-
 * 390. tum devolvatur*. Sed, potest quoque Corpus devolvi per plurima Plana, variè inclinata, & etiam per curvam, (quæ ut ex innumeris Planis, diversè inclinatis, constans considerari potest) & Celeritas semper erit eadem, quando altitudo est æqualis. Non enim interest, utrùm Corpus descendat per A B an per E B, in B eadem erit Celeritas*, & eodem modo Corpus movebitur per B C; ideòque habebit in C Velocitatem, quam devolvendo per E C potuisset acquirere, & in D Velocitatem, quam descendendo per F D, aut cadendo per G D, habuisset.*

TAB. V.
Fig. 4.
* 390.

394.
TAB. XV.
Fig. 5.

* Observandum autem transitum, de Plano in Planum, debere sine Impactione fieri, hâc enim Velocitas Corporis minuitur, ut suo Tempore dicetur, idcirco Plana diversa curvis jungenda sunt.

MACHINA,

395.
TAB. XV.
Fig. 6.
* 162.
* 163.
* 173.
* 175.

Quâ Adscensus Corporum cum Descensu confertur.

Pars prima hujus Machinæ est Columna, ante explicata, C*, cui superimposita minor G*, cum quâ conjunctum est quartum Brachium A*. Per unum ex foraminibus t (Tab. IV. Fig. 9.), in Brachii descriptione memoratis*, sed illud eligimus quod maximè à Columnâ remotetur, transmittitur Filum, cum quo cohæ et Globus plum-

plumbeus O. Fili extremitas altera cum Paxillo x cohæret, & retinetur *; hujusque circumvolutione elevatur, aut deprimitur Globus O. * 178.

Columnæ C applicatur Regula lignea DE ut hoc antea explicavimus *. * 243.

Machinæ hujus pars altera est Tabella FH, quæ infistit pedi, cujus pars videtur in L, & Cochleæ I. Latus BB in situ horizontali disponitur, auxilio perpendiculi P, conversione Cochleæ I.

Lamellæ m, n , horizontales sunt, & juxta latus BB mobiles ita, ut in eodem Plano horizontali maneant; ac Cochleis s, s , firmantur, interpositis Lamellis cupreis. Cylindri cuprei tenuiores p & q , foraminibus Columnæ intruduntur; & cum varia talia foramina dentur, ad diversas altitudines firmari possunt. Præter hos & duo alii Cylindri tenuiores cuprei desiderantur l , & r , quibuscum Lamellæ cohærent, similes illis, quæ caudas Trochlearum efficiunt *; Lamellæ hæ in scissuram Regulæ DE, intruduntur, ut cylindri in loco quocunque hujus scissuræ firmentur, ut de Trochleis antea vidimus *. * 161. * 243.

EXPERIMENTUM I.

Removentur Cylindri p, q, l, r .

Globus O, extenso Filo, elevatur; Fili longitudo ita determinatur, & Lamella m in tali loco ponitur, ut Globus inferiori hujus superficiei applicari possit. Eodem modo disponitur Lamella altera n . 396.

Globus uni Lamellæ applicatur, & sibi permittitur; Gravitate nunc descendit, & Motu adquisito ad aliam Lamellam adscendit.

Si Filum paulò magis tendatur, in Lamellam oppositam incurrit.

O

Ponantur

397. Ponantur nunc cylindri p , & l ; quibus, pro diverso situ, diversimodè, propter diversam Fili inflexionem, variatur via, per quam Corpus descendit; firmetur Lamina m in eo situ, ut ad hanc Globus pertingere possit: si nunc ab hac Laminâ, ut primâ vice, dimittatur Globus, eodem modo, & per eandem curvam, quam primâ vice secutus est, ad n adscendet; unde patet in utroque casu eandem descendendo adquisitam fuisse velocitatem.

Idem hocce Experimentum confirmat, quod ex antedictis sequitur, nempe, Corpus eâ Celeritate, quam cadendo per superficiem quamcunque, sive planam, sive curvam, adquisivit, per aliam superficiem similem, ad eandem Altitudinem adscendere posse *; Tempusque adscensus æquale esse Tempori descensus, quoque manifestum est *.

* 380. 393.
393.

399. Corpus eâ Celeritate, quam cadendo à certâ Altitudine adquisivit, ad eandem Altitudinem per curvam quamcunque adscendere potest; sed Tempora hoc casu non sunt æqualia.

* 396. 397.

EXPERIMENTUM 2.

400.
TAB. XV.
Fig. 6.

Experimentum hoc à præcedenti * eo solo differt; Machinæ junguntur etiam cylindri q & r , ut Via adscensus quoque varietur. Positis nunc quatuor Cylindris, & Lamellis m & n , ut in Figurâ exhibentur, Experimentum ut præcedens tentetur, & eodem modo procedet.

401. Ex demonstratis in hoc Capite *, deducimus methodum confirmandi Experimentis, quæ de Velocitate Corporum cadentium antea sunt demonstrata *.

* 393.

* 374.

MACHINA,

Quâ Corporum Cadentium Velocitates conferuntur.

402.
TAB. XV.
Fig. 1.

E ligno cujus crassities AB est duorum pollicum, & altitudo AD circiter pollicum novem, formatur Machina

china hæc; excavatur lignum juxta portionem Cycloïdis à superiori parte ligni ad F usque, ubi curva terminatur in ipsius vertice; continuaturque lignum ab F ad G, juxta tangentem ad curvam in vertice F, cujus distantia à G est unius pedis. Ut lignum hoc exactissimè sit elaboratum, habeatque superficiem admodum politam, desideratur. Formationem autem Cycloïdis in Scholio 2. Capitis sequentis explicamus.

Lignum hoc circumdatur Regulis ligneis H H, H I, I I; & spatium quod hisce continetur in duos quasi Canales dividitur Regulâ *mm*, cujus altitudo est quartæ partis unius pollicis.

In Canali utroque movetur Globus æneus, diametri semi pollicis, in utroque etiam datur Obex O; hi, ope Cochleæ lateralis, ubi desideraveris, firmantur, & interpositâ Lamellâ cupreâ, cum Cochleâ coherenti, læsio ligni cohibetur.

Machina tribus sustinetur Cochleis æneis, quarum duæ videntur in C, C, harum ope superficies F G in situ ponitur horizontali, cujus situs indicium dat Perpendicularum P.

Regula *mm* dividitur, ab F ad G in partes æquales, ab F autem sursum inæquales sunt; sed demonstrant intervalla æqualia inter Altitudines.

Hujus Machinæ hæc est proprietas; Globi, ab altitudinibus, utcunque inæqualibus, dimissi, æqualibus Temporibus ad F perveniunt; quod facillè patebit si Obices O, O, in F firmentur, & Globi eodem momento à diversis Altitudinibus dimittantur.

Qui hujus proprietatis geometricam desiderant demonstrationem, Caput sequens adeant; ipsam in Machi-

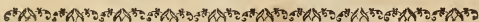
nâ observare proprietatem, hoc loco sufficit.

EXPERIMENTUM 3.

403. Constitutâ Machinâ, ut dictum, firmentur Obices, applicato uno divisioni quartæ ab F, altero divisioni sextæ. Si nunc Globi dimittantur, eodem momento, ab Altitudinibus, quæ sunt, ut quatuor ad novem; dimisso nempe à minori altitudine globo illo, cujus Obex minus ab F distat, eodem etiam momento quàm exactissimè ad Obices pervenient.

Globi hi eodem momento in F dantur, æqualibus ergò Temporibus percurrunt Lineas, quæ sunt ut quatuor ad sex, id est, ut duo ad tria, in quâ ratione sunt horum Globorum Velocitates *; horum numerorum quadrata sunt quatuor & novem, quæ sunt in ratione Altitudinum, à quibus cadendo Corpora adquisivere Velocitates suas; quod Experimento confirmandum erat.

Ita Obices sunt constituendi ut applicatis Globis, horum centra divisionibus Lineæ FG respondeant, & in dimittendis Globis ad Altitudines centrorum attendendum est.



C A P U T XX.

De Oscillatione Pendulorum.

DEFINITIO I.

404. **G**rave, Filo tenuissimo suspensum, & cum Filo, circa Filii punctum fixum, mobile, vocatur Pendulum.

Motus Penduli est Vibratorius, seu Oscillatorius.

Quando Pondus, Filo extenso, elevatur, Gravitate descendit, & Celeritate acquisitâ ad eandem Altitudinem

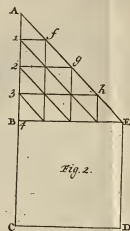


Fig. 2.

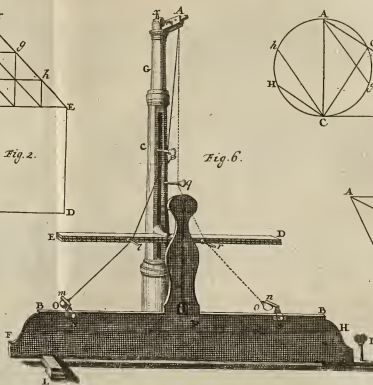


Fig. 6.

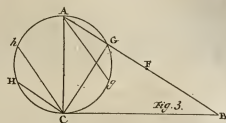


Fig. 3.

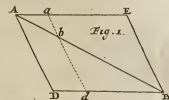


Fig. 1.

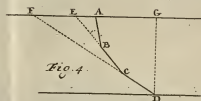


Fig. 4.

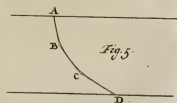


Fig. 5.

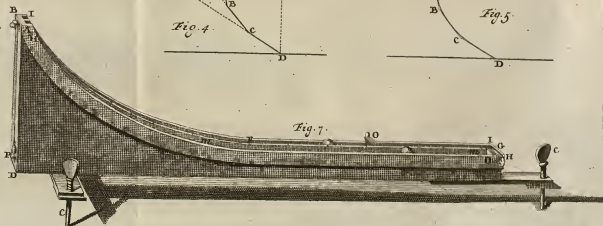


Fig. 7.

nem ad partem oppositam adscendit *; Gravitate dein- * 398.
de iterum redit; & Vibrationes continuat.

Rotationem circa Punctum suspensionis liberrimam
hîc supponimus, & nullam dari Aëris resistentiam; quæ
in majoribus Pendulis admodum est exigua.

Sit Pendulum CP, suspensum in C; in motu suo
Corpus P describit portionem Circuli PBP; si loco hu- TAB. XVI.
jus motûs, Corpus descendat per Chordam PB; iterumque Fig. 1.
adscendat per Chordam BP, & Vibrationes suas per Chor- 405.
das peragat; descensus fiet in tempore, in quo Corpus
cadendo potest percurrere diametrum AB *; id est, lon- * 388.
gitudinem duplam longitudinis Penduli: in tempore æ-
quali adscendet per Chordam BP *; in tempore ergò inte- * 398.
græ Vibrationis, quod duplum est temporis descensus, Corpus
cadendo potest percurrere quatuor diametros *; id est, lon- * 374.
gitudinem octuplam longitudinis Penduli.

Cùmque descensus & adscensus per Chordam quam-
cunque fiat in tempore æquali *, omnes Vibrationes per * 388;
Chordas, sive magnas, sive exiguas, sunt æquè diuturnæ.

In Vibrationibus exiguis harum durationes, dum in Circulo 406.
movetur Corpus, cum durationibus Vibrationum in Chordis con-
stantem rationem habent, illam nempe, quæ datur inter Cir-
culi peripheriæ quadrantem & diametrum, proximè ut 11.
ad 14. Idcirco ejusdem Penduli Vibrationes exiguæ, licet inæ- 407.
quales, ad sensum sunt æquè diuturnæ.

EXPERIMENTUM I.

Columnæ C applicatur Brachium A *. Pendula duo
suspenduntur, PE, pe, quorum Fila foramina duo ex
tribus, quæ in Laminâ GH (Tab. IV. Fig. 9.) dantur *,
trajiciunt, & Paxillis * firmantur; quorum Revolutione
ad eandem longitudinem reducuntur.

Pendula hæc, si à Punctis P , & p , eodem temporis momento, dimittantur, eodem tempore pervenient in F & f ; & sic motum continuabunt per Arcus PBF & pbf , semper eodem tempore.

Hæc autem æqualitas plenius explicanda est; & dicendum quare Vibrationes in Circulo ad Vibrationes per Chordas, quam dixi * rationem habeant.

* 406. 409. Rotetur Circulus $FE B$ super lineâ AD , donec Punctum B in A ad lineam hanc perveniat; hoc motu Punctum B describit Curvæ portionem BPA : eodem modo similis Curvæ portio BD describitur, totaque Curva ABD vocatur *Cycloïs*, *Circulus* $FE B$ *Generator* dicitur.

TAB. XVI.
Fig. 3.

410. Dividatur Curva in duas partes æquales in B , portionesque BA & BD disponantur, ut Puncta A & D jungantur in C ; Punctum verò B , cum Punctis A & D lineæ AD , coincidat. Juxta harum portionum curvaturam Laminæ metallicæ inflectantur ita, ut Filum Penduli in C suspensi, motu suo vibratorio, ab utraque parte sese Laminis istis applicet, & eandem curvaturam cum istis adipiscatur. Nunc positâ longitudine Penduli CB , Corpus P in Vibrationibus suis describet Cycloïdem ABD , ut in sequenti Scholio 3°. demonstramus; ita ut Filum longitudinis BC æquale sit Curvæ CA ; quare *tota Curva* ABD *dupla est* lineæ CB ; & *quadrupla axis* FB .

411. 412. In eodem Scholio demonstramus. *Tangentem ad Curvam in Puncto*, ut P , *parallelam esse Chordæ* EB , *in Circulo* $FE B$ *ductæ ad Punctum infimum* B *ex Puncto* E , *in quo Circulus secatur à lineâ* PE , *parallelâ ad basim* AD , & *per* P *transcunt*: Ut & *portionem* PB *Curvæ æqualem esse duplo* *Chordæ* EB .

413. Cum autem in singulis Curvæ punctis Corpus in Cur-
vâ

vâ descendat juxta directionem Tangentis ad Curvam, sequitur, *Corpus in Puncto quocunque Curvæ, ut P, conari descendere cum vi, quæ proportionalis est Chordæ respondenti in circulo, ut EB **, quæ ipsa cùm sit dimidium arcûs Curvæ, inter hocce Punctum P & Curvæ Punctum infimum, intercepti *, cum hoc arcu eandem rationem sequitur *.

Unde patet, si duo Pendula ut CP ab altitudinibus diversis, eodem momento, dimittantur, celeritates, quibus cadere incipiunt, esse inter se, ut Spatia percurrentia, antequam ad B perveniant: si ergò istis celeritatibus solis, motu non accelerato, agitentur, eodem temporis momento ad B pervenirent *, eodem modo velocitatibus secundo momento acquisitis, etiam ad B eodem momento pertingunt; idemque ratiocinium pro momentis sequentibus procedit: ergò semi Vibrationes, utcunque inæquales, ut & Vibrationes integræ, temporibus æqualibus peraguntur.

Uterius in tertio Scholio, demonstramus. *Tempus unius cujusque Vibrationis esse ad tempus casûs verticalis, per semilongitudinem Penduli, ut peripheria Circuli ad diametrum.*

In Cycloïde pars infima cum Circuli arcu exiguo ad sensum coincidit; & hæc est vera ratio, quare in Circulo tempora Vibrationum exiguarum, utcunque inæqualium, sint æqualia, & hac eâdem de causâ, etiam in circulo, si Vibratio sit exigua, hujus duratio ad tempus casûs per semilongitudinem Penduli, dictam rationem habebit, circumferentiæ Circuli ad diametrum *. Sed hoc tempus casûs per semilongitudinem Penduli, est pars quarta temporis casûs per longitudinem octuplam ipsius Penduli *; quod tempus æquale est durationi Vibrationis per Chordas *. Idcirco duratio Vibrationis per arcum ad dura-

- durationem Vibrationis per Chordas, ut peripheria Circuli ad quatuor diametros, aut ut quadrans circumferentiæ Circuli ad diametrum, ut jam monuimus *, id
 * 405.
 417. est proximè ut 11. ad 14. & *celerius per arcum quàm per Chordas Vibrationes peraget Pendulum.*
418. *Durationses Vibrationum Pendulorum inequalium* conferuntur. Quando arcus sunt similes, Deviationes respectu Chordarum sunt etiam similes, & tempora Vibrationum per arcus sunt ut tempora Vibrationum per Chordas; hæc verò sunt tempora descensus per longitudines
 * 405.
 * 375. *octuplas longitudinum Pendulorum* *; quorum *quadrata durationum* sunt ut istæ longitudines octuplæ *; sive ut
 * 15. El V. *ipsæ longitudines Pendulorum* *.

EXPERIMENTUM 2.

419. Duo Pendula EP, ep, quorum longitudines sunt ut
 TAB. XVI.
 Fig. 4. 9. ad 4., eodem tempore dimittuntur à Punctis P, p, ita, ut, Vibrationibus, arcus similes describant; Pendulum majus duas absolvit Vibrationes, dum minus tres peragit, ut in horum concursu observatur. Quadrata durationum Vibrationum sunt ut 9. ad 4., nempe ut longitudines Pendulorum.
420. Quando Vibrationes sunt exiguæ, hæc ratio etiam locum habet, quamvis Pendula non per arcus similes agitentur *.
 * 407.
- Circa omnia, quæ hucusque de Pendulis dicta sunt
 421. observandum, *non interesse quantum ponderet Corpus quod agitatur, aut utrùm Corpora diversorum Pendulorum inæqualiter ponderent, aut ex diversâ formentur materiâ.* Cum Vis Gravitatis proportionalis sit quantitati materiæ in omnibus Corporibus *, omnia Corpora, in iisdem circumstantiis, Gravitate æquè celeriter moventur. Quod etiam
 * 156.
 sequenti Experimento confirmatur. Ex-

EXPERIMENTUM 3.

Dentur duo Globi æquales, aut inæquales, unus ex 422.
Plumbo, alter ex Ebore; Filis suspendantur, & sint
Pendula æqualia; Vibrationes æquales, atque exiguæ
utcumque inæquales, sunt æquæ diuturnæ.

Sæpè loco Fili Virga ferrea tenuis, sed rigida, adhibetur, & aliquando etiam Pondera duo, aut plura, ei annectuntur. 423.

DEFINITIO 2.

*Talis Virga suspensa, & circa Punctum mobilis, vocatur 424.
Pendulum compositum. Ut CQP.* TAB. XVII. Fig. 1.

In hoc casu Regulæ memoratæ locum non habent; sed Pendula talia ad simplicia revocantur, determinando in iis Punctum, in quo si Pondera forent juncta, Vibrationes essent æquæ diuturnæ cum Vibrationibus Penduli compositi.

DEFINITIO 3.

Hoc Punctum vocatur Centrum Oscillationis. Ut O. 425.

In Scholio 4°. Methodum hujus determinandi explicamus.

Corpus cujuscunque figuræ potest suspendi, & circa 426.
punctum, aut potius axem, vibrari; in eo etiam potest determinari Centrum Oscillationis.

*Quando Linea recta, qualis est Filum ferreum, circa extre- 427.
mitatum alteram vibratur, Centrum Oscillationis distat à Puncto
suspensionis duabus partibus tertiis longitudinis Fili. Ut in eodem Scholio demonstramus.*

EXPERIMENTUM 4.

Cylindrus æneus, longitudinis duorum pedum cum 428.
femisse, AB, ita suspenditur, ut circa extremitatem A TAB. XVI. Fig. 5.
P vibre-

vibretur; rotatur circa axem cum ipso in A cohærentem, & qui axi Libræ similis est, ut attritus minor sit. Suspenditur autem auxilio Laminæ ML (Tab. IV. Fig. 9.), quod quomodo fiat, foramina, in lamellis parallelis, cum majori ML cohærentibus in M, satis indicant. Lamella verò, nisi post suspensum Cylindrum, firmari non debet *, ut pondere Cylindri, Lamina, antequam firmetur, situm verticalem acquirat. Pendulum simplex *ep*, cujus longitudo est duarum partium tertiarum AB, eodem tempore cum Cylindro dimittitur; & Vibrationes Penduli, & Cylindri, eodem tempore peraguntur.

* 177.

429. Vibrationes Pendulorum, ut diximus, licet inæquales, sunt æquè diuturnæ *, & hæc Pendulorum proprietates maximi usûs est in Horologii constructione, cui motus æquabilis, Pendulo adjuncto, communicatur.

* 407.

430. Horologiis in diversa loca translatis, Vim Gravitatis non ubique Terrarum æqualem esse enotuit ex eo, quod Vibrationum ejusdem Penduli durationes, in diversis Regionibus, inæquales repertæ sunt; & hæc Gravitatis diversitas per Pendula mensuratur.

431.

TAB.
XVII.
Fig. 2.

*Dentur duo Pendula, CP, cp, quorum Longitudines sint inter se, ut Vires Gravitatis quibus agitantur; si arcus similes excurrant, in punctis respondentibus Gravitates eandem semper habebunt rationem inter se, propter inclinationes æquales, & hæc erit ipsa ratio arcuum percurrentorum, (quia arcus similes sunt ut pendulorum longitudo) qui ergo æqualibus temporibus percurrentur *, id est, Vibrationes erunt æquè diuturnæ.*

* 119.

Si ad eandem Longitudinem reducantur mutato Pendulo *cp* cujus Longitudo fiat *cq*, æqualis CP; quadratum

e. tum

tum durationis Vibrationis Penduli cq est ad quadratum durationis Vibrationis Penduli cp , aut CP , ut Longitudo cq , aut CP , ad cp^* ; id est ut Gravitās, quæ in Pendulum CP agit, ad Gravitatem, quæ Pendulum cq agit. Sunt, ergò, *durationes Vibrationum Pendulorum æqualium, in ratione subduplicatâ, inversâ, Gravitatum in Pendula agentium.* *418. 432.

Et in genere *quadrata durationum Vibrationum Pendulorum sunt directæ, ut Pendulorum Longitudines* *, & *inversæ ut Gravitates quibus moventur* *. 433. *418. *432.

Gravitates ipsæ sunt directæ, ut Longitudines Pendulorum *, & *inversæ ut quadrata durationum Vibrationum* *. 434. *431. *432.

Plurima Phænomena naturalia à motibus pendent analogis cum motibus Pendulorum, & illis explicandis demonstrata de Pendulis inserviunt, estque hic ultimarum Propositionum præcipuus usus. 435.

Pendula quoque peculiarem utilitatem habent in Experimentis, quæ de Corporibus motis, & Viribus infitis agentibus, instituuntur; in his autem casibus Pendulorum Velocitates conferendæ sunt, hasque duobus modis considerare possumus. 436.

DEFINITIO 4.

Velocitatem Penduli vocamus illam, quâ agitur Corpus suspensum, ubi hoc pervenit ad locum infimum arcus quem percurrit. 437.

Si de Pendulo composito agatur, loco Corporis suspensi, Centrum Oscillationis considerandum est.

DEFINITIO 5.

Velocitas angularis Penduli illa est, quâ hoc circa Punctum Suspensionis rotatur, ubi ad situm verticalem pervenit. De hisce duabus Velocitatibus nunc nobis agendum est. 438.

439.
TAB. XVI.
Fig. 5.

Dentur Pendula duo CP, *cp*, quæ Vibrationes peragunt in Arcubus PF, *pf*; Centris C, *c*, eodem intervallo describantur Arcus LO, *lo*; sintque in locis infimis arcuum PF, *pf*, Portiones infinitè exiguæ BD, *bd*, quæ eodem tempore percurrantur. Velocitates Pendulorum sunt ut BD, *bd*; & horum Velocitates Angulares ut MN, *mn*; id est, ut anguli BCD, *bcd*.

DEFINITIO 6.

440. *Angulum Penduli vocamus illum, quem descendendo, aut ascendendo, Pendulum describit.*

441. *Velocitates Penduli, in Vibrationibus inæqualibus, sunt inter se ut subtensæ Arcuum, quos Corpus descendendo describit.*

TAB. XVI.
Fig. 1.

Velocitas, in descensu per Arcum DB, ad Velocitatem, si descendat per PDB, ut chorda DB ad chordam PB*.

* 387. 393.

442. *In Vibrationibus exiguis, Arcus sunt sensibiliter ut chordæ; quare Velocitates sunt ut Arcus, aut ut Pendulorum Anguli*.*

* 440.

In hisce Arcus, aut Angulus, exiguus est, qui 15. gr. non superat; hic enim Arcus se habet ad suam subtensam, ut 350 ad 349.

443. *In Pendulis diversis, si Arcus sint similes, aut Anguli æquales, Corpora descendunt per spatia, quæ sunt ut Pendulorum Longitudines, in qua eadem ratione sunt Velocitatum quadrata*.*

* 374. 393.

444. *Si Pendula sint æqualia, & Anguli æquales, sed Gravitates differant, Vires, quæ in Corpora agunt in Punctis respondentibus, sunt ut ipsæ Gravitates; &, in initio descensus, percurrendo spatiola æqualia, Corpora acquirunt Velocitates, quarum quadrata sunt ut Vires prementes*, id est, ut Gravitates; Accelerationes, percurrendo sequen-*

tia

tia spatiola æqualia sequuntur eandem legem, quod, cum ubique in Punctis respondentibus obtineat, propter Vi- res in constanti ratione, & spatiola æqualia, integræ Velocitates quoque hanc rationem sequuntur.

Conjungendo tres ultimas Propositiones Universalem habemus regulam: *In Vibrationibus minoribus quadratum Velocitatis Penduli sequi rationem compositam ex ratione qua- drati Anguli*, ratione Longitudinis*, ut & ratione Gravi- tatis in Pendulum agentis*.*

Velocitatem angularem, si Pendula sint æqualia, *sequi ra- tionem ipsius Velocitatis*, manifestum est. Sit B D arcus mi- nimus determinato tempore percursus; hic est ut Pen- duli Velocitas*, & mensurat angulum B C D; si ipsa Ve- locitas servetur, id est si maneat B D, & Penduli Longitu- do mutetur, minuitur angulus B C D, qui Velocitatem angularem determinat, ut augetur Penduli Longitudo, & hic Angulus sequitur *Longitudinis rationem inversam.*

Rationem ergo quadrati Velocitatis Angularis habe- bimus, si inversam rationem quadrati Longitudinis cum tribus rationibus, supra memoratis*, jungamus; sed con- jungendo rationem inversam quadrati Longitudinis, cum hujus ratione directâ, quæ media est illarum trium; ha- bemus rationem Longitudinis inversam, & ratio, quam sequitur ipsa Velocitas Angularis, est composita ex ratione Anguli, & ratione subduplicatâ Gravitatis, ut & ratione in- versâ subduplicatâ Longitudinis Penduli.

Velocitas Puncti in Pendulo est ut Velocitas Angularis, & ut distantia Puncti à Centro Suspensionis; id est, hæc ultima ra- tio tribus rationibus novissimè memoratis* addenda est.

Si Anguli sint æquales, aut Arcus descendendo descripti si- miles, quadrata Velocitatum sunt ut Longitudines, &*

445.

* 442.

* 443.

* 444.

446.

TAB. XVI.
Fig. 6i

* 437.

* 445.

447.

448.

* 447.

449.

* 443.

445. ut Gravitates *. Ergo, si *Velocitates* hæ sint *æquales*, producta Longitudinum per Gravitates sunt *æqualia*; & quò illa minor est, eò hæc est major, id est, sunt Longitudines inverse ut Gravitates; & pro inversâ Gravitarum ratione, directâ Longitudinum usurpari potest: quam si faciamus substitutionem in N^o 433, detegimus in casu quem examinamus *Vibrationum durationes* esse ut Longitudines, quæ, propter Arcus similes, sunt ut spatia descendendo, aut ascendendo, percursa.
450. Simile est ratiocinium, si agatur de eâdem Gravitate; tunc Velocitatum Angularium quadrata, sunt ut quadrata Angulorum directè, & inverse ut Longitudines *. ergo, positis Velocitatibus his Angularibus æqualibus, sunt quadrata Angulorum in inversâ rationis Longitudinum ratione inversâ, id est, sunt ut Longitudines.
451. Clarè patet, si agatur de Pendulo composito, distantiam, inter Centra Suspensionis & Oscillationis, determinare Penduli Longitudinem.
452. Occasione motûs Penduli observavimus, celerius Corpus à Puncto ad Punctum per Arcum descendere quàm per lineam rectam *. His addam, Corpus etiam breviori tempore quàm per circuli Arcum descendere posse; Et in Scholio sequenti 5^{to}. demonstrabo,
453. Lineam celerrimi descensûs, à Puncto ad Punctum, magis depressum, & non cum primo in eâdem verticali positum, esse Cycloïdem inversam, verticalem, cujus Punctum extremum cum superiori Puncto coincidit, & quæ per Punctum inferius transit.
- MACHINA,
- Quâ descensus per Cycloïdem, cum descensu per Lineam rectam, confertur.
454. Tabula lignea, AB, cujus crassities est trium partium quar-

quartarum pollicis, juxta figuram Cycloïdis excavatur, & pedi ita imponitur ut planum sit verticale, & Cycloïdis in situ inverſo, poſitâ hujus baſi parallelâ ad Horizon-tem. Auxilio trium trochlearum, per pedes E, E, & F, tranſeuntium in dicto ſitu, quem Perpendicularum P indicat, diſponitur Machina.

TAB.
XVII.
Fig. 3.

Ad latera Tabulæ A B ipſi applicantur Regulæ *cc*, *dd*, quibus canalis efficitur in quo Globus æneus, cujus diameter eſt ſemi pollicis, moveri poteſt, Cycloïdem percurrento.

Machinæ jungitur Regula lignea G H, cujus craſſities pollicem æquat; excavata hæc eſt, canalemque continet ejuſdem latitudinis cum canali *cddc*, ut & in hoc Globus moveatur. Poteſt hæc Regula ad libitum inclinari, quia circa Cochleam *il*, quæ Regulam & Tabulam A trajicit, volubilis eſt, hacque Cochleâ, cujus caput *i* latius eſt, Regula Tabulæ applicatur; cuspide O Regulam ſuſtinente. Hujus cuſpidis ſitus variari poteſt propter diverſa foramina *r, r, r*, &c., quibus inclinatio Regulæ determinatur.

In margine menſæ diſponenda Machina eſt, ne illa impediatur motum Regulæ, quando hujus inclinatio minuitur. Ut ita Machina diſponi poſſit, pes F ad angulos rectos, ipſi in medio inter E, E, applicatur ad partem oppoſitam illius cui applicatur Regula G H. Pes hic F plumbo addito gravior eſt; aut, ubi firmanda Machina eſt, Pondus pedi ſuperimponitur.

Canalis uterque benè levigatus deſideratur, ne deſcenſus Globorum impediatur; in uno quoque obex, ut *m* & *n*, ad libitum firmatur.

EXPERIMENTUM 5.

455. Inclinetur Regula GH ad libitum; Obices m , & n , firmandi ita sunt, ut Globi, si ipsis applicentur, inter se respondeant. Si nunc, positis Globulis in s , & t , etiam ut respondeant, hi eodem momento relaxentur, Globus, qui Cycloidem percurrit, primus ad obicem accedet, quod ictu detegitur; & in majori inclinatione hoc etiam ad oculum patet. In inclinatione quæ in Fig. exhibetur, ictus auditur in m , antequam Globus alter quartam partem longitudinis sn percurrerit.

S C H O L I U M I.

In quo quædam in hoc Capite memoratæ Cycloidis Proprietates demonstrantur.

456. ^{409.} POSITA Cycloidis memoratâ * formatione; sit Circulus generator BEF. Ponamus hunc pervenisse ad Punctum G baseos; Punctum F erit in f , posito Arcu Gf lineæ GF æquali; Punctum describens erit in b , & erit hoc Punctum Cycloidis.

- Ducatur GcH diameter per Punctum contactûs, erit hæc ad basin perpendicularis *, & parallela diametro BF. Ductâ nunc bL, per Punctum Cycloidis b , basi parallêlâ, secante Circulum FEB in E, & lineam GH in I; manifestum est, propter æquales GI & FL *, in Circulis æqualibus æquales esse bI, EL *; additâ utrimque IE æquales erunt bE, IL, cui æqualis GF *.

- Facile etiam liquet Arcus Gf, bH, EB, æquales esse inter se & lineæ GF; ideoque lineæ bE.

457. Ex quibus hanc Curvæ deducimus proprietatem, Si, ex Puncto quocunque Cycloidis, ad basin ducatur parallela, quæ semicirculum secat super axe descriptum ad partem Curvæ, qualis linea hic est bEL, erit hujus portio, inter Cycloidem & semicirculum intercepta, æqualis Arcui semicirculi inter lineam memoratam & verticem intercepto, id est bE. Arcui EB æqualis est.

458. Sit Semi-cyclois ADB; vertex B; basis AF; axis BF, qui diameter est semicirculi FMB.

- Sumtâ Dd portione quacunque infinitè exiguâ Cycloidis, poterit hæc portio rectâ haberi, & continuata formabit tangentem in Puncto D aut d. Ducantur DL, dl, ad basin parallele semicirculum secantes in E, e; & ductis BE, & Be, continuetur hæc donec secet in b lineam DL; sit etiam BO ad basin parallela, Circulum tangens in B, & quæ in O secatur lineâ eO, continuatione lineæ Ee.

Trian-

Triangula bEe & eOB , propter BO & bE parallelas sunt similia. Latera autem EO & OB sunt æqualia *; ergo & æqualia eE , bE ; est eE Arcuum Be , BE , aut linearum de , DE , differentia *; quæ eadem differentia est ideo etiam bE , quare sunt æquales parallelæ Db , de ; sunt etiam idcirco æquales & parallelæ Dd , be *, id est tangens in d parallela chordæ eB , quam Cycloïdis proprietatem superius indicavimus in n. 412.

*36. El. III.

*457.

*33. El. I.

Iisdem positis ducatur FEi ; erit hæc ad BE aut Bb (propter Angulum infinitè exiguum eBE) perpendicularis *, dividetque basin Trianguli isocèles bEe in duas partes æquales ita, ut ei sit dimidium ipsius eb aut dD . Est verò ei differentia inter chordas BE , Be ; nam si centro B , radio BE , Circulus describatur coincidet hic cum Ei , quæ infinitè exigua est; & Dd est differentia Arcuum Cycloïdis DB , dB .

459.

*31. El. III.

Concipiamus nunc lineam ad basin Cycloïdis AF parallelam moveri à B ad F , aliamque lineam interea circa B ita rotari, ut continuò transeat per intersectionem primæ cum semicirculo. Ubi prima Ex . gr. pervenit ad dl erit secunda in Be ; translata primâ ad DL , rotatur secunda ut sit in BE . In hoc motu commune initium habent, & continuò augentur Arcus Cycloïdis DB , & chorda EB ; sed illius augmentum semper duplum est augmenti hujus, quare & integer Arcus, qui est summa omnium augmentorum, erit duplus integræ chordæ, quæ etiam summam valet augmentorum suorum. Habemus ergo etiam demonstratam Propositionem in n. 413. memoratam.

Supereft ut, quæ de Evolutione Cycloïdis in n. 410. dicta sunt, demonstremus.

Detur iterum eadem Cyclois ADB ; basis AF ; axis FB ; FEB semicirculus. Producat BF ad C ita, ut BF & FC sint æquales; formatoque Parallelogrammo $AfCF$; detur semicirculus Amf , qui semicirculo FEB , æqualis erit; ut & semi Cyclois AqC , cujus axis est Af & quæ æqualis est semi-Cycloïdi ADB . Concipiamus etiam filum fixum in C , & Cycloïdi CqA applicatum, evolvi.

460.

Ponamus filum ad hunc pervenisse situm, ut cum Cycloïde tantum conveniat à C ad q , & ulterius extendi juxta tangentem ad Curvam in q : si linea qR æqualis sit Arcui qA , cui filum, nunc tensum, fuit applicatum, erit R fili extremitas.

Ducatur qp ad basin parallela, semicirculum Amf secans in m , ex quo Puncto ducatur linea mA ad A , sunt mA & qN parallelæ * & æquales*; sed qA , ideoque qR , dupla est mA , aut qN *; sunt ergo æquales Nq , NR ; idcirco si per R ad AF & pq detur parallela RP , erunt æquales PF , Ap ; ergo etiam erunt æquales Arcus FM , Am ; ut & Anguli MFA , MAF *; & est FM , parallela Am *, ut & Rq ; unde sequitur $FMRN$ esse Parallelogrammum, & æquales esse FN , RM ; sunt etiam æquales qm , AN , in Parallelogrammo $MANq$.

*412. 458.

*34. El. I.

*413. 459.

*32. 27.

El. III.

*27. El. I.

Linea mq , aut AN , æqualis est Arcui Am *, aut Arcui FM ; AF , æqualis est semicirculo FMB *; idcirco NF , aut RM , æqualis est Arcui MEB , & Punctum R , id est fili extremitas, datur in Cycloïde ADB *, quam integram extremitas R percurrent dum totum filum evolvitur.

*457.

*409. 457.

*457.

Q

SCHO.

S C H O L I U M I I.

De Cycloïdis descriptione.

Mechanicè Cycloïdem describi posse hujus generatio satis demonstrat. Magis tamen commodum est per Puncta ipsam delineare, quod exactissimè fieri potest.

451. Sit BF, axis Curvæ; B Vertex; FA basis ad axem perpendicularis. Sit
TAB. axis divisus in ducentas partes æquales, quas tamen omnes notare divisiones ne-
XVIII. cesse non est; harum partium semi basis FA continet 314, 2. Quâ datâ lon-
Fig. 1. gitudine determinatur A. Eodem modo reliqua Puncta determinantur auxilio
Tabulæ sequentis. In primâ Columnâ Tabulæ indicatæ, distantia notantur
à B ad F. Per Puncta notata ordinatæ ducuntur ad axem, parallelæ ad basin,
& harum longitudines secunda Columna indicat.

T A B U L A,

Dimensionum Cycloïdis.

	<i>Absc.</i>	<i>Ordin.</i>		<i>Absc.</i>	<i>Ordin.</i>
462.	6. — —	68, 9.		70. — —	222, 0.
	8. — —	79, 5.		80. — —	234, 9.
	10. — —	88, 7.		90. — —	246, 5.
	12. — —	97, 0.		100. — —	257, 1.
	14. — —	104, 6.		110. — —	266, 6.
	17. — —	114, 9.		120. — —	275, 2.
	20. — —	124, 3.		130. — —	282, 9.
	23. — —	133, 0.		140. — —	290, 0.
	26. — —	141, 0.		150. — —	296, 0.
	30. — —	150, 9.		160. — —	301, 4.
	35. — —	152, 3.		170. — —	306, 0.
	40. — —	172, 7.		180. — —	309, 8.
	50. — —	191, 3.		190. — —	312, 7.
	60. — —	207, 6.		200. — —	314, 2.

463. Puncta in viciniis Verticis in hac Tabulâ deficiunt, quia hac Methodo com-
modè notari non possunt: habetur autem hæc portio Curvæ, si Arcus Circuli
per B describatur, cujus centrum sit in lineâ BF continuatâ, & cujus Radius
valeat duplum. axcos Curvæ*. Si descriptionem per Puncta velimus continua-
re, ducenda est linea BO, basi parallela, & in hac illas distantias à B, O ver-
sus, debemus notare, quæ in primâ Columnâ sequentis Tabellæ habentur,
erectisque perpendicularibus ad BO, harum longitudines in secundâ columnâ
determinantur.

* 410 460.

TABULA SECUNDA,

Dimensionum Cycloïdis.

<i>Ordin.</i>		<i>Abfc.</i>	<i>Ordin.</i>		<i>Abfc.</i>
5.	—	0,00.	35.	—	1,53.
10.	—	0,12.	40.	—	2,00.
15.	—	0,28.	45.	—	2,53.
20.	—	0,50.	50.	—	3,12.
25.	—	0,78.	55.	—	3,78.
30.	—	1,12.	60.	—	4,50.

464.

Constructio primæ Tabulæ hæc est. Ex abscissâ datâ determinatur ordinata. Sit abscissâ B L, cujus longitudo est 60, illarum partium quarum Radius continet centum, id est, B F ducentas: B L est Sinus versus Arcûs B E, quem Tabula horum Sinuum indicat 66. gr. 25', 20'', cujus Sinus rectus est 91,65. memoratarum partium; & hæc est longitudo lineæ E L.

465.

TAB.

XVII.

Fig. 4.

Longitudo Arcûs E B, cui æqualis est linea E b*, habetur hac proportionē; ut gradus 180, id est Semicirculus, ad 66. gr. 25', 20'', ita 314,2, numerus partium in Semicirculo, ad 115,94, longitudinem E B, aut E b; addita E L, partium 91,65, habemus b L partium 207,59; id est, neglecto ultimo charactere fractionis, 207,6. ut in Tabulâ notavimus.

* 457.

Computatio secundæ Tabulæ hoc nritur fundamento, Puncta quæ sita dari in Arcu circuli cujus Radius valet quadringenta*.

466.

* 410.46

S C H O L I U M III.

De motu in Cycloïde.

Concipiamus portionem Cycloïdis, aut integram Cycloidem, in lineâ rectâ extendi A B D, & Corpus in hac lineâ rectâ moveri juxta legem Penduli oscillati in Cycloïde, id est, dari pressionem in Corpus agentem, quæ sequatur rationem distantie Corporis à Puncto medio B*, & quæ in Corpus motum agat ut in Corpus quiescens*; centro B, radio B A, describatur Semicirculus A L D, qui Tempus representat, in quo Corpus movetur ab A ad D; Tempora in quibus portiones quæcunque lineæ A D describuntur, erectis ad hanc perpendicularibus, determinantur; arcus H I Tempus in quo F G, & arcus A H Tempus in quo A F percurruntur, designant: celeritates autem in Punctis F & G proportionales sunt ipsis perpendicularibus F H, G I.

467.

TAB. XVI.

Fig. 7.

* 414.

* 371.

Quæ ut demonstrantur, concipiendum est Corpus, quod in lineâ A D movetur ita, ut temporibus, quæ sunt ut arcus A H; H I, percurrat portiones A F, F G, & sic de cæteris: ita ut totum Tempus representetur per Semicirculum A L D. Concipiamus ulterius Semicirculum, in partes minimas æquales, divisum, momenta minima æqualia Temporis designantes, quales sunt H b & I i. Idcirco, positis f b & g i etiam perpendicularibus lineæ A D, Tem-

468.

Q 2

poribus

poribus æqualibus lineæ Ff & Gg percurruntur; quæ cum exiguæ sint, percurruntur motu æquabili, momenta enim temporis adeo exigua concipi possunt, ut acceleratio, aut retardatio, insensibilis sit; Celeritates ergo, in Punctis F &

* 119. G , sunt ut Ff & Gg *, quas demonstramus esse inter se, ut FH ad GI .

Ductis lineis Hl & Im parallelis lineæ AD , similia erunt Triangula HBf , Hbl ; sunt enim rectangula, & angulus FHB æqualis est angulo Hb , cujus utriusque est idem complementum ad angulum rectum, nempe Bbl : Eodem modo similia demonstrantur Triangula BIG , mIi . Ergo FH , $HB=IB$

* 22. El. V. $:: lH$, $Hb=li$; & IB , $GI:: li$, mI : & ex æquo FH , $GI:: lH$, mI *.

Incrementa Celeritatum, momentis æqualibus minimis, in Punctis F & G , id est, Pressiones agentes in istis Punctis*, sunt ut lb & mi ; sunt enim differentie Celeritatum in Punctis F , f , & G , g . Sed, propter Triangula memorata similia, lb & mi sunt inter se, ut FB ad GB ; idcirco Pressiones, in Punctis F & G in Corpus agentes, sunt inter se ut distantie à Puncto medio B .

Quæ de incrementis Celeritatum demonstrantur in parte AB , lineæ AD , in parte BD de decrementis eodem modo demonstrantur. Agitur ergo Corpus juxta legem Corporis in Cycloïde oscillati*.

* 414.

Detur Corpus motu æquabili Semicirculum percurrens ALD , in tempore unius vibrationis in Cycloïde, id est in tempore, in quo Corpus, in lineâ rectâ AD ut explicavimus motum, hanc percurrit. Ex dictis patet Hb , Ff , & li , Gg , æqualibus temporibus percurri; unde sequitur, cum directiones sint parallelæ in L & B , Celeritates in hisce Punctis esse æquales.

469. Idcirco Corpus, Celeritate quam Corpus pendulum habet in B , in tempore unius vibrationis, describit Semicirculum, cujus diameter est arcus Cycloïdis à Corpore percursus.

470. Si Corpus integram percurrat Cycloïdem, ut ABD , diameter, quæ valet arcum percursum, erit quadrupla diametri FB *; & Velocitas in B illa erit, quam Corpus, cadendo ab altitudine FB , acquirit*;

TAB. XVI.
Fig. 3.

411. quâ Celeritate, motu æquabili, in tempore casûs, Corpus potest percurrere lineam duplam ipsius FB *.

* 393. & in tempore unius Vibrationis, percurrere semicirculum, cujus diameter est quadrupla FB *.

* 376. Sed spatia, æqualibus Velocitatibus, percursa, sunt ut tempora*;

* 469. idcirco Tempus casûs, per Semilongitudinem penduli, est ad Tempus unius

* 407. Vibrationis, per integram Cycloïdem, aut Arcum quemcumque*, ut dupla FB , ad circumferentiam dicti Semicirculi, aut ad integram circumferentiam Circuli, cujus diameter est etiam dupla FB ; ergo, in genere, ut diameter circuli ad hujus circumferentiam; ut monuimus in n°. 415.

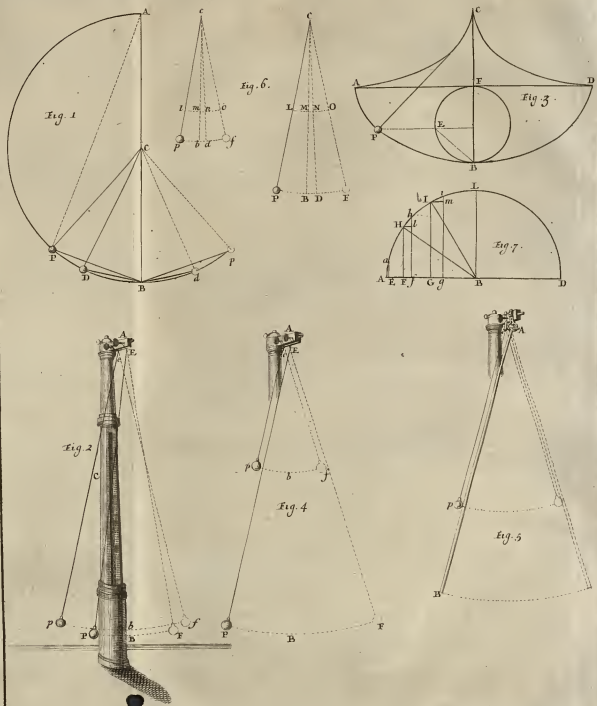
SCHOLIUM IV.

De Centro oscillationis determinando.

471. *Si* CA Pendulum compositum; Pondera P & Q ; inter hæc datur Centrum Oscillationis O , cujus hæc est proprietas, posita virgâ AC rigidâ & sine Pondere, ut Pondus Q , multiplicatum per BC , est ad Pondus P , multiplicatum per AC , ita AO ad OQ . Quod ut demonstremus, considerandum est Ponde-

TAB.
XVII.
Fig. 1.

ra



ra Q & A moveri directionibus parallelis inter se, id est æqualiter ad Horizontem inclinatis; idcirco agitari continuè Impressionibus ex Gravitate, quæ, nisi Corpora Virgâ rigidâ juncta forent, illis Celeritates communicarent æquales*. Junctorum autem Ponderum Celeritates necessariò sunt inæquales, & Celeritas Corporis P, Actione Ponderis Q, augetur, dum hoc alterius Actione retardatur; quæ Actiones contrariæ æquales sunt*. Interea punctum intermedium quoddam O, Centrum nempe Oscillationis, movetur Celeritate ex Actione Gravitatis oriunda.

Sit Bb, Oo, aut Aa (has enim æquales ponimus lineas) spatium percursum ex actione gravitatis juxta inclinationem quamcunque agentis in tempore quocunque minimo Cum punctum O hoc spatium percurrit, tantum per BE transferetur Q; & Potentia, quæ in Q agit, minuitur quantitate, qua eodem tempore Corpus hoc percurreret Eb, & quæ exprimitur per $Q \times Eb^*$. Potentia autem, quæ in P agit, augetur quantitate, quâ P eodem tempore transferetur per aD, & quæ exprimitur per $P \times aD^*$; ponimus enim parallelas Bb, Oo, Aa; Intensitas ergo Potentiæ quæ retardat Motum Corporis Q, est ad Intensitatem Potentiæ, quæ accelerat Motum Corporis P, ut $Q \times Eb$ ad $P \times aD$: Sed Potentiæ hæ applicantur Vecti, cujus fulcrum est C; idcirco harum actiones, quas æquales demonstravimus, sunt ut Intensitates multiplicatæ per distantias à Fulcro, id est, $CB \times Eb \times Q$ ad $CA \times aD \times P^*$. Ideo $CB \times Q$ ad $CA \times P$, ut aD ad Eb, aut AO ad OB. Q. E. D. Patet etiam in Pendulo tali composito producta fore æqualia, si unumquodque Pondus multiplicetur per suas distantias à Centris Suspensionis & Oscillationis.

Si plura Pondera dentur & unumquodque per suas distantias à Centris Suspensionis & Oscillationis multiplicetur, summæ productorum ab utraque parte Centri Oscillationis æquales sunt. Hoc demonstratione simili evincitur.

Unde deducimus Methodum computatione determinandi Centrum Oscillationis.

Sint Corpora quæcunque, A, B, C, D, E, quorum distantie à Centro Suspensionis respectivè litteris a, b, c, d, e, exprimuntur; sit distantia Centri Oscillationis à Centro Suspensionis x. Ponamus a, b, c, minores esse x, d & e autem majores.

Corporum A, B, C, distantie à Centro Oscillationis sunt $x - a, x - b, x - c$, & Corporum reliquorum distantie ab eodem Centro sunt $d - x, e - x$, multiplicando Corpora singula per suas distantias ab utroque Centro, habemus $Aax - Aaa + Bbx - Bbb + Ccx - Ccc = Ddx - Ddd + Eex - Eee$ * unde

deducimus $x = \frac{Aaa + Bbb + Ccc + Ddd + Eee}{Aa + Bb + Cc + Dd + Ee}$, quam eandem æquationem habemus quæcunque ex distantis a, b, c, d, e, superent x; quare generalem hanc detegimus Regulam.

Si singula Corpora multiplicentur per quadrata suarum distantiarum à Centro Suspensionis, & summa productorum dividatur per summam productorum singulorum Corporum, multiplicatorum per suas distantias ab eodem Centro Suspensionis, quotiens divisionis dabit distantiam inter Centra Suspensionis & Oscillationis.

Q 3

Si,

475. Si, continuato Pendulo ultra Centrum Suspensionis, Corpora quædam supra Punctum Suspensionis applicentur, horum distantie erunt negativæ; Si Ex. gr. talia forent Corpora A & B, pro $+a$ & $+b$ computatio ineunda foret cum $-a$, $-b$, quorum quadrata cum etiam sint $+aa$ & $+bb$, distantia x in hoc casu erit
- $$\frac{Aaa+Bbb+Ccc+Ddd+Eee}{-Aa-Bb+Cc+Dd+Ee}.$$

- In hac determinatione divisor valet distantiam, inter Centrum Suspensionis & 213. Centrum Gravitatis, multiplicatam per summam omnium Corporum *; & ita exprimendo divisorem Regula magis universalis est, & Corpori cuicunque applicari potest. Sed demonstratio mutanda est, & ex hoc principio facile deducitur; Si Corpora conjuncta descendendo acquirant Velocitates diversas, dum ad diversas distantias circa idem Centrum, aut eundem Axem, rotantur, & separatim postea, Velocitatibus acquisitis, adscendant, Centrum commune Gravitatis 476. adscendet ad illam altitudinem à quâ descendit *.

212. 399. Sint duo Corpora P & Q, mobilia circa Punctum C, quo cum cohererent lineis, BC, AC, quæ Angulum efficiunt, qui motu Corporum non mutatur. Sit D, Centrum commune Gravitatis, quod, quiescentibus Corporibus, datur in lineâ verticali, per C ductâ *, in quâ eadem datur Centrum Oscillationis O. Sit ulterius EF horizontalis per C, & ad hanc perpendiculares, BE, AF.

TAB.
XVIII.
Fig. 2.
206.

Ponimus $CA=a$; $CB=b$; $CD=d$; $BE=e$ $AF=f$; & tandem $CO=x$.

Elevatis Corporibus, & deinde sibi permixtis, ubi Centrum Gravitatis ad D rediit, Velocitas hujus est maxima, & deinde adscendit. Punctorum A, B, D, & O, Velocitates sunt inter se, ut a , b , d & x & eo momento his literis possunt exprimi.

- Si A & B eo momento sibi permittantur, ut separatim adscendant, ad Altitudines pervenient, quæ erunt ut aa , bb *, & quæ his ipsis quadratis exprimi

- * 381. possunt. Altitudo ad quam tunc adscendit Centrum Gravitatis est $\frac{Aaa+Bbb}{A+B}$ *

quæ æqualis est altitudini à quâ descendit. Hac data altitudine, determinamus descensum Centri Oscillationis; hic enim se habet ad descensum Centri Gravitatis ut x ad d , & valet $\frac{Aaa+Bbb}{Ad+Bd}$. Centrum autem Oscillationis mo-

- * 425. vetur, ut Corpus, Solâ Gravitate agitatum *; ergo hæc est altitudo ad quam

- * 399. Corpus Velocitate x adscendere potest *; quæ etiam valet xx ; nam posuimus, altitudines, ad quas Corpora adscendere possunt, quæ proportionales sunt quadratis Velocitatum, per ipsa quadrata exprimi; ergo $\frac{Aaa+Bbb}{Ad+Bd} = xx$ aut

$$\frac{Aaa+Bbb}{Ad+Bd} = x. \text{ Q. D. E.}$$

478. Ponimus d dari, sed si hæc ipsa distantia determinanda sit, detegimus

- * 217. $\frac{Aa+Bb}{A+B} = d$ *; & factâ substitutione habemus $\frac{Aaa+Bbb}{Aa+Bb} = x$.

In Numeratore multiplicamus unum quodque Corpus per quadratum suæ distantie à Centro Suspensionis; quia, in motu Penduli, Corporum Velocitates sunt in ratione harum distantiarum: inde sequitur, *Si Corpora, aut partes ejusdem Corporis, non circa idem Centrum, sed circa Axem rotentur, Pondus unius cujuscunque Puncti Corporis, aut Corporum, multiplicari debere per quadratum distantie suæ ab Axe, & summam productorum dividendam esse per distantiam Centri Gravitatis Corporis, aut Corporum, ab eodem Axe, aut à Plano horizontali per Axem, ductam in Pondus Corporis, aut summam Ponderum omnium Corporum.* Quam quomodo determinemus distantiam, Centri Gravitatis à dicto Plano horizontali, suo loco diximus *.

Ut * Regulam hanc applicemus Lineæ, cujus extremitas est Suspensionis Centrum, singulorum Punctorum, aut potius partium minimarum, Pondera multiplicanda sunt per quadrata distantiarum suarum ab extremitate; ipse autem particula singulæ proprio Ponderi proportionales sunt; ideo ponimus, has quoque Pondera exprimere; tunc Summa horum productorum est Pyramis, cujus basis est Lineæ quadratum, & altitudo ipsa Linea. Si Linea dicatur a , Pyramis hæc valet $\frac{1}{3} a^3$ *. Dividenda hæc est per Pondus totius Lineæ, quod valet a , multiplicatum per distantiam Centri Gravitatis ab extremitate, id est per $\frac{1}{2} a$, & divisor valet $\frac{1}{2} a a$. Dividendo autem $\frac{1}{3} a^3$ per $\frac{1}{2} a^2$ quotiens est $\frac{2}{3} a$, distantia Centri Oscillationis à Centro Suspensionis, ut supra experimento confirmavimus *.

Huic Exemplo & aliud addam quod in Capite sequenti usu venit.

Sit Orbis A, ubique ejusdem Crassitie; Suspensum hunc conceipimus in Centro, circa quod volubilis est; conjunctoque Pondere P formatur Pendulum compositum; ponimus enim Lineam CB orbi coherere, quo cum circa extremitatem C rotatur. Queritur Centrum Oscillationis O.

Orbem A debemus conceipere divisum in innumeras partes minimas. Divisionem Conceipimus fieri Circulis concentricis, æqualiter à se invicem distantibus, quorum commune Centrum est C. Circuli hi, aut potius Annuli inter hos intercepti, sunt inter se ut horum Pondera, & etiam ut ipsorum Radii; quare Radii Annulorum pro horum Ponderibus haberi possunt, & Singuli per Quadrata distantiarum à Centro multiplicari debent *, id est, summam debemus querere Cuborum Radiorum omnium, & hoc, in Subsidium vocato calculo Infiniti, difficile non est. Summa hæc, si a sit Radius Orbis A, est $\frac{1}{4} a^4$. Sed Pondus totius Orbis exprimitur per summam Radiorum omnium Circulorum, quæ summam valet Triangulum rectangulum, cujus basis valet a , & cujus altitudo huic æqualis est; quare Pondus valet $\frac{1}{2} a a$ *. Unde patet summam quæsitam, nempe $\frac{1}{4} a^4$, valere dimidium Ponderis Orbis A, multiplicati per quadratum Radii.

Huic producto addo Pondus P, multiplicatum per quadratum distantie CB; &

& divido Summam hanc per productum Ponderis P, multiplicati per distantiam
 * 479. CB; quotiens divisionis dabit CO*.

S C H O L I U M V.

De Lineâ celerissimi descensûs.

* 417. **V** Idimus superius *, Corpus quod à Puncto ad Punctum descendit, quando Puncta ambo non in eadem verticali dantur, ut Viam suam brevissimo Tempore peragat, non debere per lineam rectam incedere. Quamnam autem lineam sequi debeat indicavimus *, quod nunc hic demonstrabimus; quia ad hoc usu veniunt, quæ in Scholio 1. de Cycloïde demonstrata sunt.

* 453. **S**int Puncta duo A & B, lineâ CD separata; moveatur Punctum, & ex A tendat ad B; sed eâ lege, ut antequam ad Lineam CD perveniat, feratur Velocitate quam dicimus v , ubi autem transivit Lineam hanc incedat Celeritate majori quam vocamus c : Ponamus ulterius Punctum, Velocitatibus singulis, rectas Vias percurrere; ideòque moveri per rectam AB, aut lineas AE, EB, peragrarè: determinandum, quomodo Motum dirigere debeat, ut Tempore omnium brevissimo perveniat ex A in B.

Ponamus Tempus quo Corpus, velocitate v , lineam quamcunque percurrit, ipsâ lineâ percurrà representari *; Tempus quo lineâ percurritur, Velocitate aliâ majori, eò brevius est, quò Velocitas major est, & minuitur in ratione in quâ Velocitas augetur; Tempus ergò, in quò lineâ quæcunque, Velocitate c percurritur, representabitur lineâ, minore ipsâ percursâ, & quæ ad percursam habet rationem, quæ datur inter v & c .

Si Punctum eat per AE & EB; Tempus motûs per AE, quia Velocitate v percurritur lineâ hæc, hac ipsâ lineâ representatur; Tempus quo EB peragrat, representatur lineâ EF, quæ se habet ad EB, ut v ad c . Punctum verò F determinatur, si ex B ad CD ducatur BD perpendicularis, fiatque c , v : BD, LD, & per L ad DC ducatur parallela, secabit hæc BE in Puncto F: nam propter parallelas ED, FL, habemus BD, LD::BE, FE*.

* 2. El. VI. Ex hac Demonstratione etiam sequitur, si Punctum per lineas alias AM, MB, progrediatur, quarum ultima secat LF in N, Tempus motûs representari lineis AM, MN, ita ut determinandum sit per quod Punctum. Lineæ CD Punctum mobile transeat, quando summa talium linearum, Tempora representantium, est omnium minima; quod ut fiat ad sequentia attendendum.

Summas ab utrâque parte, recedendo à Puncto quæsito, augeri continuò; ideoque hoc solo casu summas vicinas esse æquales, si lineæ ab utrâque parte parum distent ab hoc ipso Puncto: idcirco si Punctum hoc sit inter E & e quorum distantia est infinitè exigua, erunt æquales AE+EF & Ae+ef, ex quâ æqualitate situs Puncti E aut e , deducendus est, quæ Puncta cum ipso Puncto quæsito coincidunt; nam propter infinitè exiguam Ee, hæc lineola pro ipso Puncto quæsito haberi potest.

TAB. XVII. Fig. 7. Centro A, Radio Ae describatur circuli Arcus eb ; Centro B Radiis Bf, & BE describantur Arcus Ei, fg, eruntque æquales Ab+Ef & Ae+if subtractis

tractis hisce quantitibus æqualibus ex $AE + EF = Ae + ef$, restant $bE + gE = ei$. Unde deducimus $bE = ei - gE$.

Propter Triangula similia eiE , feF , & Bfg , BiE , ut & BFL , BED :
 $ei, gF :: Ei, fg :: BE, Bg$ aut BF (differentia enim est infinitè exigua)
 $:: BD, BL$. Convertendo

$ei, ei - gF = bE :: BD, BD - BL = LD$; id est, ut Velocitas infra Lineam ad Velocitatem supra Lineam.

Centro E describatur circulus, Lineam EA , aut eA , (quas pro eadem haberi posse vidimus) secans in M , & EB in N ; ex quibus Punctis sint MP , NO , perpendiculares ad CD .

Triangula eiE , ENO , sunt similia; sunt rectangula, & habent Angulum communem in E , aut e . Eodem modo similia sunt ebE & eMP ; ergo

$$ei, Ee :: EO, EN$$

$Ee, bE :: Me$, aut EN , (quæ pro Radijs ejusdem Circuli, habentur) eP , aut EP .

Ex æquo $ei, bE :: EO, EP$ *. Sunt autem hæ lineæ *Cosinus Angulorum*, quas directiones motuum efficiunt cum lineâ CD , quæ spatia separat, in quibus Velocitates differunt: qui ergo *Cosinus directionum* sunt inter se, ut ei ad bE , quas vidimus esse inter se, ut Velocitates in ipsis illis directionibus, quando Tempus est omnium brevissimum. 484. 22. El. V.

Moveatur iterum Corpus ex A & tendat ad B , ea conditione ut dum transit lineas CD , IL , MN , OP , singulis vicibus Velocitatem mutet, quæritur juxta quam legem moveri debeat, positis hisce lineis parallelis, ut Tempore brevissimo ex A ad B perveniat. 485. TAB. XVII. Fig. 2.

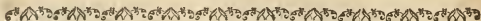
Requiritur ut Corpus ex A ad F perveniat Tempore brevissimo possibili, ut & ex E ad G , ex F ad H , & ex G ad B , aliter enim in toto motu Tempus brevius dari potest. Ideò *Cosinus Angulorum*, quos Motus directiones AE , EF , FG , GH , HB , efficiunt cum Lineis, parallelis inter se, separantibus Spatia in quibus diversa est Velocitas, sunt respectivè inter se, ut Velocitates, quibus hæc singula percurruntur. 486;

Consideremus nunc Corpus quod Gravitate descendit. Celeritas continuò descendendo augetur, & ad eandem profunditatem ubique est eadem *, innumeris ergò, & inter se infinitè parum distantibus, Planis horizontalibus dividuntur spacia in quibus celeritas variat: Linea ergò celerrimi descensus inter duo Puncta est, cujus Tangens ubique cum Horizonte efficit angulum, cujus Cosinus Velocitati cadendo acquisitæ proportionalis est *, id est radici quadratæ altitudinis per quam Corpus cecidit *. Hanc autem esse Cycloidis proprietatem demonstramus. 487. * 486. * 374. 393.

Ponamus Cycloidem ADB , inversam, cujus Axis sit verticalis, & Corpus ex A descendere; demonstrandum est, anguli dDE , aut BEL *, Cosinum proportionalem esse radici quadratæ altitudinis FL *. Angulus BEL æqualis est angulo BFE *, cujus Cosinus, si centrum circuli sit F , & radius FB , est chorda FE ; quod in omnibus Punctis Cycloidis locum habet, manente eodem radio FB : Hæc autem chorda FE est ut radix quadrata altitu- 488. * 412. 453. * 487. TAB. XVII. Fig. 5. * 8. El. VI.

- 8. 4. El. VI. altitudinis FL. Nam sunt in continuata proportionē FL, FE, FB*; ergo
 • 17. El. VI. $FL \times FB = FE^2$ *, sed propter constantem FB, rectangulum FL \times FB sequi-
 • 1. El. VI. tur rationem ipsius FL*; in qua ratione quoque mutatur quadratum chordæ FE.

489. *Linea ergo celerissimi descensus, à Puncto ad Punctum, est Cyclois inversa, cujus Punctum extremum, ut A, cum superiori Puncto coincidit, & quæ per Punctum alterum transit, ut in N. 453. diximus.*



C A P U T XXI.

De Ufu Machinarum.

490. **I**n Parte præcedenti, de Machinis simplicibus & compositis egimus; vidimus quomodo exigua Potentia magnam vincat Resistentiam; sed casum æquilibrii tantum determinavimus; & in genere observavimus Resistentiam superari, si Potentiæ Actio quamtumvis parum
 • 284. augeatur *. Sed hæc generalis observatio non sufficit, si auxilio Machinæ velimus præstare maximum quem possumus Effectum.

In Ufu Machinæ ad Tempus debemus attendere; nam
 491. *Effectus qui, cæteris paribus, minori Tempore præstatur, major est, si integrum Machinæ usum consideremus.*

492. Machina enim quæ, eodem Tempore, positâ Intensitate Potentiæ duplâ, duplum præstat Effectum, æquiparatur illi, cujus Effectus simplex est, positâ Potentiæ Intensitate simplici; quæ ergo quoque congruit cum illâ, quæ simplicem, in dimidiato Tempore, Effectum præstat, positâ Potentiæ Intensitate duplâ; ita ut productum Temporis per Potentiæ Intensitatem considerandum sit; & quamdiu productum hoc præstiti Effectûs rationem sequitur, in quo casu hoc idem est, quoties eadem Resisten-

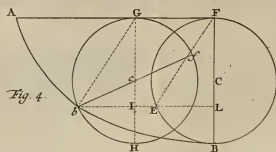


Fig. 4.

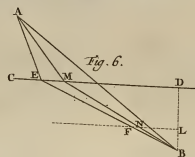


Fig. 6.

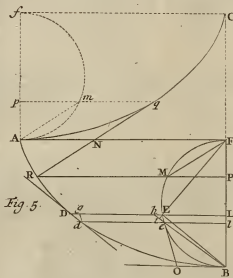


Fig. 5.

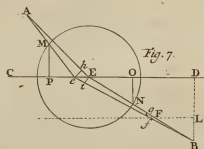


Fig. 7.

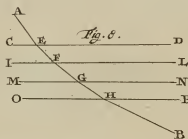


Fig. 8.

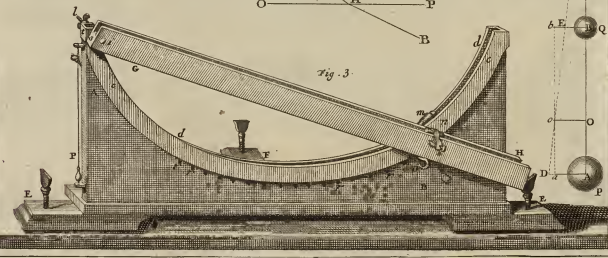


Fig. 3.

Fig. 2.



Fig. 1.

sistentia eodem modo superatur, Machinæ usus pro eodem haberi debet. Tres homines, uno die, opus absolvunt, quod unus tribus diebus præstaret; positis capacitatibus æqualibus, & diligentia eadem, hæc conveniunt; eadem totali Actione opus idem absolvitur.

Ex his concludimus, in perfectissimo usu Machinæ desiderari, ut ipsi talis applicetur Potentia, cujus Intensitas, multiplicata per Tempus, in quo desideratum, & determinatum, præstat Effectum, det productum omnium minimum; tunc Actio integra, quâ Effectus præstatur, est omnium minima. 493.

In usu Vectis consideratio hæc rarò utilitatem habere potest; tamen, quia demonstrationes in hac Machinâ maximè sensibiles sunt, & pleraque, quæ de hac dicenda sunt, in reliquis Machinis usu veniunt, de Vecte nunc agam, & ut casum omnium simplicissimum consideremus, pro Vecte habebo Lineam sine pondere *. 494.

Sit Vectis AB, cujus Brachia sint inter se ut unum ad decem; & sit Pondus A, centum Librarum, elevandum ad determinatam altitudinem Aa. 495. TAB. XVIII. Fig. 4.

Adhibitâ Potentiâ, quæ decem Libras æquat, Pondus centum Librarum sustinebitur, sed elevari non poterit*; Si libram unam addam, & Pondus B sit undecim librarum elevabitur A, sed lentè, & undecim libræ non sufficiunt ut, Actione totali omnium minimâ, Pondus A elevetur; nam additâ iterum librâ aliâ; id est, auctâ Potentiæ Intensitate undecimâ suâ parte, Tempus tribus undecimis partibus fere minuitur; & Actiones integræ, producta nempe temporum per Potentiarum Intensitates, sunt inter se ut 5 ad 4, quàm proximè. * 235.

Si magis ac magis augeatur Intensitas, habebimus, usque ad certum limitem, Actionem integram imminutam,

quæ augebitur si ultra hunc limitem augeatur Potentiæ Intensitas. Subiecta Tabella, hoc ad oculum demonstrat, in quâ agitur de Vecte proposito, & in quâ 100000. exprimunt Actionem integram omnium minimam.

	<i>Potentia.</i>	<i>Actiones integra.</i>	<i>Potentia.</i>	<i>Actiones integra.</i>
496.	10.	Infinitum.	15, ^{16.}	100000.
	11.	142360.	16.	100368.
	12.	114036.	17.	101611.
	13.	104677.	18.	103397.
	14.	101053.	19.	105575.
	15.	100016.	20.	108030.

497. Tabula hæc demonstrat Potentiam, quæ sustinet Ponderus elevandum, in usu Machinæ satis esse augendam, sed parum interesse utrum paulò magis an minus augeatur, quantum enim Intensitas hæc augetur tantum ferè Tempus minuitur, & *integra Actio inter certos limites parum mutatur*. In exemplo quod examinamus vix interest quamcunque ex hisce Potentiis adhibeamus, Librarum 14. 15.
- * 496. 16. aut 17 *.

In usu Vectis hocce ratiociniûm vix alicujus usus est, ut jam monuimus *, sed in aliis Machinis, Axe in Peritrochio, Trochleâ, & Machinis ex his compositis Potentiæ determinationem negligere non debemus.

Dicam nunc quomodo in hac determinatione procedendum, & operationum demonstrationes in Scholiis sequentibus dabo.

Pro Axe in Peritrochio.

499. Colligo in unam summam hos quatuor numeros. 1. Ponderus limbi Rotæ. 2. Partem tertiam Ponderis Radiorum.

3. Dimidium Ponderis Axeos, multiplicati per quadratum diametri sui, & divisi per quadratum diametri Rotæ. 4. Tandem Pondus, quo æquilibrium habetur, multiplicatum per Axeos diametrum, & divisum per diametrum Rotæ. Summam hanc divido per Pondus; quo æquilibrium habetur, id est, quod Machinæ applicatum Pondus elevandum sustinet, & in quotiente habebò numerum, quem vocabo *Machinæ Indicem*.

Cum hoc Indice adeunda est Tabula subjecta *, quæ 500.
omnibus Machinis inservit, & quæ Indices in primâ co-
lumnâ continet, & numerus in secundâ columnâ, Indi-
ci respondens dabit Augmentum addendum Potentiæ,
quâ æquilibrium habetur; quod Augmentum exprimitur
in partibus centesimis hujus ipsius Potentiæ.

EXEMP. Sit Pondus limbi 100. Libr.; Pondus radio- 501.
rum 30. Libr.; Pondus Axis 80. Libr.; diam. Axis 1.;
diam. Rotæ 10.; Pondus elevandum 200. Libr.; ergo
Pondus, quod æquilibrium daret, esset 20. Libr.

Colligo in unam summam $100; 10; \frac{2}{5}$, aut 0,4; & 2:
summam 112,4. divido per 20. & detego Indicem 5,62;
qui medius est inter 5. & 6. & numerus respondens est
proximè 0,80. Augmentum ergò valet octoginta partes
centesimas 20. Libr., & Intensitas Potentiæ Machinæ ap-
plicandæ erit 36. Libr.

Pro Trochlea.

Ponimus omnes Orbiculos æqualiter Ponderare; & mul- 502.
tiplico Pondus unius Orbiculi per productum numeri
Orbiculorum unitate aucti, & multiplicati per duplum
eiusdem numeri Orbiculorum plus uno; & divido hoc
productum per numerum Orbiculorum duodecies sum-
tum. Addo Pondus, quo æquilibrium habetur, divisum

R 3

per

per numerum Orbiculorum; Summamque divido per hoc ipsum Pondus quod æquilibrium dat, & in Quotiente datur *Index*.

503. EXEMP. Sit Pondus unius Orbiculi 3. Libr.; Orbiculorum numerus 10; Pondus elevandum. 200. Libr.; ideo Pondus, quod æquilibrium dat, 20. Librarum *.

* 260 271.

Multiplico 3. per 11. & productum per 21; & habeo 693; divido numerum hunc per 120; quotiens est 5,775; addo 20, divisum per 10, id est 2; & summam 7,775. per 20. divido, & Index est 0,389, mi-

* 508. nor dimidio; & Augmentum, ut Tabula * demonstrat, parum differt à 57 centesimis partibus Potentiæ, quæ æquilibrium dat, quare Potentia adhibenda paulò tantum superat Libras 31.

504. Quantumvis exiguus fiat Index, nunquam omninò evanescit: In Axe in Peritrochio, si Machina nullum haberet Pondus, & Rotæ diam. esset infinita, hoc obtineret: ut etiam in Trochleâ, si Orbiculorum numerus esset infinitus, & hi nullum Pondus haberent; ergo Augmentum, de quo in his agitur, semper superat dimidium Actionis, quæ Pondus elevandum sustinere potest; nunquam tamen Actio duplicanda est, cum Augmentum hanc ipsam nunquam æquare possit; ut hæc, inspectione Tabulæ * patent.

* 508.

505. Omnibus quoque Machinis applicare possumus, quæ supra circa Vectem observavimus *, unde Concludimus, sine errore sensibili, hanc generalem Regulam posse constitui.

* 498.

506. Potentiam, quæ Pondus elevandum sustineret, dimidiâ suâ parte esse augendam, si Pondus auxilio plurimorum Orbiculorum sit elevandum; aut si de aliâ Machinâ leviori agatur, si-

ve *cujus partes graviores lentè moventur* ; ut in Ergatâ , Axe nempe cui circumvolvitur Funis , dum ipse auxilio Vectis , aut longioris Scutulæ circumrotatur.

In aliis occasionibus *ubi gravior Machina est* , ut in Axe 507. in Peritrochio , *duplicanda Potentia est* , quæ cum Pondere elevando in æquilibrio est.

T A B U L A.

Index.	Potent.	Index.	Potent.	
0.	0,50.	6.	0,81.	508.
0,5.	0,57.	7.	0,83.	
1.	0,62.	8.	0,85.	
2.	0,69.	9.	0,86.	
3.	0,73.	10.	0,87.	
4.	0,76.	15.	0,90.	
5.	0,79.	35.	0,95.	
		Infin.	1,00.	

Huc usque posuimus determinatam omni respectu Machinam esse , & de eligendâ Potentiâ tantum egimus ; videamus nunc , quomodo procedere debeamus , si de 509. Machinis ejusdem generis agatur , & una eligenda sit. 510.

Consideremus iterum Vectem , sed talem , in quo non determinata est ratio inter Brachia ; sitque idem Pondus ad determinatam altitudinem elevandum. Ut Actiones integras diverforum Vectium conferamus , ad tria debemus attendere , & hæc tria tantum consideranda sunt : Nam Actio integra sequitur , rationem 1. Intensitatis Potentiæ agentis , 2. Rationem Temporis per quod agit * ; 3. Rationem spatii à Potentiâ percursti. Si enim Pondus unius libræ , dum agit ,

agit, descendat ad Profunditatem duorum pedum, ipsius Actio dupla est illius, quam præstitisset, si Profunditas fuisset unius Pedis; in primo enim casu Ponderis status pristinus instaurari non potest, nisi bis hoc elevetur, ut in secundo casu semel tantum elevari deberet.

511. Si nunc, pro diversis longitudinibus Vectis, determinemus Actiones integras, adhibendo pro singulis longitudinibus Potentiam, quæ pro illâ longitudine dat Actionem minimam; detegimus, collatis diversis Vectibus, Actionem integram minorem esse, si minor sit distantia Potentiæ à fulcro.

512. Sit Pondus centum librarum elevandum ad determinatam altitudinem; adhibeatur Vectis cujus Brachia sint æqualia, ut Actio sit minima, Potentia adhibenda est cujus Intensitas valet libras 162.; si distantia hæc ad dimidium reducatur, Potentiæ Intensitas erit 338. Librarum. Sed per dimidium spatii tantum descendit, etiam tempus minuitur & est ad primum ut 35. ad 44. proximè, * 510. & integræ Actiones sunt, ut $162 \times 1 \times 44.$ ad $338 \times \frac{1}{2} \times 35$ *, id est, ut 7128. ad 5915. proximè ut 6. ad 5.

513. Ex hisce sequitur adhibitis Majoribus Potentiis Actiones integras minores esse, positâ justâ inter Brachia ratione; sed hæ incommodi quid habent, quia ipsas tractare difficile est, & Machinæ pro Ponderibus elevandis adhibentur, ut minori Potentiâ Majus Pondus elevari possit.

514. Si quis, ubi determinatum Pondus; adhibitâ Potentiâ determinatâ, ad determinatam altitudinem elevandum foret, Actionem quæreretur minimam, detegendæ forent dimensiones Machinæ, in quâ Productum Temporis per * 510. spatium à Potentiâ percursum foret minimum; Quod nisi

nisi difficulter fieri non posset; quia Pondera partium Machinæ, mutata hac, non juxta determinatam legem variantur. Solutio hujus Problematis, quod in casu simplicissimo solidum est, etiam non magnam utilitatem in praxi haberet *.

In Vecte tertii Generis, Potentia semper ad minorem distantiam applicatur quàm Pondus elevandum *, & hoc semper superare debet *; quare in hoc Vecte *totalis Actio minor est* quàm in secundo, aut usu vulgari primi *; & *hujus Actionis respectu tertii generis Vectis alios vincit*.

Multi scriptores de Mechanicâ plures Machinas inter se conferunt, tantùm ad casum æquilibrîi attendendo, & pro fundamento usûs Machinarum habent; Tempus, quo Effectus præstatur, augeri in ratione, in quâ Intensitas Potentiæ minuitur. Propositionem autem hanc admitti non posse, demonstrata hoc Capite evincunt.

In usu Machinarum, de quibus hoc Capite egimus, quando ipsis constans applicatur Potentia, motu accelerato Pondera elevantur, & de hoc casu tantùm egimus.

Aliæ dantur Machinæ, quales plerumque sunt Machinæ Hydraulicæ, in quibus non agitur de determinato effectu præstando, sed successivo; in his successivè diversa aqua, eâdem Velocitate, elevatur, continuatâ ejusdem Machinæ Actione. De Usu talium Machinarum postea dicendum nobis erit.

S C H O L I U M I.

In quo illustrantur quæ de Vecte in initio hujus Capitis fuere dicta.

Sit AB Vectis, C Fulcrum, AC valet unum, BC decem, in A Pondus est centum Librarum quod elevari debet. In B applico decem Libras, & habeo æquilibrîum; deinde successivè utor Pondere undecim, duodecim, tredecim,

* 506. 507.

515.

* 234.

* 235.

* 511.

516.

517.

518.

519.
TAB.
XVIII.
Fig. 5.

S

cim,

cim, Librarum, & temporibus diversis, eodem modo, A elevatur. Ut hæc Tempora conferamus, debemus Vectem, Ponderibus oneratum, habere pro Pendulo composito, & querere Centrum Oscillationis *. Si Potentia valeat Libras tredecim, Centrum hoc est D; si quatuordecim Libras, est E; si quindecim, F; &c.

In diversis hîc motibus, cum agatur de eodem Penduli motu, Centrum Oscillationis, percurrit vias similes, & quadrata Temporum descensus sunt ut spatia percurfa*; quæ sunt, ut distantiae, CD, CE, CF, &c. Potentiæ Augmentum, ubi distantia Centri Oscillationis magna est, sensibilibus distantiam hanc minuit; & hæc est causa quare Tempus magis minuitur, quàm Potentiæ Intensitas augetur, quo Actio integra minuitur *. Sed quando, auctâ Potentiæ Intensitate, Centrum Oscillationis minus distat, ut in H, I, L &c., tunc, magis augendo Potentiam, parum accedit Centrum Oscillationis, Tempus parum minuitur, & augetur Actio integra.

§20. In constructione Tabellæ N. 496. distantiae Centrorum Oscillationis pro diversis Potentiis fuere determinatæ, & uniuscujusque distantiae Radix quadrata per suam Potentiam fuit multiplicata, & Producta hæc, aut potius numeri in eadem ratione cum his, in secundam Columnam fuere relati. Potentia autem, quæ dat Actionem totalem minimam, determinata fuit Methodo quam in Scholio 3^o. explicamus.

S C H O L I U M II.

De Machinarum Indicibus.

§21. **I**ndicem Machinæ vocavimus *, Numerum, cujus ope Potentiam detegimus, quæ, Actione totali omnium minimâ, determinatum effectum præstat. Numerum hunc detegimus, quærendo Centrum Oscillationis ipsius Machinæ.

De Indice Vectis.

§22. Sit *a* Pondus elevandum; Distantia $AC = m$; $CB = n$; Potentia quâ \mathcal{A} -equilibrium habetur erit $\frac{ma}{n}$ *; & sit x Augmentum Potentiæ, ut motus detur.

TAB.
XVIII.
Fig. 5.

* 235.

Distantia Centri Oscillationis à C, posito Vecte sine Pondere, erit $\frac{mma + nma + nnx}{nx}$ *. Pono *b* ita determinari, ut $bna = mma + nma$, id est,

$$\text{pono } b = \frac{m}{n} + 1.$$

§23. Distantia Centri Oscillationis nunc est $\frac{bna + nnx}{nx} = \frac{bma + nnx}{x}$ sed x deter-

minandum est, cum relatione ad Pondus quod \mathcal{A} equilibrium dat; Partibus enim centesimis hujus Ponderis, in diversis Machinis, Augmentum, quod x di-

* 500. citur, fuit expressum in casu Actionis minimæ *; id est, debemus ponere $\frac{am}{n}$, Pon-

§24. dus quod dat \mathcal{A} equilibrium, æquale Unitati, tunc $am = n$, & distantia

Gen-

Centri Oscillationis, erit $\frac{bn+nx}{x}$; quæ distantia proportionem sequitur $\frac{b+x}{x}$. Et $b-1$ est Numerus, quem vocavimus Machinæ Indicem; hujus ope

Potentiam detegi diximus quæ dat Actionem totalem omnium minimam *. * 500.

In omni Machinâ, simili expressione, denotamus distantie Centri Oscillationis proportionem; b tantum differt, sed, dato hoc, Problema, de Actione totali minimâ, eodem modo solvitur, ut in sequenti Scholio videbimus. * 525.

De Indice Axeos in Peritrochio.

Sit Rota E cujus Radii $D, D, \&c.$ Axis C , dicatur p Pondus Limbi, aut circumferentiæ, Rotæ; Radium omnium simul sumtorum Pondus sit r ; & Pondus Axis q ; Semidiameter Axis dicitur m . Rotæ Semidiameter n ; seponimus latitudinem ipsius Limbi; & n tunc quoque longitudinem Radium exp-
TAB. XVIII. Fig. 6.
primit. Pondus elevandum A , vocatur a ; Pondus quo Æquilibrium habe-

tur erit $\frac{ma}{n}$ *; Augmentum quo motus communicatur x ; ergo $B = \frac{ma}{n} + x$. * 255.

In motu hujus Machinæ Punctum datur, quod movetur, quasi solâ Gravitate propelleretur, & respondet Centro Oscillationis in Pendulo; Pendulum enim verum habebimus, si Pondera A in a , & B in b , fixa concipiamus. Distantiam hujus Centri à Centro Rotæ detegimus per Regulam datam *. * 479.

Pondus Limbi multiplico per quadratum Semidiametri Rotæ, productum est nnp . Multiplico singulorum punctorum Radium Pondera per quadrata distantiarum à Centro, & habeo $\frac{1}{3}nnr$ *, simile productum pro Axe est $\frac{1}{2}mmq$ *; * 480. * 482.

Axis enim pro Orbe crassiori haberi potest. Reliqua producta sunt mma , & $Bnn = mna + nnx$, & distantia Centri Oscillationis est,

$\frac{nnp + \frac{1}{3}nnr + \frac{1}{2}mmq + mma + mna + nnx}{nn}$ *. * 479.

Ponamus $nnp + \frac{1}{3}nnr + \frac{1}{2}mmq + mma + mna$, quæ omnes quantitates notæ sunt, $= bmma$. Ergo distantia Centri Oscillationis valet $\frac{bmma + nnx}{nn}$; si autem x velimus exprimere cum relatione immediatâ ad Pondus, quo æquilibrium habetur, ut de Veste fecimus *, debemus Pondus hoc, nempe $\frac{ma}{n}$, pro Unitate habere. Tunc $ma = n$ * 523.

& $\frac{bma + nx}{x} = \frac{bn + nx}{x}$, quæ quantitas proportionem sequitur hujus $\frac{b+x}{x}$, eo-

dem modo ut de Veste diximus *. Index Machinæ est $b-1$. Cujus valorem * 524.

habemus, si Æquationem, in quâ b fuit adsumtum, dividamus per mna , & habebimus

$\frac{np}{ma} + \frac{nr}{3ma} + \frac{mq}{2na} + \frac{m}{n} = b-1$, quæ Indicis determinatio con-

gruit cum ipsâ quam supra dedimus *. Diximus enim hos quatuor numeros in * 499.

unam summam esse colligendos, $p + \frac{1}{3}r + \frac{m m q}{2 n n} + \frac{m m a}{n n}$, quam summam dixi

dividendam esse per Pondus, quo Æquilibrium habetur, $\frac{m a}{n}$, & mutatur in

$$\text{hanc ipsam } \frac{n p}{m a} + \frac{n r}{3 m a} + \frac{m q}{2 n a} + \frac{m}{n}.$$

528. Pro omnibus Machinis eodem modo procedendum; quærendus est numerus, qui dicitur *Index*, cujus hæc est proprietas, ut, Unitate auctus, si dicatur b ,

* 54. distantia Centri Oscillationis sequatur Proportionem $\frac{b+x}{x}$.

De Indice Trochleæ.

529. In hac quoque, ut in omnibus aliis Machinis, quæ, seposito attritu, solâ Gravitæte moventur, Punctum datur, quod cum Centro Oscillationis Penduli respondet; id est, quod eâ velocitate movetur, quam, si propriâ tantum agitaretur Gravitæte, acquireret.

530. Quando circa idem Centrum, aut eundem Axem, omnes partes Machinæ moventur, singulorum Punctorum Velocitates proportionales sunt distantii à Centro, aut Axe; & hac de causâ, ut determinetur Centrum Oscillationis, multiplicatur Pondus unumquodque per quadratum distantie suæ ab isto Centro, aut

* 479. Axe *: eadem de causâ, quando motus talis non est, ut in Trochleâ, multiplicare debemus unumquodque Punctum grave per quadratum Velocitatis suæ;

531. id est, *In determinatione Centri Oscillationis agendum nobis est, quasi omnia Puncta circa eundem Axem rotarentur, servatâ Velocitate quam revera habent.*

532. Sint Orbiculi æquales, ita ut etiam æqualiter ponderent. Pro primo Orbiculo multiplico singula Puncta per quadrata distantiarum à Centro, & habeo dimidium Ponderis ipsius Orbiculi, si ponamus Unitate Semidiametrum Orbiculi

* 482. designari *. Secundi Orbiculi Velocitas dupla est, id est, unumquodque Punctum Velocitate agitur duplâ illius, quam Punctum respondens habet in primo Orbiculo; & ideo summa productorum, pro secundo Orbiculo, quadrupla est illius, quæ pro primo Orbiculo determinatur. Eodem modo productum noncuplum est pro tertio Orbiculo, sedecuplum pro quarto &c. Si n sit numerus Orbiculorum, pro ultimo Orbiculo productum erit dimidium Ponderis unius Orbiculi per nn , & summa productorum valebit productum dimidii Ponderis unius Orbiculi per summam quadratorum numerorum naturalium ab Unitate usquead n ; quæ summa facillè detegitur, ut statim dicam; sit productum hoc ultimum nnp .

* 562. 271. Sit f Pondus quo Æquilibrium habetur & n ferit Pondus elevandum *; x Augmentum ipsius f , ut motus Machinæ communicetur.

Multiplicari debet Pondus elevandum nf per quadratum Semi diametri primi Orbiculi, id est per Unitatem & habemus nf . Tandem $f+x$ multiplicari

debet per nn & habebimus distantiam Centri Oscillationis $\frac{nnf + nf + nnf + nnx}{nn} =$

nn

f

np

$\frac{np+f+nf+nx}{x}$ *. Ponimus b ita determinari ut $np+f+nf=bnf$, & distan-

* 534. 474.
475.

tia Centri Oscillationis valet $\frac{bnf+nx}{x}$. Si nunc, ut in præcedentibus Machinis, x

cum relatione ad f exprimi debeat, ponimus $f=1$; tunc $\frac{bnf+nx}{x} = \frac{bn+nx}{x}$;

& patet distantiam Centri Oscillationis sequi proportionem $\frac{b+x}{x}$.

Index est $b-1 = \frac{p}{f} + \frac{1}{n}$; & hunc exactè superius fuisse determinatum, nunc demonstro.

Possimus np valere productum dimidii Ponderis unius Orbiculi per sum-

533.

mam quadratorum numerorum naturalium ab Unitate ad n .
De detegendâ hac summâ pauca dicam; Problema est notissimum, & est casus singularis Problematis, quod ipsum particulare est respectu alius universalioris. Hanc viam in Demonstratione sequi longum foret, breviorē sequar, & demonstrationem dabo, quæ solùm casum de quo agitur spectat.

Pro Unitate habemus Cubum minorem, ut Z. Ex talibus Cubis concipio quadrata formari numerorum naturalium, quæ simul efficiunt solidum X; cujus magnitudo, adhibitâ Unitate Z, exprimit summam quæsitam.

534.
TAB.
XVIII.
Fig. 7.

Concipio Solidum hoc X, inscribi Pyramidi ABCD, cujus basis est quadratum lateris $n+1$, & altitudo etiam est $n+1$; Pyramis hæc valet $\frac{1}{3}n^3+nn+n+\frac{1}{3}$ *; sed excedit Solidum X, & excessus pro singulis qua-

* 7. ELXII.

dratis, aut stratis, constat ex Pyramide ut HDLGI, quæ valet $\frac{1}{3}$, & præterea ex duobus Prismatibus ut HBEGIF, & GNCLIM, quæ juncta efficiunt Parallelopipedum, quod tot continet Cubos, ut A, quot dantur Unitates in latere quadrati EN.

Integrum excessum Pyramidis, supra Solidum X, habemus, 1. multiplicando valorem minoris Pyramidis $\frac{1}{3}$ per numerum talium Pyramidum $n+1$, & productum est $\frac{1}{3}n+\frac{1}{3}$; & 2. quærendo summam omnium Parallelopipedorum, quæ Progressionem efficiunt arithmeticam 1. 2. 3. . . . n ; quæ summa valet $\frac{1}{2}nn+\frac{1}{2}n$. Integer ergo excessus est $\frac{1}{2}nn+\frac{5}{6}n+\frac{1}{3}$: Subducto hoc ex valore Pyramidis, habeo summam quæsitam quadratorum $\frac{1}{3}n^3+\frac{1}{2}nn+\frac{1}{6}n = \frac{2n^3+3nn+n}{6}$.

Si q sit Pondus unius Orbiculi, erit $\frac{2n^3q+3nnq+nq}{12} = np^*$, &

535.
533.

$$p = \frac{2nnq+2q+q}{12n} = \frac{n+1 \times 2n+1 \times q}{12n}$$

S 3:

Indi-

- * 532. Indicem $b-1$ valere $\frac{p}{f} + \frac{1}{n}$ vidimus *. Ergo $b-1 = \frac{n+1 \times 2n+1 \times q}{12nf} + \frac{1}{n}$,
 * 502. qui est ipse valor Indicis supra determinatus *.

S C H O L I U M III.

De Actione totali minimâ determinandâ.

- * 536. Vidimus quomodo, dato Machinæ Indice, auxilio Tabellæ N. 508. detegamus Potentiam, quæ dat Actionem totalem omnium minimam *, de
 * 500. constructione hujus Tabellæ nunc nobis agendum est.

- Agitur, ubi Machina proponitur, de eodem Pondere ad eandem altitudinem elevando; ergo de eodem motu Machinæ, ita ut spatium, à Centro Oscillationis percursum, sequatur proportionem distantiae hujus à Centro motûs. Via à Centro Oscillationis, in hoc motu percurfa, semper sibi similis est, & quadratum temporis est ut Spatium percursum *; ergo est ut distantia Centri Oscilla-

- * 519. tionis, id est, ut $\frac{b+x}{x}$, cujus expressionis, ut in præcedenti Scholio demonstravimus, distantia hæc semper rationem sequitur. Actio totalis habetur multiplicando tempus per Potentiam *, quæ in hoc casu valet $1+x$; & quadratum Actionis sequitur Proportionem quadrati temporis per quadratum Potentiæ, id est $\frac{b+x}{x}$ per $1+x^2$. Et Actio hæc erit minima quando x ita determinatur, ut productum hoc sit omnium minimum.

- * 492. Duâs BA, BD, quæ Angulum rectum efficiunt in B, sit BI = b ; & IA = x . Per I duco IC = 1. parallelam ipsi BD, & pono IH quoque Unitati æqualem.

- Propter Triangula ACI, ABD, similia, AI (x), AB ($b+x$) :: CI (1.),
 * 16. EL. VI. BD ($\frac{b+x}{x}$) *. Ergo distantia Centri Oscillationis proportionem sequitur lineæ BD, quomodo cunque mutetur x .

Si ex $\frac{b+x}{x}$ = BD utrimque subducatur Unitas datur $\frac{b}{x}$ = ED.

Intensitas Potentiæ est HA = $1+x$; ideo productum, quod exprimit quadratum Actionis integræ, est BD \times HA², & quærimus IA, quando hoc productum est omnium productorum similium minimum.

Si in hoc casu paululum augeatur, aut minuatur, x , producta majora fiunt, & ita hæc sumi possunt, ut æqualia sint; ponamus talia esse BD \times HA² = B*d* \times HA²; valor quaesitus ipsius x medius est inter IA & 1*a*.

Puncta autem A & *a*, ita ad se mutuo, ad moveri possunt, ut distantia sit infinitè exigua; in quo casu A*a* pro Puncto habetur, & IA est valor quaesitus ipsius x .

- * 16. EL. VI. Aequatio hæc BD \times HA² = B*d* \times HA² resolvitur in hanc Proportionem *:
 B*d*, BD :: HA², HA + A*a*² = HA² + 2 HA \times A*a* + A*a*² :: HA, HA

HA + 2Aa; nam Aa⁹ est infinitè exiguum respectu aliarum quantitatum, ac negligi potest, & dividendo terminos penultimæ rationis per HA, incidimus in Ultimam. Ergo Bd, BD::HA, HA+2Aa; unde convertendo & alterando deducimus Bd, HA::Dd, 2Aa, aut Bd, $\frac{1}{2}$ HA::Dd, Aa.

Centro C describantur Arcus Circuli per A & d, AG, dF, qui pro lineis rectis haberi possunt, quia infinitè exigui concipiuntur.

Ratio Dd, ad Aa est composita ex his tribus Rationibus Dd ad dF, dF ad AG, & AG ad Aa.

Propter triacula similia rectangula DCE, DdF, AaG, & CAI, Rationes hæ ad has alias reducuntur: Dd, dF::CA, AI; dF, AG::DE, CI; AG, Aa::CI, CA.

Idcirco Dd ad Aa in ratione composita ex his tribus DE ad CI, CI ad CA, CA ad AI; quarum ratio composita est ratio DE ad AI, in qua ratione ergo est Dd ad Aa, aut Bd ad $\frac{1}{2}$ HA, id est DE($\frac{b}{x}$), AI(x)::Bd($\frac{b+x}{x}$),

$\frac{1}{2}$ HA ($\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$), & $b+x = \frac{1}{2}b + \frac{b}{2x}$ *; unde æquationem deducimus *16.EL VI,

$xx + \frac{1}{2}bx - \frac{1}{2}b = 0$, cujus radix positiva est $x = \frac{1}{4}\sqrt{8b+bb} - \frac{1}{4}b$; & habemus quod quærimus.

Dato enim Machinæ Indice Unitatem addimus, & ipsius b habemus valorem; 538.
hunc pro b in æquatione substituimus, & datur x.

In constructione, Tabellæ N. 508. successivè posuimus b=1, b=2, b=3, 539.
&c., id est, posuimus Indicem valere 0. deinde 1. tunc 2. &c., & detecti valores respondentes ipsius x, in Tabellam fuere relati.

C A P U T XXII.

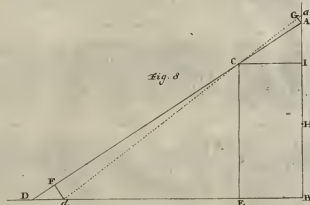
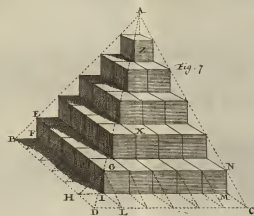
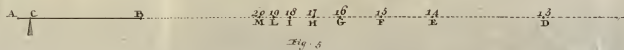
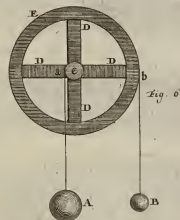
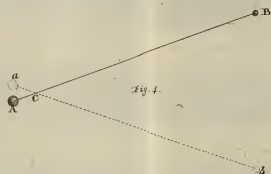
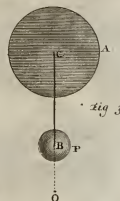
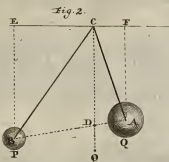
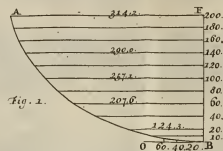
De Projectione Gravium.

SI in Corpus motum Potentia agat, mutatur Motus*; 540.
Si Corpus projiciatur per AB, in tempore, in quo potest percurrere AB, vi Gravitatis, fertur Terræ centrum TAB.XIX.
versus per BF, & ita, Motu composito ex istis duobus, movetur per AF*; & hoc Motu, secundo momento, percurreret FC, ipsi AF æqualem, nisi secundo momento, eadem vi Gravitatis translatus foret per Fig. 1.
CG, * 360.

CG, ita ut Motus in secundo momento fit per FG; eodem modo, Motus tertii momenti est per GH, & quarti momenti per HI; cùm verò vis Gravitatis continuò agat, illa temporis momenta minima sunt, & ubique dabitur Motus aliter compositus, id est, directionis inflexio; in eo casu ergo Corpus *movetur in Lineâ curvâ.*

541. Hic *Motus Corporis ex Projectione* magis simpliciter considerari potest, in omnibus projectionibus, quæ à nobis fieri possunt; quia omnes lineæ, quæ, in spatio, per quod Corpus transit, ad Terræ centrum tendunt, pro parallelis haberi possunt; quare directio, Motus ex Gravitate, non mutatur; unde Motus ex Projectione *ex duobus tantum Motibus constat*, primo *æquabili per lineam projectionis**,
- * 355. *secundo Terram versùs accelerato**: qui duo motus sese mutuò
- * 370. *non turbant**.
- * 358.

542. Projiciatur corpus per lineam AE, horizonti parallelam; temporibus æqualibus, hoc Motu, percurrer partes æquales AB, BC, CD, DE: Gravitate fertur Motu ad horizontem perpendiculari, directione BF, CG, DH, aut EI, quæ lineæ pro parallelis habentur; Motus hic est acceleratus, & ideò, si post primum momentum Corpus sit in F, post secundum erit in G, post tertium in H, post quartum in I, ita quidem ut posito BF unum, CG sit quatuor, DH novem, & EI sedecim*.
- TAB. XIX.
Fig. 2.
- * 374. Corpus percurrer Curvam transeuntem per omnia Puncta, quæ eodem modo ac F, G, H, I, determinari possunt; vocaturque *Parabola.*



MACHINA,

Quâ demonstrata de Corporum Projectione confirmantur.

Pars hujus Machinæ præcipua est Solidum ligneum A, 543.
cujus altitudo est unius pedis, crassities duorum polli- TAB XIX.
cum: à dimidiatâ suâ altitudine C, usque ad B, exca- Fig. 3.
vatum hoc est circulariter, aut juxta Curvam aliam
quamcunque, ita tamen, ut Globus regulariter à B ad
C possit descendere; quod ut magis liberè fiat, Lami-
nâ, benè levigatâ, & politâ, cupreâ, aut ferreâ stanno
illinitâ, tegitur lignum. Globus adhibetur marmoreus,
cujus diameter parùm semipollicem superat; & Cur-
va BC ita posita est, ut motus Globi in C horizonta-
lis sit.

Solidum hoc A Afferi DE imponitur, quocum etiam
cohæret, & qui tribus Cochleis ut G, G, (tertia enim
videri non potest,) sustinetur; auxilio perpendiculari, ad
posticam partem Machinæ applicati, & cujus Filum co-
hæret cum Cuneolo N, Solidum A, in situ verticali, &
Affer DE, in situ horizontali, disponuntur.

Ad Latus Machinæ ipsi jungitur Tabula M, quæ re-
moveri potest, & ad libitum uni, aut alteri, lateri appli-
cari.

Quando anteriori lateri applicatur, inseritur inter Ta-
bellam ligneam, cum Machinâ cohærentem, H, & su-
perficiem Solidi A, dum Regula I Tabulam quoque re-
tinet.

Tabula hæc, eo ipso modo, firmata est in situ, in quo
hîc exhibetur.

In B ponitur Globus, qui dimittitur, ut liberè des-
cendat per BC, & notatur Distantia F, ad quam ca-
dit; quæ semper eadem est, si sæpius Globus dimitta-
tur,

T

tur; quia ab eâdem altitudine singulis vicibus descendit, & ideo eâdem Velocitate, ex C, horizontaliter projicitur.

In F lignum excavatur, & gossypio cavitas repletur, Punctumque *l*, ipsi F respondens, in Tabulâ M notatur.

Per *l* verticalis Linea ducitur *lf*; Globus in ultimo termino C, Curvæ BC, ponitur, & Punctum *a*, Centro ipsius respondens, in Tabulâ M quoque notatur, duciturque Linea horizontalis *af*, quæ hîc ipsam extremitatem Tabulæ M efficit.

Dividitur *af* in quinque partes æquales in *b, c, d, e*; & ducuntur verticales Lineæ *bn, cn, dn, en*; quarum longitudinæ ita determinantur. Dividitur *fl* in viginti quinque partes æquales, quarum *bn* continet unam, *cn* quatuor, *dn* novem, *en* sedecim: & per Puncta *n, n*, &c. Curva ducitur *annl*, quæ indicat Viam, quam Corpus, horizontaliter ita ex *a* projectum, ut in *b* cadat, in motu suo percurrit *.

Annuli quatuor cuprei, O, O, O, O, Tabulæ M applicantur; caudas habent Cylindricas, quæ foraminibus in *n, n, n, n*, intruduntur, ita, ut Annulorum Centra dentur in eodem Plano, parallelo Tabulæ M, & per medium crassitie Solidi A transeunti.

Annulorum aperturæ diametrum habent unius pollicis, & ipsorum Plana perpendicularia sunt ad Tabulam M, & ad Curvam *al* in Tabulâ.

EXPERIMENTUM

544. Globus dimittitur à B, devolvitur ad C, horizontaliter ibi projectus cadit in F, & interea transit per Annulos O, O, O, O.

Quæ.

Quæ de Curvâ, à Corpore horizontaliter projecto percursâ, dicta sunt, etiam pertinent ad projectionem quamcumque. 545.

Projiciatur Corpus per AE; & sint AB, BC, CD, DE, æquales; Corpus percurret Curvam AF GHI ita, ut verticales Lineæ BF, CG, DH, EI, sint inter se, ut 1. 4. 9. & 16*; quo casu etiam Curva *Parabola* vocatur. 546. TAB. XIX.
Fig. 4. 5.

DEFINITIO.

Sit AI Planum quod per A transit, si Curva memorata hoc secet in I; AI vocatur Amplitudo jactûs. 546.

Motus Corporum, quæ eâdem Celeritate projiciuntur, juxta Directiones diversè inclinatas, possunt inter se comparari:

Potesque Corpus, Celeritate datâ, in Plano dato, ad Distantiam datam projici. 547.

Sit Celeritas data illa, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine MA, quam Horizonti AL perpendiculari concipimus, & Corpus in Plano AI in I projiciendum sit. Ductâ MN Horizonti parallelâ, erigatur AN normalis Plano AI, secans MN in N; Centro O, puncto medio Lineæ AN, per A describatur Circulus, qui etiam per M transibit; sit AR pars quarta Lineæ AI; per R ducatur Horizonti perpendicularis, id est parallela Lineæ AM, Linea Rb, quæ Circulum secat in B & b; si Corpus projiciatur per AB, aut Ab, cadet in I. Quâ Methodo Directio jactûs determinatur, sive Punctum sit in Lineâ horizontali, per A transeunti, in quo casu M & N coincidunt, sive in Plano quocunque, supra aut infra Lineam hanc horizontalem inclinato. 548.

Ponamus Directionem benè esse determinatam. Motu 549.

T 2

æqua-

- æquabili, Celeritate, quâ cum Projectio fit, Corpus percurrere potest AE , in tempore in quo cadit per EI *. Quia verò Corpus projicitur Velocitate, per MA cadendo acquisitâ, eodem Motu æquabili potest percurrere duplam MA , in tempore in quo ab altitudine MA cadit *. Spatia, Velocitate eâdem, & æquabili, percurfa, sunt ut tempora in quibus percurruntur *; ergo Tempus casus per MA ad tempus casus per EI , ut dupla MA ad AE . Ideo $2 MA^2$ ad AE^2 , ut MA ad EI *. Quam ergo proportionem si demonstremus dari in constructione præcedenti, Directionem benè fuisse determinatam constabit.
550. Ducatur MB , & habemus angulum BAR , à tangente AR *, est enim perpendicularis radio AO , & à Lineâ, Circulum secante AB , formatum, æqualem Angulo AMB in segmento opposito *. Anguli etiam alterni RBA , MAB sunt æquales *; ergo sunt æquiangula Triangula ABR , AMB *; & Lineæ MA , AB , BR , proportionales *; ergo MA^2 ad AB^2 ut MA ad BR *; ideo $2 MA^2$ ad $2 AB^2$, aut AC^2 , ut MA ad BR *: multiplicando consequentia per quatuor, habemus $2 MA^2$ ad AC^2 , multiplicatum per quatuor, id est $2 AC^2$, aut AE^2 , ut MA ad $4 BR$ *, aut EI , quod demonstrandum erat.
551. Demonstratio similis est, si Corpus per Ab projiciatur. Unde sequitur Corpus per duas Directiones posse projici, ut in idem Punctum cadat, si autem Distantia sit omnium maxima, ad quam Corpus, datâ velocitate, in Plano dato, potest projici, unica est Directio, per quam projiciendum est Corpus, punctis B & b coincidentibus in Q , puncto medio arcus MQA , à quo puncto semper æqualiter distant puncta B & b .

Si Celeritas mutetur, & Corpus secundum eandem Directionem projiciatur, Amplitudo in eodem Plano, mutatur in eadem ratione cum altitudine AM ; id est, *Amplitudines, manente eadem Directione, sunt ut Altitudines*; à quibus Corpora cadendo, Velocitates, quibus projiciuntur, acquirere possunt; sunt ergo ut *quadrata Celeritatum* *.

552.

* 374.

Si AI sit *horizontalis* arcus AQM , est semicirculus, & in hoc casu *Amplitudo*, manente Celeritate, cum quâ projectio fit, est omnium maxima, quando Directio projectionis cum Horizonte efficit Angulum semirectum.

553.

TAB. XIX.
Fig. 5.

Sit iterum MA Altitudo, à quâ cadendo Corpus acquirit Velocitatem, cum quâ projicitur per AB ; Punctum altissimum viæ percurssæ determinatur, si, descripto Semicirculo, cujus diameter est AM , per Punctum B , in quo à Directione projectionis secatur, ducatur horizontalis Linea TBG , & fiat BG æqualis BT , Punctum quæsitum erit G .

554.

Hujus patebit Demonstratio, si ad sequentia attendamus; ductâ AI horizontali, Corpus, ut dictum projectum, cadet in I , positâ AI quadruplâ TB , aut AR *.

555.

* 548.

Dum Corpus per AB projicitur, Motus hicce coincidit cum duplici Motu, horizontali uno & æquabili, altero verticali *. Ultimo Motu Corpus adscendit, & descendit, tempusque ascensus æquale est tempori descensus; ideo ascensus terminatur, ubi Corpus, Motu horizontali, dimidium AI , id est TG , percurrit; Punctum ergo altissimum datur in verticali Lineâ SC , quæ per G transit. Dentur verticales IE & BR , quarum prima AB continuatam secatur in E : quia TG dupla est TB , id est AS dupla AR ; est etiam CS dupla BR ; aut GS , id est CG æqualis GS : Sed AI dupla est AS ; ergo EI

* 360.

T 3

dupla

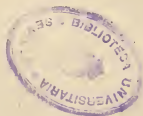
dupla CS, & quadrupla CG; etiam AE dupla AC. Dum Corpus Motu projectio percurrit AE, cadit per EI; dum percurrit AC, cadendo quartam partem EI, id est CG, percurrit*; transit idcirco in Motu suo per Punctum G; sed Punctum altissimum datur in Lineâ CS, est ergo ipsum Punctum G.

556. Si detur Curva, à Corpore percurfa, Velocitas quam habet Corpus in Puncto quocunque, ut F, illa est, quam Corpus potest acquirere cadendo à Lineâ horizontali, per M ductâ, ad Punctum F. Nam Corpus, per Planum quodcunque, ex A, Velocitate quâ projicitur, adscendere potest ad horizontalem hanc Lineam*, si nunc Planum detur, ad F usque cum ipsâ Corporis projecti Viâ congruens, in F autem sursum deflexum, Corpus in F illam habebit Velocitatem, quâ, juxta Planum hoc, ad horizontalem memoratam pervenire potest, id est, quam cadendo ab ipsâ horizontali ad F usque acquirere potest*.

557. Sit Corpus ex A projiciendum per Punctum H in I, positis tribus hisce Punctis in eodem Plano verticali, & Puncto medio supra Lineam quæ reliqua duo jungit. Sit AL horizontalis, & per tria Puncta data ad hanc normales LE, ND, AM. Ex I per Puncta A & H ducantur Lineæ IA, IH, quarum ultima secat AM in P; fiat GD æqualis AP, & habetur AD directio jactûs. Celeritas detegitur si, sumtâ AR quartâ parte AI, & ductâ verticali RB, quæ AD secat in B, ducatur BM ita, ut angulus ABM æqualis sit angulo ARB, Velocitas quæsitâ illa est, quam Corpus acquirit cadendo ex M in A.

TAB. XIX.
Fig. 6.

558. Corpus projectum percurrit, æquabili Velocitate, AE & AD, dum cadit per EI & DH: ut ergo demonstramus



mus Corpus per Puncta H & I transire, demonstrandum
 A E^q se habere ad A D^q, aut E I^q ad D G^q*, ut E I ad
 D H*.

* 4 22. El.
 V l.
 * 545.

In Triangulis similibus I H G, I P A, A I ad A G,
 ut A P, aut D G, ad D G minus G H, id est H D. Sed
 in Triangulis similibus A E I, A D G; A I ad A G, ut
 E I ad D G; ergo E I ad D G, ut D G ad H D; idcir-
 cò E I^q ad D G^q, ut E I ad H D*. Quod demonst-
 randum erat. Velocitatem autem ritè esse determinatam con-
 stabit ex collatione Fig. 6. cum 4; si ad Puncta B, M,
 attendamus, quæ in utrâque Figurâ iisdem literis desig-
 nantur. In Fig. 4. demonstravimus Corpus projectum per
 A B, Velocitate cadendo per M A acquisitâ, transire per
 I, & hoc deduximus ex similitudine Triangulorum
 A M B, B A R*; In Fig. 6. illa eadem Triangula quoque
 similia sunt, quod ex constructione sequitur; ergo eadem
 conclusio & in hoc loco obtinet.

* 20. El. VI.

* 549. 550.

C A P U T XXIII.

De Viribus Centralibus.

CORPUS in Motu, Motum in Lineâ rectâ continuat*,
 & ab eâ non recedit, nisi impulsu novo agitur;
 post impulsu Motus est compositus, ex duobus nasci-
 tur tertius, etiam in Lineâ rectâ*. Si ergo Corpus mo-
 vetur in Curvâ, omnibus momentis novo impulsu agi-
 tatur; Curva enim ad rectas Lineas revocari non potest,
 nisi concipiatur divisa in partes infinitè exiguas. Exem-
 plum talis Motûs habemus in projectione Gravium*;
 aliud

§ 559.
 * 355.

* 360.

* 540.

aliud habemus in omnibus Motibus circa Punctum quasi Centrum.

560. Corpus, quod continuò Centrum aliquod versùs pellitur, si projiciatur secundum Lineam quæ per hoc Centrum non transit,

561. Curvam describit: & in omnibus Punctis conatur ab hac Curvâ recedere secundum directionem curvaturæ, id est, Tangentis ad Curvam; ita ut, si Vis quâ ad Centrum trahitur, subitò ab actione cessaret, Corpus in rectâ Lineâ, per tangentem, Motum continuaret.

Lapis Fundæ impositus, & in gyrum agitatus, Curvam describit; quia Fundâ manum versùs, omnibus momentis, quasi retrahitur; si sibi relinquatur, per Curvæ tangentem recedit.

DEFINITIO 1.

562. Vis, quâ Corpus, in casu prædicto, à Centro recedere conatur, qualis est Vis quâ Funda agitata distenditur, vocatur Vis Centrifuga.

DEFINITIO 2.

563. Vis autem, quâ Corpus Centrum versùs trahitur, aut pellitur, vocatur Vis Centripeta.

DEFINITIO 3.

564. Nomine communi Vires hæ vocantur Vires Centrales.

565. In omni casu Vis Centrifuga & Vis Centripeta sunt æquales inter se; nam agunt contrariè & sese mutuò destrüunt.

Vi centripetâ Corpus retinetur in Curvâ, & Centrifugâ conatur ex hac recedere. Funda agitata æqualiter utramque partem versùs distenditur*, & Lapis eâ cum Vi à manu conatur recedere, cum quâ retinetur, id est, manum versùs trahitur.

566. Virium Centralium maximus usus est in Philosophiâ Naturali; Planetæ omnes in gyros moventur, & plerique,

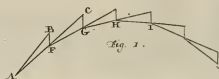


Fig. 1.

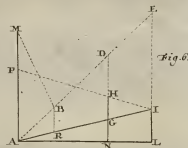


Fig. 6.

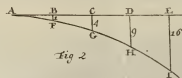


Fig. 2.

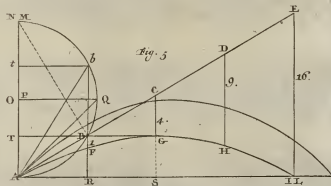


Fig. 3.

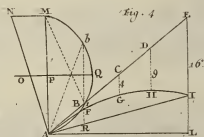


Fig. 4.

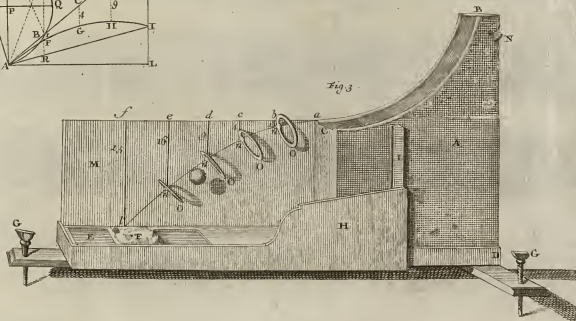


Fig. 5.

que, si non omnes, circa Axes rotantur.

Propositiones præcipuas, de hisce Viribus, seligam, & explicabo, hasque Experimentis confirmabo, & in Scholiis, huic Capiti adjectis, ipsas demonstrabo.

Præmittenda verò generalia quædam sunt de Machinis, quibus hæc Experimenta peraguntur.

MACHINA,

Quæ Experimenta de Viribus Centralibus demonstrantur.

Machina hæc Pedem sustinetur ligneo, ex tribus partibus constanti, AB, CD, quæ tertiâ junguntur EF. 567.
TAB. XX.

Pes hic imponitur quatuor Rotulis, quarum duæ in G, G, exhibentur. Hæ, præter motum circa propriam axem, cum Capsulâ suâ versantur circa axem verticalem, ut Machina facile transferatur juxta directionem quamcunque. Rotulæ tales hodiè in usu sunt vulgari. Ubi autem Experimenta sunt instituenda, firmanda Machina est, Rotulas paululum elevando auxilio Cochlearum H, H, H; quibus etiam in situ, in Experimentis desiderato, disponitur Machina, cujus sitûs indicium dat perpendiculum ab.

Huic Pedi impositæ sunt Columnæ duæ IL, MN; 568. quæ, ligno transversò QR, inter se junguntur.

De solâ IL nunc agam, hujusque sectionem separatim exhibeo, in qua majusculis literis notavi, quæ iisdem minoribus in generali Figurâ indicavi. TAB. XXI.
Fig. I.

Huic Columnæ jungitur Axis ferreus AB, qui insit Sustentaculo C, cui applicata est Lamella chalibea e, paululum excavata, quæ recipit Axeos extremitatem, ut hic facile circumrotari possit. 569.

Axis, in superiori parte, retinetur Brachio NO, quod Axeos collum amplectitur ita, ut circumvolutio Axeos

V

non

non impediatur; quod quomodo fiat, facta collatione Fig. 1. 2. TAB. XXI 11. clarum erit.

570. Cum Axe coherent quatuor Orbes lignei D, quos Axis trajicit; foramina autem Orbium sunt quadrata, & exactè Axis hæc ipsa replet; Orbes firmanentur auxilio Cochleæ m.

Orbium diametri, in fundo sulci mensurantur, sed singulis additur diameter Funis, qui ipsis circumponitur, & de quo in sequentibus; & diametri, ita determinatæ, sunt, primi quatuor pollicum, secundi quinque pollicum, duo inferiores sunt æquales, & horum diametri sex pollices æquant. Pinnulis, exiguis admodum, ferreis, armatur fulcorum fundus, ut Funem retineant.

Axis *ab* Columnæ MN (TAB. XX.), solâ magnitudine horum Orbium minorum, ab Axe aliûs Columnæ differt, & separatim exhibetur in Fig. 2. TAB. XXIII. Diametri, trium superiorum Orbium, quæ æquales sunt inter se, & diametro superioris Orbis aliûs Axis, sunt quatuor pollicum; inferioris diameter est trium pollicum. Hi octo Orbes eandem habent crassitiem.

571. In extremitate superiori C, Axeos AB, cum hoc coherent Lamina cuprea DD, quam, ut melius firmetur, ipse TAB. XXIII. Fig. 2. Axis trajicit in C; ut autem omnis inæqualitas Laminæ DD, à ferro trajiciente oriunda, tollatur, tegitur hæc majori Laminâ cupreâ II, quæ priori jungitur Cochleis quatuor *n, n, n, n*, quarum capita supra Laminæ superficiem non elevantur, sed cum hac idem efficiunt planum.

TAB. XX. Lamina talis utrique Axi applicata est, & ambæ in generali Figurâ notantur literis *ii, ii*.

Axis ambo, *d* & *e*, Machinæ applicati, circumducto fune circumvolvuntur, ope Rotæ *d*; sed plura in hoc motu obser-

observanda veniunt, quæ distinctius exponenda sunt.

In medio, inter Columnas IL, MN, minor collocatur Columna OP; hæc respondet parti quadratæ S ligni transversæ QR, & cum hac parte conjungitur, duabus Bracteis, aut Lamellis ligneis ef, ef, ita, ut spatium, inter extremitatem P Columnæ & solidum S, vacuum maneat. 572.

Superficie superiori ligni S applicatur Caput ligneum T, cujus cauda per ipsum solidum S penetrat, ut auxilio Cunei g firmetur caput ipsum, quod separatim exhibetur in T (TAB. XXI. Fig. 2.). Ad diversas altitudines firmari hoc potest, adhibitis Annulis ligneis V, V, V, per quos cauda ab penetrat, & qui omnes, aut quidam ex his supra, aut infra, lignum S disponuntur, pro ut magis, aut minus, Caput elevari debet. Annulorum crassities æqualis est crassitie Orbium, supra memoratorum *. 573.

Cum hoc eodem Capite T cohærent quatuor Trochleæ h, i, m, n, quarum ultima in generali Figurâ non apparet; h & n sunt verticales, reliquæ duæ in situ horizontali positæ sunt.

Funis circumpositus Rotæ d, descendit Trochleam h versùs, & hac ipsâ flectitur, ut situm horizontalem acquirat, & ad i perveniat, unde deducitur ad illum ex Orbibus d, qui Trochleis respondet, & inde pergit ad Orbem respondentem in e, quem circumit, tendens ad Trochleam m, unde, super Trochleam n transiens, redit ad Rotam d, cujus circumvolutione nunc agitantur Axes ambo ab, ab. 574.

Mutatâ Capitis altitudine*, Funis circumponitur aliis Orbibus in d & e, qui tunc nempe respondent Trochleis 575.

leis i & m ; circa quas ulterius observandum, primam supra secundam elevari circiter ad altitudinem unius pollicis, ne attritus inter partes Funis detur.

575. Rota d facillimè circumvolvitur, axis enim ipsius c , chalibeus, perfectissimè elaboratus, & politus, in Lamellis cupreis versatur. Rotæ hujus sustentaculum est Columna XY , quæ imposita est Ligno ZZ ; quod inter partes AB , CD , Pedis Machinæ hæret, & rotatur, ut Columna inclinari, & Rota d , à Capite T , removeri possit; quo Funis tenditur, quando Cochlea lo , quæ Columnam XY trajicit, circumvolvitur, ut premat Columnam OP . Hæc omnia distinctè apparent si cum hac Fig. conferamus Fig. 3. TAB. XXI., quæ Rotæ d , & Columnarum XY , & OP , sectionem exhibet.

576.
TAB. XXI.
Fig. 3.

Pro diversâ Columnæ xy inclinatione, diversa est directio pressionis Cochleæ lo ; hac de causâ ligni frustum GH lateri Columnæ op applicatum est, cujus figura talis est, ut Cochlea semper hujus superficiem perpendiculariter premat.

Curva est superficies hæc GH , & hujus Curvæ Evoluta est Circulus; in praxi autem satis erit, si sequenti Methodo curvaturam hanc determinemus.

Sit E Punctum, circa quod axis Columnæ xy rotatur; EN est portio hujus axis, quæ in axe Cochleæ lo terminatur. Sit EM verticalis, id est parallela axi Columnæ op , & æqualis ipsi EN . Centro E , per M , & N , describatur circuli arcus MNF , æqualis inclinationi maximæ Columnæ xy ; quæ inclinatio ad libitum determinatur. Sit FH , arcum hunc tangens in F ; per M ducatur MG horizontalis, & sit hæc continuata, donec fecet FH in L ; centro L , radio LG , describitur circuli

li portio GH, quæ determinat curvaturam quæsitam. Distantia, inter G & superficiem ef, ad arbitrium sumitur, & hæc determinat ligni crassitiem in eo ipso loco.

Rota d agitur Manubrio, in c applicato; multis tamen casibus agitatio, & præcipuè acceleratio in initio motûs, non satis hac methodo regularis est; aliâ tunc utimur, remoto Manubrio. 577.
TAB XX.

Cum Rotâ d alia cohæret major p, quæ circa eundem axem cum primâ movetur; Rotæ p jungitur Funis q, cujus extremitas una in fundo sulci, quo Rota circumdatur, hæret; alteri extremitati Funis suspensum est Pondus r sex Librarum. 578.

Descensu suo Pondus motum communicat Rotæ, quæ regulariter acceleratur; acceleratio autem major, aut minor, est pro diversis circumstantiis, sed præcipuè pendet à tensione Funis, qui Rotam d, & reliqua, movet. Ut autem omnis impediatur actio Ponderis r in Machinam, quando illius motus terminatur, datur Funis tertius tt, cujus extremitas in loco quocunque elevato, & Machinæ respondenti, fixa est, dum extremitas altera Ponderi r quoque alligata est; Funis hic retinet Pondus, ubi ad determinatam pervenit profunditatem.

Hæc est generalis Machinæ expositio, in quâ nihil diximus de iis; quæ Laminis ii, ii, imponuntur; hæc in diversis Experimentis diversa sunt, & clariùs horum, ubi de ipsis Experimentis agam, intelligi poterit explicatio.

Quando Corpus Plano impositum, cum isto Plano, æquali in tempore, circa commune Centrum revolvitur, & Circulum describit; si Vis Centripeta, quâ Corpus, omnibus momentis, Centrum versùs trahitur, aut pellitur, agere cesset, & Planum, 579.

num, eâdem Celeritate, Motum continuat; Corpus à Centro recedere incipit, respectu Plani, per Lineam quæ per Centrum transit.

- * 561. Corpus quidem per tangentem conatur recedere *, sed Punctum Plani, cui respondet, eâdem velocitate cum Corpore movetur, & Motus per tangentem Circuli quiescentis, est, in primo momento, Motus per radium Circuli, eâdem velocitate cum Corpore, agitati.

EXPERIMENTUM I.

580. Machina supra descripta * adhibenda est; sed in eo statu, in quo illam exposuimus; id est concipimus eam, remotis omnibus, quæ in hac Tab. Laminis *ii, ii*, superimposita exhibentur.

Uni ex his Laminis, illi ex. gr. quæ cohæret cum Columnâ MN, cujus Caput h removeri potest, imponitur Orbis ligneus A, diametri circiter duorum pedum, & cujus crassities dimidium pollicem superat, firmatur autem Orbis duabus Cochleis, per foramina *m, m*, (TAB. XXIII. Fig. 2.) penetrantibus. Et, ut magis Tabula hæc A firma sit, ab inferiori parte excavatur, ut ipsam Laminam recipiat, ut hoc in E exhibetur, ubi pars media Tabulæ in situ inverso, & minus imminuta, repræsentatur.

Tabulæ huic imponitur Globus B, cum Fune Cohærens, cujus altera extremitas Clavo C, in Centro, alligata est.

- * 577. Manubrio nunc agitetur Machina *, in initio lentius movetur Globus, sed continuò acceleratur, donec, eodem tempore cum ipsâ Tabulâ, revolutionem peragat, cujus respectu tunc quiescit. In hoc situ, solo Fune, Centro Tabulæ alligato, retinetur Globus; nullam ergo impressionem

in

in ipso Plano patitur, nisi quâ Funis distenditur, id est, cuius directio per Centrum Orbis transit; idcirco, si sibi relinquatur Corpus, non potest in hoc Plano, in primo momento, secundum aliam directionem moveri.

*Corpus projectum, & Vi, Centrum versùs tendenti, agitatam, 581.
mouetur in Plano, quod transit per Lineam, juxta quam Corpus projicitur, & per Centrum Virium.*

*Quando Corpus circa Centrum movetur, si inter movendum 582.
magis ad hoc accedat, acceleratur illius Motus; retardatur contra, si à Centro recedat.*

In primò casu Motus, ex Vi centrali oriundus, conspirat, saltem pro parte, cum Motu Corpori jam impresso; in secundo, hi Motus contrarii sunt.

EXPERIMENTUM 2.

Tollatur Tabula lignea, in præcedenti Experimento memorata, & in eodem loco applicetur Regula ferrea AB, quæ firmatur Cochleis *c, c*, per foramina *m, m*, (TAB. III. Fig. 2.) penetrantibus, ut de ipsâ Tabulâ, in præcedenti Experimento, dictum.

583.
TAB.
XXII.
Fig. 2. 3.

Regula hæc in medio latior est, & in extremitatibus ipsi impositæ sunt Columnæ minores Cupreæ E, E.

Huic Regulæ superimponitur Pyxis lignea FF, cum quâ in extremitatibus cohærent Laminæ cupreæ L, L, per quarum foramina *e, e*, Columnarum E, E, extremitates, quæ in Cochleam sulcatæ sunt, penetrant, ut Pyxis firmetur. Hujus fundus ferè pollicis unius crassitiem habet, & ab inferiori parte excavatur, & Regulam recipit, ut in G apparet. Cochleæ duæ D, D, per fundum Pyxididis transeuntes, in ipsam Regulam in *d, d*, penetrant, ut magis adhucdum firmetur Pyxis.

In hujus medio applicatum datur lignum transversum

H

H, in medio perforatum, ut recipiat Cylindrum ligneum; aut potius Conum truncatum I, qui ad fundum Pyxidis non pertingit, & ad minimum ad altitudinem unius Pollicis supra H prominet. Cylindrum hunc trajicit, & in hoc hæret, Tubulus vitreus, cujus diameter est circiter quartæ partis unius pollicis. Hujus, extremitatibus ad Lampadis flammam fuis, apperturæ ita fuere coarctatæ, ut in medio utriusque angustum tantum superfit foramen, quod ipsi Centro motus Pyxidis respondet, quando Machina agitur.

Globus Filo alligatus, Pyxidi imponitur; Filum transmittitur per Tubum memoratum, ita ut ex superiori aperturâ exeat, & ad Manum pertingat, quæ extremitatem Fili retinet, dum, motu Machinæ, Pyxis circumvolvitur.

In hoc motu lateri Pyxidis Globus applicatur, & circumfertur ita, ut æquali celeritate cum Pyxide moveatur. Trahatur Filum, ut Globus magis ad Centrum accedat, statim in latus oppositum Pyxidis incurrit, quia celerius ipsâ Pyxide movetur. Nunc si Manus admoveatur, Globus à Centro recedit, & ad latus primum Pyxidis redit; quia tardiùs hac ipsâ fertur.

584. Sepositâ, quam hoc Experimento demonstrare suscepimus Acceleratione, & Retardatione, impactiones indicatæ, in latera Pyxidis, quoque locum habebunt; quia, quando Globus Centro admovetur, minorem describit Circulum, & ideò, si servet Velocitatem, cum respondeat puncto Pyxidis, lentius moto, ipsâ Pyxide celerius rotatur. Sed in hoc casu, cum latitudo Pyxidis sit quatuor Pollicum, si distantia Globi à Centro sit unius Pedis, debet ferè duobus Pollicibus Centrum versùs trahi,

trahi, ut post integram revolutionem in latus oppositum Pyxidis incurrat: In Experimento autem observamus, minori tempore impactionem dari, etiam in minori Globi accessu ad Centrum.

Accelerationem in accessu Corporis ad Centrum, & retardationem ex recessu, in Scholio primo sequenti determinamus.

Corpus, quod Vi, Centrum versus tendenti, in Curvâ retinetur, describit Areas, circa hoc Centrum, Temporibus proportionales. 585.

Detur Corpus, Curvam A B D E percurrent, in quâ Vi Centrali, ad C tendenti, retinetur; si Lineæ ducantur ad libitum ut A C, B C, D C, E C, Area trianguli mixti A C B se habebit ad Aream D C E, ut Tempus, in quo A B à Corpore percurritur, ad Tempus, in quo percurritur D E.

TAB.
XXII.
Fig. 4.

Hujus Propositionis inversam etiam demonstramus, 586.
Corpus, quod movetur in Lineâ aliquâ Curvâ in Plano, & describit Areas, circa Punctum, Temporibus proportionales, à rectâ Lineâ detorqueri & urgeri Vi tendente ad idem Punctum.

De Viribus Centralibus inter se conferendis nunc agendum, quod ut fiat considerandum est, Vim Centripetam esse Pressionem, quæ in Corpus agit. Cum in singulis Punctis à Lineâ rectâ detorqueatur Corpus, in singulis momentis deflectio à Lineâ rectâ est effectus immediatus Pressionis, ita ut, quæ de Actionibus Potentialium, in Obstacula sibi permixta agentium, demonstrata sunt, hic applicari possint *. 587.

* 128.

*Quò Major est quantitas Materiæ in Corpore, eò diffusius, cæteris paribus, propter majorem Inertiam, Centrum versus trahitur, & majorem habet Vim centrifugam *.* 588.

* 565.

589. Si Fluida, quorum volumina æqualia inæqualiter ponderant, in spatio determinato includantur, ita ut graviora à Centro non possint recedere, nisi leviora ad hoc accedant, & disposita sint, ut, pondere suo, graviora Centrum petant, in Motu circa Centrum leviora hoc versùs feruntur, & graviora Centrum fugiunt.

Si Solidum cum Fluido spatio determinato includatur, ad Centrum accedit, si Fluido levius fuerit; si gravius, ab eo recedit. Quæ omnia oriuntur ex majori Vi Centrifugâ in graviore Corpore.

EXPERIMENTUM 3.

590.
TAB. XXI.
Fig. 4.

Remotâ Regulâ ferreâ, quâ in præcedenti Experimento usi fuimus, in hujus loco Machinæ applicanda, & firmanda, est Regula lignea AB, quâcum cohærent aliæ duæ Regulæ DE, DE, obliquè positæ, & quæ excavatæ sunt, ut unicuique applicetur Tubus vitreus, F, G, longitudinis circiter unius Pedis, cujus Diameter pollicem circiter valeat. Varii tales Tubi desiderantur; hos, hermeticè clausos, in Fig. repræsentavimus, sed alios quoque adhibemus, ab unâ parte obturamento vitreo clausos, quod vesicâ aut corio tegitur, ut retineatur: quatuor tales sufficiunt, primus, ut F, continet Mercurium cum Aquâ; secundus Oleum Tartari per deliquium & Aquam; tertius, ut G, Aquam cum frusto Suberis; in quarto, tandem, datur Aqua cum Globo plumbeo. Duo primi applicantur Regulis obliquis, & Machina circumrotatur, Mercurius in primo, & Oleum Tartari in secundo, extremitatem Tubi, maximè elevatam, statim occupant.

Si adhibeamus Tubum tertium & quartum; in tertio Suber inferiori superficiiei Aquæ, agitatione Machinæ elevatæ,

vatae, sese applicat, dum in quarto Globus plumbeus per aquam transit, & ipsi Vitro sese jungit.

In omnibus, si non repleti fuerint, pars inferior Tubi, in Experimento, vacua est.

Quæ huc usque habuimus generalia sunt, sed distinctius Vires Centrales examinandæ sunt, & accuratè mensurandæ, ipsas conferendo inter se.

Vireshæ, non modò respectu quantitatis Materiæ differunt, sed etiam distantia à Centro mutationem affert, ut & Celeritas, quâ circumvolvitur Corpus; præter hæc nihil in istis Viribus detegitur, ex quo differentia inter illas ipsas dari possit, & in comparandis hisce, illa sola consideranda sunt. 591.

DEFINITIO 4.

Tempus Periodicum, est Tempus in quo Corpus, circa Centrum revolutum, integram Revolutionem peragit; id est, si Curvam describat, quæ in se redit, Tempus lapsum inter recessum à Puncto & accessum ad idem Punctum: si Curva in se non redeat, pro Puncto Linea, per Centrum transiens, sumenda est. 592.

Tempus Periodicum pendet à Corporis Celeritate, & idè, in comparandis Viribus Centralibus, Tempus hoc loco celeritatis considerari potest. 593.

ADDENDA,

Machinæ in N. 567. expositæ, ut Vires Centrales conferantur inter se.

Illæ, quæ Machinæ indicatæ addenda sunt, Laminis ii, ii, (TAB. XX.) imponuntur, & hæc separatim hîc exhibemus; conveniunt autem inter se, quæ singulis Laminis applicantur. 594.

Unam, repræsentamus in II, huic superimponuntur

X 2

Co-

TAB.
XXIII.
Fig. 2.
&
TAB. XXXI.
Fig. 1.

Columnæ cupreæ minores F, G ; quarum extremitates inferiores per foramina m, m , penetrant, dum ipsæ bases Laminæ applicantur, cui Cochleis f, f , firmiter conjunguntur.

Columnæ hæ cohærent inter se Laminâ QR , quam sustinent, & quam trajiciunt Cylindri, aut Cochleæ, cum Columnis, in superiori parte, cohærentes.

Huic Laminæ alia minor L ab inferiori parte jungitur; mobilis hæc est, & ex situ removeri potest, ut distinctius apparet in Fig. 3. Lamina QR in medio perforata est, & huic foramini aliud respondet in Laminâ L ; sed quando Filum utrumque foramen trajicit, Lamina L , manente Filo, mobilis est, propter incisionem lateralem a (Fig. 3.).

595. TAB. XXIII. Fig. 2. 4. Dictæ Laminæ QR jungitur Regula ferrea ST ; cujus pars Sb latior est, estque latitudo trium partium quartarum Pollicis, dum reliquæ partis bT , latitudo vix unam quartam partem Pollicis superat; crassities autem Regulæ ubique est eadem, & dimidiato Pollici æqualis est.

Regulam hanc, in c & e , trajiciunt Columnarum G & F (Fig. 2.) extremitates superiores, supra QR prominentes, & Cochleis d, d firmatur Regula.

Inter foramina c, e , major apertura datur, quæ Orbiculum continet M , circa axem mobilem, & ita positum, ut Filum, quod transfit per foramina Laminarum QR & L , Orbiculum ita tangat, ut flectatur e versùs, dum Orbiculo circumponitur.

596. Filum hoc cohæret cum Cylindro H , cui in inferiori parte jungitur Lamella, aut Cochleâ exterior, b , quam Cylindrus ita trajicit, ut hujus extremitas i infra ipsam laminam b penetret.

Cylindrus Laminæ II imponitur, Laminæ *b* ille infistit, dum prominens extremum *i* in foramen *o* penetrat.

Cylindri superior pars *l* latior est, & hujus distantia à Laminâ *L* non decimam Pollicis partem superat, ut parùm tantùm elevari possit Cylindrus, ne ab Orbiculo *M* separetur Filum, quod à superiori parte quoque retinetur, ut nunc dicam. Columnæ *F* extremitas *P*, quæ per foramen *e* transit, supra applicatam Lamellam *d*, ferè ad altitudinem semi Pollicis eminet; pars hæc incisione aperta est ita, ut Filum, quod ab *M* extenditur *T* versùs, per hanc incisionem liberè transeat, &, ne exire possit, incisionem, in superiori parte, transversim trajicit Cochlea *p*. Nodus *N* extensum retinet Filum, nam ipsi incisioni in *P* applicatur, quando Lamina *b* Laminæ II imposita est, & ita cohibet, ne Filum ab Orbiculo *M* separetur; non autem exiguum, quem indicavimus, adscensum Cylindri *H* impedit.

Hujus Cylindri *H* pondus, additâ Lamellâ *b*, est exactè duarum unciarum; pondus autem hoc augeri potest, & utcunque variari, ope Ponderum, plumbeorum, Cylindricorum, unius, duarum, quatuor, octo, sedecim unciarum (Fig. 5.). Perforata hæc sunt in axe, & Cylindrus *H* uniuscujusque cavitatem exactè replet, quando huic immittitur.

Ubi Pondus Cylindro addendum est, ex situ remove-tur Lamina *L*, tunc elevari, & ex loco tolli potest Cylindrus *H*, ut huic, sublatâ Laminâ *b*, Pondus quodcunque, etiam plura si hoc requiratur, addantur; jungitur tunc iterum *b*, & Cylindrus in pristino situ ponitur, inflaturaturque situs Laminæ *L*.

His ita dispositis, si Filum, sæpiùs memoratum, trahatur T versùs, Cylindrus H , cum Pondere cohærente, elevatur, sed parùm tantùm elevari potest. In Experimentis autem exactissimè determinare debemus momentum ipsius adscensùs, quod sequenti Methodo præstatur.

598. Regulæ ST , inter extremitatem S & foramen c , applicatur, & Cochleis firmatur, Lamina cuprea qr , cui duo insistent Sustentacula cuprea, quorum primum sustinet Campanam minorem O , illis similem quæ adhibentur in Horologiis portatilibus; secundum rg sustinet Malleum v , quo Campana percutitur; Mallei cauda circa Clavum, ex tenui Filo æneo, in g rotatur. Pondere suo cadit Malleus, & Campanulam ferit, ne autem huic applicatus maneat elasterio chalibeo s cavetur.

Cum Sustentaculo rg Brachium cohæret zt ; sustinet hoc Vectem minorem cupreum bd , qui circa t mobilis est, & qui in b retinet Caudam Mallei, qui tunc elevatus est, sed relaxatur minimâ actione in d applicatâ. Cavendum autem ne pressione, in v agente, & deorsum tendente, Malleus liberari possit; tunc situm servabit, datâ Machinæ circumvolutione etiam velociori. Filum æneum, tenue, elasticum, & flexum, xy cum sustentaculo rg Cohæret, & in y leviter premit Vectem bd , quando hic Malleum retinet.

Filum tenue cum Filo cylindri H jungitur in Nodo N ; transit illud, per foramen in extremitate d Vectis, ut & per foramen in capite Clavi, circa quem Vectis movetur in t , deduciturque ad Cuneolum cupreum a , cui circumvolvitur ita, ut Fili longitudo mutari possit; hæc autem, tentando, ita determinanda est, ut paululùm elevari possit

fit Cylindrus H, antequam Malleus relaxetur; qui tamen liberari debet, si paulò major sit elevatio, & quidem antequam Superficies / Cylindri ad Laminam L pertingat. vide TAB. xx.

Filum Cylindri H conjungitur cum Cylindro majori 599. V, quem Regula ferrea * trajicit, juxta quam mobilis * 595. est inter *b* & T; hac de causâ Regulæ superficies superior, & laterales, admodum regulares & levigatæ desiderantur, præcipuè superior benè expolienda est.

Cylindrus hic V cupreus est & cavus, Bases ipsi cochleis junguntur, ut hoc demonstramus in Fig. 6, in quâ posterior Basis separatim exhibetur, servatâ verâ magnitudine.

Apertura per quam Regula transit est *f*, hujus altitudo talis est, ut Regula liberè transeat, quod ad aperturæ latitudinem etiam applicari debet, ita tamen ut in medio vix Regulæ latitudinem superet.

Rotula *g* chalibea, circa axem liberrimè volubilis, quæ, cum simili in Basi oppositâ, attritum impedit in motu cylindri juxta Regulam, superiori parti aperturæ *f* respondet. Rotula in medio tenuior est, ut minus Regulam tangat, quando huic applicatur.

Supra Rotulam datur in Basi foramen *n*, per quod Filum Cylindri H transmittitur, ut statim dicam. Hæc omnia eodem modo se habent in utrâque Basi, quæ in hoc solo differunt; posteriori Lamella tenuis Cuprea i jungitur, sed unico Clavo *m* ita, ut Filum, per *n* penetrans, faciliè inferi possit inter superficiem Basis & ipsam hanc Lamellam, retineturque filum arctiori Lamellæ applicatione, auxilio Cochleæ *h*, quæ, per Lamellam i transiens, in ipsam Basin penetrat. 600.

Cy-

Fig. 4.

Cylindrus V, quàm facillimè & liberrimè, juxta regulam movetur, quia Rotulis sustinetur; Basis autem, quam posteriorem vocavimus, respicit extremitatem T, cui Caput e cochleâ instructum jungitur, ne fortè Cylindrus cadat, aut relaxato filo, cum quo cohæret, abjiciatur motu ipsius Machinæ.

Filum hoc, illud ipsum est, ut antea vidimus, cui cohæret Cylindrus H, transmittitur autem per ambo foramina, ut n (Fig. 6.), Basium, & Lamellâ i retinetur, ut dictum antea; quo cohibemus ne ultra certam distantiam à Centro revolutionis recedat Corpus.

601. Distantia hæc determinatur divisionibus in Lineâ bp, quæ unum ex angulis inferioribus Regulæ efficit, notatis; divisiones autem, quando cum facie anteriori Cylindri respondent, distantias indicant Puncti medii, idest Centri Gravitatis, Cylindri à Centro revolutionis Regulæ. In nostrâ Machinâ distantia inter duas divisiones est Semipollicis, & distantia maxima est quatuordecim Pollicum.

602. Pondus Cylindri V est trium partium quartarum Libræ; Pondus hoc ipsi communicatur duobus frustis Plumbi, quæ in inferiori parte, paululum ad latera, interiori superficiei Cylindri junguntur.

Pondus ipsius Cylindri augetur Annulis ut z, hi exactè continent Cylindrum, & ubi talis Cylindro circumponitur, tollitur Cochleâ q, & ita convertitur Annulus, ut foramen r conveniat cum foramine Cochleæ, quâ tunc ipse firmatur Annulus.

Annuli tales tres dantur, tenuior Ponderat quartam Libræ partem, Pondus secundi duplum est, tertii triplum. Ipsi Cylindro V inscribitur hicce numerus 3; primo Annulo

nulo inscribitur 4; secundo 5; tertio 6; hi numeri Pondus exprimunt Cylindri, sive solus, sive cum conjuncto Annulo, adhibeatur.

Ut æquilibrium detur inter partes Machinæ, quando 603.
hæc agitur; conjungitur, cum Regulæ extremitate S, auxilio Cochleæ cum Regulâ cohærente, Cauda cuprea X, quæ ipsa Cochleam efficit; hujus tale est Pondus, ut additâ Cochleâ exteriori Y, Regula in æquilibrio sit circa Centrum Motûs. Quando Cylindrus V Regulæ applicatur, Orbes plumbei, (ut z, z, z, TAB. XX.) cum X junguntur, ut instauretur æquilibrium circa idem Centrum; tales in nostrâ Machinâ hi sunt, ut octo requirantur, quando Cylindrus ad maximam à Centro distantiam ponitur, & ipsi gravissimus Annulus circumponitur, ita ut ipsius Actio sit omnium maxima*.

* 189.

Monendum tamen, ex defectu hujus æquilibrii sensibilem in multis Experimentis effectum non sequi; cum tamen, si omninò deficiat in violentiori Machinæ motu, inde sequatur Columnarum IL, MN (TAB. XX.), motus tremulus, non omninò negligendum illud esse constat; sed satis est, in singulis casibus, imperfectiori quadam computatione numerum determinare Orbium plumbeorum, cum Regulâ ferreâ conjungendorum; hanc autem adhibeo. Multiplico pondus Cylindri per hujus dimidiatam distantiam à Centro, & primus character producti exprimit numerum quæsitum, qui unitate augetur si sequens character superet quinque. Ex. gr. sit pondus Cylindri 5. distantia 14, cujus dimidium 7, productum erit 35; tres Orbes adhibendi sunt. Si Pondus esset 4, distantia 18, Productum esset 36, & numerus Orbium esset quatuor.

604.

Y

Quando

605. *Quando Tempora Periodica sunt equalia, & Distantiæ æquales à Centro, Vires Centrales sunt ut quantitates Materiæ in Corporibus quæ revolvuntur* *. Temporibus enim æqualibus, eodem modo, Viribus Centralibus moventur Corpora.

EXPERIMENTUM 4.

606. Laminis ambabus *ii, ii*, illa jungimus, quæ in N°. 594. & seq. exposuimus. Unicuique Regulæ *st*, applicetur quoque Cylindrus suus *v*, transmissio Filo, quod cohæret cum Cylindro *b*: hoc ita præstatur; Acus desideratur, cujus longitudo Cylindri *v* longitudinem superat, & per illud foramen Filum, tenue, duplicatum, transmittitur; Acus Cylindro inferitur per foramen in Basi anteriori ita, ut cuspis per foramen Basis posterioris exeat, tunc Fili, quod per Cylindrum transmittere desideramus, extremitatem inserimus Anulo, quem ab una parte efficit Filum quod Acui inhæret, & trahendo Acus cuspidem, Fila insequuntur, removeturque Acus cum suo Filo.

602. Uni ex Cylindris Annulus * circumponitur, ex gr. qui notatur 4; tunc Cylindrorum Pondera erunt ut 3. & 4.: in eadem ratione desiderantur Pondera cum his cohærentia; quare uni Cylindro *b* quatuor Unciæ adduntur, alteri sex *.

- Cylindri *v, v*, ad æquales Distantias à Centro disponendi sunt; sit hæc Distantia, quæ ad libitum determinatur 24: Regulæ *rr* jungitur Obstaculum ligneum A (TAB. XXII. Fig. 5.), huic ipsi inferendo Regulam; disponitur Obstaculum ita, ut superficies *b*, quæ in Figurâ superior est, à Centro Motûs averfa sit, & exactè congruat cum ipsâ divisione 24 *; firmatur Obstaculum Cochleâ cupreâ *c*, Lamellâ cupreâ, elasticâ, & paululum.

lum incurvatâ, d , impediende ne Cochlea Regulam ferream lædat.

Superficies anterior Cylindri v applicatur ipsi Obstaculo, tunc illius Centri Gravitatis distantia est 24^* : * 60r;
tenditur Filum, quod per Cylindrum penetrat, quantum potest, si modò non elevetur Ponderus b , & firmatur $*$, tolliturque Obstaculum. Cum Ponderus b determinet tensionem hanc, ideo in antecessum Ponderus hoc applicandum esse diximus. * 60q;

Nunc Corpora, ad æquales distantias, à Centris Motûs posita, & quorum quantitates Materiæ sunt ut 3. ad 4., quantumvis parum à Centro recedere non possunt, nisi Pondera eleventur, quæ sunt in eâdem ratione trium ad quatuor.

Corpora etiam hæc æqualibus Temporibus Revolutiones peragent, si Caput T , quantum potest elevetur, positis tribus Annulis supra solidum S^* ; tunc enim Orbes, superiores in d , & e , qui æquales sunt, cum Trochleis i & m respondent. * 574/57q;

Machinæ motus communicatur Pondere r^* , Corpus * 578;
tunc unumquodque v , & v , circa Centrum movetur, & Vi Centrifugâ Filum tendit, retineturque Pondere b ; sed, descensu Ponderis r , Motus acceleratur ita, ut Cylindri v , & v , Pondera connexa elevent, & quidem exactissimè eodem momento, ut patet, elevatis Campanularum Mal-
leis $*$; nam hi eodem momento relaxantur ita, ut unicus tantum ictus percipiatur; quod benè determinatam esse Virium rationem demonstrat. * 598.

Conversione Cochleæ 1o cavendum, ne nimium subitanea sit acceleratio; nisi enim tensus sit Funis, qui motum Axibus ab , ab , communicat, accelerationes ho-

rum non convenient; ita tamen temperanda est tensio Funis, ut Mallei relaxentur, id est, Pondera b, b , eleventur, antequam Pondus r ad maximam, ad quam pertingere potest, pervenerit profunditatem.

607. *Quando quantitates Materiae in Corporibus circumrotatis sunt aequales, & Tempora Periodica aequalia, Vires Centrales sunt ut Distantiae à Centro **
 * 587. 133.

EXPERIMENTUM 5.

608. Experimentum hoc à præcedenti * paucis tantum differt circumstantiis. Cylindri ambo v, v , aut sine Annulis, aut cum Annulis æqualibus, adhibentur. Ponuntur hi ad distantias inæquales, ex. gr. unus divisioni decimæ sextæ, alter vigesimæ quartæ, admovetur. Pondera nunc elevari debent, quæ sint in eadem ratione 16. ad 24.; primo ergo Cylindro b duæ junguntur Unciæ, alteri quatuor *, & Pondera sunt ut quatuor ad sex, id est, ut 16. ad 24.; reliqua manent, & Experimentum eodem modo, ut præcedens, tentatur, & procedit. Habemus autem Corpora æqualia, æqualibus Temporibus revoluta, quorum Vires, quæ æquales sunt Ponderibus elevatis, sunt inter se ut distantiae à Centro.
 * 597.

609. *Quando Tempora Periodica sunt aequalia, sed Distantiae à Centro, & quantitates Materiae in Corporibus revolutis, differunt, Vires Centrales sunt in ratione compositâ, quantitatum Materiae, & Distantiarum; quod ex duabus ultimis Propositionibus sequitur. Ut hanc rationem compositam determinemus, quantitas Materiae in unoquoque Corpore per suam Distantiam à Centro multiplicanda est, & producta quæsitam inter se rationem habent *.*
 * 23. EL. VI.

EXPERIMENTUM 6.

610. Manentibus quæ in Experimento quinto * explicata sunt,
 TAB. XX.
 * 608.

sunt, illi Cylindro v , cujus distantia à Centro est 24. addatur Annulus quo ipsius pondus fiat quinque; Tempora Periodica æqualia manent, & Vires Centrales erunt, juxta hanc propositionem ut 3×16 , ad 5×24 , id est, ut 2. ad 5.; relictis ergo quatuor Unciis, quæ elevari debent à Cylindro v , cujus Pondus est tria; sex Unciis, quæ cum alio Corpore cohærent, quatuor addantur, ut decem sint Unciæ; & motu Machinæ eodem momento ambo Pondera elevata erunt, ut Campanæ iterum docebunt.

Differentiæ Virium Centralium, ex differentiis Distantiarum à Centro, & quantitatum Materiæ, oriundæ, sese mutuò possunt compensare; & *positis quantitibus Materiæ, in Corporibus circumactis, in ratione inversâ distantiarum à Centro, Vires Centrales erunt æquales*; quantum Vis una alterâ major est respectu quantitatis Materiæ, tantum hæc illam superat propter majorem Distantiam. 611.

EXPERIMENTUM 7.

Manentibus Corporibus circumactis, quibus in sexto Experimento * usi sumus, quæ sunt ut tria ad quinque; ponatur hoc ad distantiam quindecim, illud ad distantiam viginti quinque: Tempora Periodica manent æqualia, & Pondera in b , & h , non eodem momento ascendent, nisi æqualia sint. 612.

TAB. XX.
* 610.

Casus hujus Propositionis exstat, quando duo Corpora, *Filo juncta, circa commune Centrum Gravitatis revolvuntur*. Distantiæ enim ab hoc Centro sunt in ratione inversâ ponderum Corporum *; & ergo Vires Centrales æquales *. Vi, quâ Corpus unum à Centro conatur recedere, alterum ad Centrum trahitur; & propter Virium æqualitatem sese mutuò retinent, & Motum continuant; si circa aliud 613.

* 201. 152.

* 611.

Punctum revolvantur, motum continuare nequeunt, & Corpus, cujus Vis Centrifuga præpollet, à Centro recedit, Corpusque aliud secum fert.

EXPERIMENTUM 8.

614. ^{TAB. XX.} Tollenda omnia sunt, quæ Laminis *ii, ii*, sunt imposita; quod, pro unâquaque Laminâ, simul & semel fit, relaxatis tantum Cochleis *f, f*, (TAB. XXIII. Fig. 2.). Machina postea in eo statu disponenda est, quem indicavimus in Experimento secundo*, ante impositam Pyxidem ligneam.

^{TAB. XXII. Fig. 2. 6.} Machinæ applicatam tunc habemus Regulam ferream A B; huic superimponitur, & Columnis E, E, sustinetur Regula alia ferrea H I, quæ Cochleis firmatur, ut de Pyxide ligneâ dictum*.

Regula hæc ubique est ejusdem crassitie, & latitudinis, superficiesque regulares, & politæ, sunt. Trajicit hæc duos Cylindros cupreos F, G, qui, quamvis Rotulis non insistant, satis facile juxta Regulam moventur, præcipuè si hæc leviter oleo illinita sit; quod ipsum motui obstaret, si, ut in aliis Cylindris, quibus in præcedentibus Experimentis usi sumus*, Rotulæ darentur. Filum per ambos Cylindros transmittitur*, & firmatur ita, ut Nodus N, qui in Filo datur, exactissimè communi Centro Gravitatis Corporum F, G, respondeat. Filum distenditur, & Nodus ponitur, ut Centro Motûs, in Regula H I notato, respondeat: agitur Manubrio Machina*, & Corpora locum servant, quem in Regulâ H I occupant.

Si Nodus N alii puncto respondeat, Corpora ambo, Motu sæpè violentiori, juxta Regulam moventur.

615. Ne autem, in hoc ultimo casu, Machina lædatur, utimur Obstaculis ligneis ut L (Fig. 7.): unum col-

loca-

locamus inter H & F, alterum inter I & G. Obstacula hæc ponenda sunt antequam Regula HI suo loco firmetur. Ubi autem Regulæ AB impositum est Obstaculum, in loco quocunque hoc figimus Cuneo M, per foramen o, infra Regulam AB transeunti. Obstaculum in superiori parte, ubi datur Corporis impactio in hoc ipsum, crassiori corio tegitur; anteriores quoque superficies, (quæ nempe sese mutuò respiciunt) Cylindrorum F, & G, eodem modo corio teguntur.

*Quando quantitates Materiæ in Corporibus circumrotatis, 616.
& distantie à Centro, sunt æquales, Vires Centrales sunt in ratione inversâ quadratorum Temporum Periodicorum, id est, directè ut quadrata revolutionum, eodem Tempore peractarum.*

EXPERIMENTUM 9.

Machina in eo statu instauranda est, in quo fuit in Experimentis* in quibus Vires Centrales fuere collatæ inter se, sed Tempora Periodica variari debent.

Quando Funis circumit Orbiculos in d, & e, superiores, Tempora hæc sunt æqualia, ut vidimus*.

Si dimisso capite T*, sequentes Orbiculi adhibeantur, sunt Tempora revolutionum, ut quatuor ad quinque; si iterum sequentes, erunt ut duo ad tria, tandem si inferiores ut unum ad duo*.

Ponimus caput T esse positum ut in Figurâ exhibetur, id est, Tempora periodica esse inter se, ut duo ad tria; ad partem e Tempus minus est.

Ad eandem hanc partem cum Cylindro h conjungimus septem Uncias, ut Pondus sit novem Unciarum; ad aliam partem duas tantum debemus cum h conjungere Uncias, ut integrum Pondus sit quatuor Unciarum.

Si

617.

TAB. XX.
* 606. 608.
610. 612.

* 570. 606.

* 574

* 570.

Si nunc Corpora æqualia, ad distantias æquales, ita revoluta fuerint, ut in quarto* & aliis quibusdam Experimentis, unicus Campanarum audietur ictus; unde constabit Vires esse, ut novem ad quatuor, id est, inversè ut quadrata Temporum Periodicorum, quæ sunt ut duo ad tria.

618. *Quomodocunque inter se Vires Centrales differant, ex jam dictis inter se possunt conferri; nam sunt in ratione compositâ, ex ratione quantitatum Materiæ in Corporibus revolutis, & ratione Distantiarum à Centro, ut & ratione inversâ quadratorum Temporum Periodicorum. Multiplicando quantitatem Materiæ in unoquoque Corpore per Distantiam à Centro, & dividendo productum per quadratum Temporis Periodici, quotientes divisionum erunt in dictâ ratione compositâ, id est, ut Vires Centrales.*

EXPERIMENTUM 10.

619. Sint Corpora revoluta ut tria ad quinque, applicata primum divisioni decimæ octavæ, secundum vigesimæ septimæ; sint præterea Tempora Periodica ut quatuor ad quinque*; Pondera quinque & octo Unciarum eodem momento elevata erunt.

Multiplico 3, per 18, productum 54. divido per 16, & habeo $3\frac{3}{8}$: Multiplico etiam 5. per 27, & productum 135. divido per 25, quotiens est $5\frac{2}{5}$. Vires ergo sunt ut $3\frac{3}{8}$. ad $5\frac{2}{5}$, id est, ut 5. ad 8, ut in Experimento.

620. *Quando quantitates Materiæ sunt æquales, Distantiæ ipsæ per quadrata Temporum Periodicorum dividuntur, ut determinetur ratio, quæ inter Vires Centrales obtinet.*

In hoc casu, si quadrata Temporum Periodicorum fuerint 621.
inter se ut cubi Distantiarum, quotientes divisionum erunt
in ratione inversa quadratorum Distantiarum; & in hac ra-
tione etiam Vires Centrales.

EXPERIMENTUM II.

Sint Corpora revoluta æqualia; Distantiæ à Centro 622.
14 $\frac{1}{2}$. & 19; Tempora Periodica ut 2. ad 3. TAB. XX.

Cubi Distantiarum sunt 3048 $\frac{5}{8}$. & 6859; quadrata
Temporum Periodicorum sunt 4. & 9, quæ sunt ut
3048 $\frac{4}{9}$. ad 6859, proximè ut cubi Distantiarum; exi-
guam tantum, & insensibilem, negligimus differentiam.

Quadrata Distantiarum sunt 210 $\frac{1}{4}$. & 361. id est, pro-
ximè ut 7. ad 12; inversè ut 12. ad 7; Pondera quo-
que duodecim & septem Unciarum, eodem momento,
adscendunt. Hic etiam negligimus exiguam fractionem.

Mathematicè Vires determinando *, sunt ut 261. * 618.
ad 152; Quadrata Distantiarum sunt inversè ut 261. ad
152 $\frac{33}{144}$. Exigua hæc differentia procedit ex exigua dif-
ferentiâ, quam vidimus dari inter rationes cuborum Di-
stantiarum, & quadratorum Temporum Periodicorum.

Si Corpora sint inæqualia, sed in hæc agant Vires Centra- 623.
les, ejusdem naturæ cum Gravitate, non interest quæcunque sint
Massæ Corporum, aut quomodocunque moveantur, dessecluntur
Centrum versùs, in momentis æqualibus, per spatia, quæ sunt
ut ipsæ Vires *, & Propositio ultima etiam in Corporibus inæ-
qualibus obtinet.

Varias potest Corpus, Vi Centrali Curvas describere. 624.

Ellipsin vocant Geometræ Lineam ovalem, cujus hæc 625.
est descriptio. Sit A a Recta; C Punctum hujus medium;
TAB.
XXIV.
Fig. 1.
F, f, Puncta à C æqualiter distantia; F G f Filum, cu-
jus

Z

ius extremitates in F & f fixæ sunt, quod æquale est Lineæ Aa . Tenso Filo Clavo G , hujus Motu, in Plano, in quo datur Aa , Ellipsis describitur. Puncta F, f , vocantur Foci; C Centrum; Aa Axis major; minor Axis per Centrum transit, cum majori angulos efficiens rectos, & ab utrâque parte Curvâ terminatur, ut Bb .

626. Ponamus, ut in ultimâ Propositione, *Vim, quæ in Corpora mota agit ut in quiescentia, quæ ad Distantias æquales à Centro æqualis sit, ad inæquales decrescat in ratione inversâ Quadratorum Distantiarum ab hoc Puncto, describet Corpus Ellipsin, cujus Focorum alter cum Centro Virium coincidit*, ita, ut in unaquâque revolutione semel ad hoc accedat Corpus, & iterum ab hoc recedat. In recessu minuitur Corporis celeritas *, & quidem ita, ut Vis Centralis, quamvis ipsa minuatur, viam Corporis satis flectat, ut hoc ad Centrum magis accedat: accessu autem Corporis augetur velocitas, inflexio Viæ minuitur & à Centro iterum recedit.

- Circulus ad hoc genus Curvarum pertinet, coincidentibus Focis cum Centro. Et posito Corpore quod, ut diximus, *Ellipsin describit, aliud, eâdem Vi, circa idem Centrum, in Circulo retinebitur, si hoc justâ Velocitate perpendiculariter ad Lineam, quæ per Centrum transit, projiciatur. Si Circuli diameter æqualis sit Axi majori Ellipseos, eâ agitando Corpus velocitate, quâ gaudet Corpus in Ellipsi, eo momento, quo per extremitatem, unam aut alteram, Axeos minoris transit; &, æqualibus Temporibus, Corpora hæc ambo Revolutiones peragent.*

628. Corpus potest tali celeritate projici, ut, in recessu à Centro, Vis, quæ auctâ distantia minuitur, viam non satis flectere possit, ut Corpus redeat; percurrit in hoc

hoc casu Corpus Curvam aliam ex Sectionibus Conicis, Parabolam, aut Hyperbolam.

Si Vis Centralis juxta aliam proportionem quamcunque in recessu à Centro decreseat, non poterit Corpus Lineam, in se redeuntem, & à Circulo parum aberrantem, describere. 629.

Sed si Vis decreseat juxta proportionem parum ab hac aberrantem, aut Curva à Circulo non multum differat, poterit Curva, à Corpore descripta, referri ad Ellipsin mobilem; cujus nempe Axis in Plano, in quo Corpus revolvitur, movetur motu angulari, manente Foco in Centro Virium. Motus autem Axeos in eandem partem dirigitur cum motu Corporis, si Vis celerius decreseat, auctâ Distantiâ, quam pro ratione inversâ Quadrati Distantiæ: Si verò Vis tardius, id est minus, decreseat in recessu à Centro, motus Ellipseos in contrariam partem dirigitur. 630.

Corpus etiam Ellipsin describit, si Vis Centralis, in recessu à Centro, crescat, & sit ubique in ratione Distantiæ à Centro, quod in hoc casu cum Centro Ellipseos coincidit. 631.

EXPERIMENTUM 12.

Longiori Filo suspendatur Globus plumbeus; si à Puncto in quo quiescit retrahatur, Gravitate suâ semper hoc versùs fertur; & ab omni parte, si distantia fuerit æqualis, æquali cum Vi. In motu suo à Puncto memorato Globus Circulum describit, partem quamcunque versùs retrahatur: si portiones Circuli non fuerint admodum magnæ, cum Cycloïde coïncidunt *, & Vis cum quâ Globus, in quocumque Puncto versetur, Punctum infimum versùs tendit, est ut illius distantia ab hocce Puncto *, Vis ergo illa crescit in ratione Distantiæ. 632.

Retrahatur Globus à Puncto infimo, & obliquè projiciatur, Figuram ovalem circa hocce Punctum descri-

bet, quæ, quando Globus per spatium magnum non excurrit, ab Ellipsi ferè nihil differt, propter Virium proportionem, & quia in hoc casu ad sensum in eodem Plano movetur Globus.

Centrum Ellipsis est Punctum in quo Globus, quando non projicitur, quiescit; in unaquâque Revolutione bis ad illud Globus accedit, & bis ab illo recedit. Si supra Mensam Globus suspendatur ita, ut ferè Mensam, quando quiescit, tangat, & Punctum, cui tunc respondet, in Mensâ notetur, Experimentum multò fit magis sensibile; insequendo Globum hujus Via cum cretâ in Mensâ notari potest.

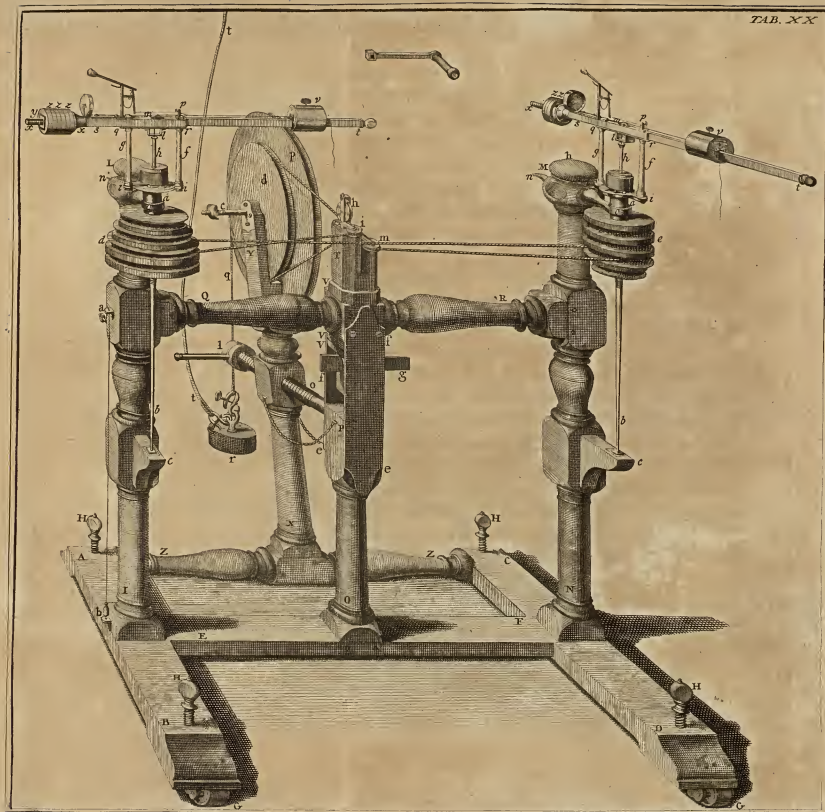
635. *Si Vis juxta aliam rationem crescat, Curva in se non redit; Sed potest sæpè ad Ellipsin in Plano mobilem referri.*

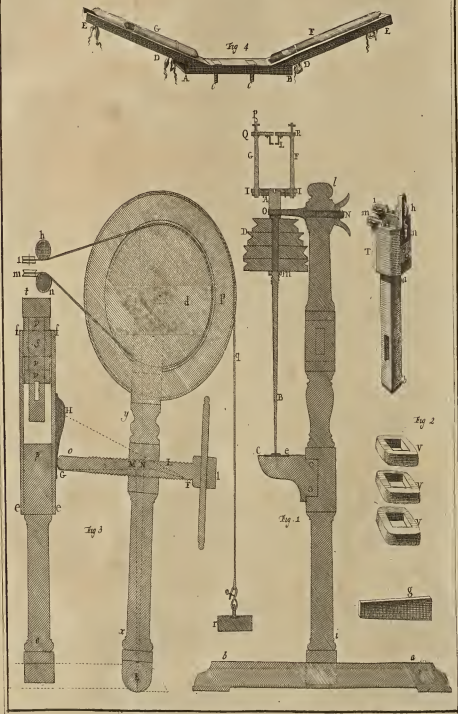
EXPERIMENTUM 13.

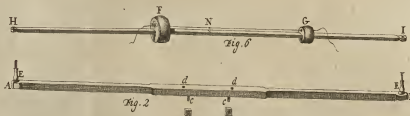
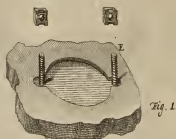
636. Iisdem positis, quæ in Experimento præcedenti, projiciatur ita Globus, ut ad distantiam majorem excurrat; Curvam describet quæ ad Ovalem mobilem referri poterit; bis in unaquâque Revolutione quidem accedet ad Centrum, & bis ab eo recedet: sed situs Punctorum, in quibus minimè, aut maximè, distat, in singulis Revolutionibus mutabitur, & semper eandem partem versùs hæc Puncta ferentur, horumque motus cum Globi motu conspirabit.

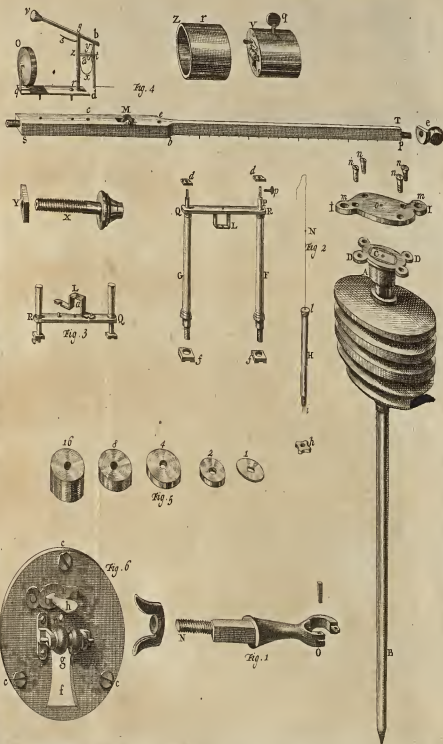
637. Ex hac ultimâ Propositione, si ad N°. 629. attendamus, sequitur, nullâ Vi Centrali, ad æquales Distantias æqualiter agenti, Curvam posse describi in se redeuntem, à Circulo parum aberrantem, & excentricam, id est, cujus Centrum cum Centro Virium non coïncidit, præter Ellipsin, in cujus Focorum altero Centrum Virium datur; Vinque Centralem, in hoc casu, sequi rationem inversam Quadrati Distantiæ.

Cir-









Circulum autem, cujus Centrum cum Centro Virium coincidit, posse describi Vi, juxta rationem quamcunque, crescente, aut decrescente, si modo ad Distantias æquales æqualiter agat, facile patet. 638.

S C H O L I U M I.

Generalia de Viribus Centralibus.

Concipiamus dari Vim, quâ Corpus, ubicunque hoc detur, pellatur Centrum C versûs; non interest quomodocunque in Punctis diversis varietur Vis hæc: concipiamus Vim hanc ipsam non esse continuam, sed illam Ictibus in Corpus agere, & momenta Temporis inter Ictus esse æqualia. Ponamus etiam Corpus, projectum per AB, hanc percurrere Lineam in momento tali; motum per BL, æqualem AB, in momento sequenti continuaret, nisi in B, Ictu in Corpus, pelleretur hoc ad C; ponamus celeritatem, ex hoc Ictu oriundam in Corpore jam agitato, talem esse, ut hac Corpus possit, in intervallo Temporis inter duos Ictus, percurrere Lineam LD; si LD sit parallela BC, Corpus duobus motibus agitarum peccurrit BD*, daturque in D, in momento in quo Ictu sequenti iterum ad Centrum pellitur. Si Ictus hic non daretur, in momento sequenti percurreret DE, positis DE & BD æqualibus; sed eodem Tempore Centrum versûs ferret, id est per DC pellitur; si juxta hanc directionem percurrat Lineam æqualem Lineæ EF, in Tempore in quo percurreret DE, motu composito Corpus movetur per DF, positis EF & DC parallelis. Eodem modo demonstramus, in momento sequenti Corpus percurrere FH, si GH sit æqualis spatio, in hoc momento, ex Ictu C versûs, percurrendo, positisque FG & DF æqualibus, ut & GH & FC parallelis.

Triangula ABC, BLC, habent Bases æquales AB, BL in eadem Lineâ, & verticem communem C; sunt ergo æqualia*. Triangula BLC, BDC Bafin habent communem BC, & constituuntur inter parallelas BC, LD, sunt ergo æqualia*. Idcirco etiam æqualia sunt Triangula ABC, BDC. Eodem modo demonstramus æqualia Triangula BDC, DFC, & in genere æqualia esse inter se Triangula quæcunque, ut ABC, BDC, DFC, FHC, quorum Bases, momentis æqualibus, a Corpore projecto percurruntur. Hæc in accessu ad Centrum majores fiunt, & Corpus velocius movetur, ut in N°. 582. diximus.

Etiam patet, Corpus projectum & Vi, Centrum versûs tendenti, agitatum, moveri in Plano, quod transit per Lineam juxta quam Corpus projicitur & per Centrum Virium, ut monuimus in N°. 581.

Concipiamus nunc momenta inter duos Ictus minui, ut & ipsos Ictus, manentibus nihilominus illis æqualibus inter se, positis hisce utcunque inæqualibus, Demonstratio eadem locum habebit. Si diminutio sit in infinitum, mutantur Ictus in Pressionem continuam, & Corpus in singulis punctis à viâ rectâ

639.
TAB.
XXIV.
Fig. 2.

* 360.

* 38. El. I.

* 37. El. I.

640.

641.

TAB. XXII. Fig. 4. defectitur; subicitur tamen legi in Demonstratione præcedenti determinatæ. Si ergo Corpus moveatur in Curvâ ABDE, & Tempus concipiatur divisum in momenta infinitè exigua, & æqualia inter se; Area Trianguli mixti ACB continebit tot Triangula exigua, æqualia inter se, quot dantur momenta in Tempore, in quo percurritur AB; & Area Trianguli mixti DCE eodem modo continebit tot Triangula, æqualia inter se, & prioribus, quot dantur momenta in Tempore in quo percurritur DE; ideoque Tempora, in quibus Corpus AB, & DE, percurrit, sunt inter se ut numeri Triangulorum æqualium, Areis ACB, DCE, contentorum, id est, sunt ut ipsæ Areæ. Unde generalem deducimus Propositionem in N^o. 585. memoratam.

642. TAB. XXIV. Fig. 2. * 360. Cujus Propositionis inversa, quæ continentur in N^o. 586 etiam demonstratur. Si Corpus, motum per AB, in momento sequenti, & æquali, percurrat BD, quia motu primo, in momento hoc, per BL, æqualem AB, motum continuasset, necessariò juxta directionem LD à viâ suâ remotum fuit*; si autem Triangula ABC, BDC sint æqualia, etiam æqualia erunt BDC, BLC; ideoque Linca LD parallela BC*; id est directio Vis, quæ Corpus à Linca rectâ detorquet, Centrum C versùs dirigitur.

* 39. EL. I.

Si nunc concipiamus Curvam quamcunque dividi, Lineis ad Centrum Virium ductis, in Triangula minima æqualia, horum Bases, Temporibus æqualibus à Corpore, quod in Curvâ Vi Centrali retinetur, percurruntur*; sunt ideo Corporis Velocitates, in variis Curvæ Punctis, ut Bases hæc*, quæ sunt inversè ut perpendiculares, à Centro Virium ductæ in Bases continuatas*, id est, in Tangentes ad Curvam in Punctis de quibus agitur.

643. * 639. * 110. * 15. EL. VI. 38. EL. I.

644.

Maximè generalia sunt huc usque in Scholio hoc demonstrata, quæ nunc addam tantùm obtinent, si Vis in hoc cum Gravitate congruat, ut agat in Corpora mota ut in quiescentia; Corpora autem ponimus æqualia: si verò Vis & in hoc cum Gravitate congruat, ut eodem modo agat in singulas Materiæ particulas, non intererit utrum Corpora sint æqualia nec ne.

645.

Lineæ infinitè exiguæ, Viribus æqualibus, accedendo ad Centrum percurse, sunt ut quadrata Temporum, quibus percurruntur. Vis enim pro uniformi in spatio infinitè exiguo haberi potest, & quæ de Corporibus cadentibus demonstrata sunt*, hic referri possunt.

* 374.

646.

* 587. 133.

647.

Si Vires differant, sed Tempora fuerint æqualia, Spatia percursa sunt ut Vires*. Ergo Spatia infinitè exigua, Viribus Centralibus percursa, sunt ut Vires ipsæ, & ut Quadrata Temporum; in ratione nempe compositâ ex hisce ambabus rationibus.

648.

* 544. 542.

545.

Ex hisce deducimus, Corpus, quod Vi Centrali in Curvâ retinetur, in singulis momentis, infinitè exiguis, moveri juxta Leges explicatas* de Corporibus projectis. Nam, licet Corpus tendat ad Centrum, si Spatium percursum sit infinitè exiguum respectu distantie à Centro, Lineæ ad Centrum ductæ pro parallelis haberi possunt.

TAB. XXIV.

Fig. 3.

* 542. 545.

Sit Curva AFGE in quâ Corpus movetur; C Centrum Virium; AD tangens ad Curvam in Puncto A; ponamus AD infinitè exiguum, Lineasque BF & DG ad AC dari parallelas, erunt hæc ut Quadrata Linearum AB, AD*, quæ sunt ut Tempora, quibus AF, AG, percurruntur.

SCHO-

SCHOLIUM II.

De Motu in Circulo.

Vis quaecunque, quâ Corpus in Circulo retinetur, si ad Circuli Centrum dirigatur, agit semper perpendiculariter ad motûs directionem; tangens enim ad radium perpendicularis est *. Idcirco Actio hujus Vis nunquam cum motu Corporis conspirat, aut contrariè agit, & semper agit eodem modo ac in Corpus quiescens ageret; hac de causâ non interest, utrum talis Vis, quæ Corpus in Circulo retinet, sit ejusdem naturæ cum Gravitate, & in omni casu, agat in Corpus motum ut in quiescens, an non, eodem modo Corpus retinet.

Moveatur Corpus in Circulo, cujus Diameter est GL; C Centrum Circuli & Virium. Detur Corpus æquale per AD projectum, Velocitate quâ Corpus in Circulo movetur.

Corpora hæc, æqualibus Temporibus, percurrunt Lineas æquales, infinitè exiguas, AB, GH; æqualibus etiam Temporibus percurrunt Lineolas BE, HI; primum pondere suo, secundum Vi Centrali; positâ BE verticali, & HI ad GC parallèlâ; quæ Lineolæ sunt inter se, ut Corporis Pondus ad Vim Centralem, quæ Corpus in Circulo retinet *.

Sit DF altitudo, à quâ cadendo Corpus acquirit Velocitatem, cum quâ projectio fit, Corpus spatium hoc cadendo percurrit, dum motu uniformi projectione, Lineam duplam percurrit *; si ergo DF sit verticalis & AD dupla ipsius DF, Corpus projectum per F transibit *: Idcirco AB², aut GH², ad AD², aut 4 × DF², ut BE ad DF*.

In Circulo ductâ Ii parallèlâ GH, id est perpendiculari ad diametrum *, erunt Gi aut HI, GI aut GH, & GL, in continuâ proportionem *, quare GH² = HI × GL.

Memorata proportio mutatur ergo in hanc:

HI × GL, 4 × DF² :: BE, DF :: BE × GL, DF × GL. Alternando.

HI × GL, BE × GL :: 4 × DF², DF × GL. Unde deducimus

HI, BE :: DF, $\frac{1}{4}$ GL.

Id est Vis, quâ Corpus in Circulo retinetur, est ad Corporis Pondus, ut Altitudo, à quâ Corpus cadendo acquirit Velocitatem, cum quâ projectio fit, ad quartam partem diametri.

Si idem Corpus, in eodem Circulo, aliâ Velocitate feratur, consequentia proportionis manent; mutantur idèò antecedentia in eâdem ratione, id est Vis Centralis variat, ut Altitudo, à quâ cadendo Corpus acquirit Velocitatem, cum quâ movetur, quæ altitudo sequitur proportionem Quadrati Velocitatis *.

Quandiu autem de eodem Circulo agitur, Tempus Periodicum eò minus est, quò Velocitas est major, & vice versâ, estque Tempus hoc inversè ut Velocitas, unde patet Demonstratio N. 616. Vires, cæteris paribus, esse inversè ut Quadrata Temporum Periodicorum.

In N^o. 607. diximus, Vires Centrales, positis Corporibus, ut & Temporibus Periodicis æqualibus, esse ut Distantias à Centro; quod ut demonstremus

649.

* 18. El. III.

650.

TAB.

XXIV.

Fig. 4.

* 587. 133.

* 376.

* 541.

* 120. 374.

* 18. El. II.

* 31. El. II.

8. 4 El. VI.

651.

652.

* 374.

653.

654.

TAB.

XXIV.

Fig. 5.

poni-

ponimus duo Corpora æqualia, Circulos concentricos BIL, AFM, æqualibus Temporibus, describere; momentis minimis æqualibus Arcus similes BI, AF, percurrunt. Corpora autem, momentis iisdem, per tangentibus BH, AD Arcubus æquales, moverentur, si nulla daretur Vis Centralis. Corpora ergo, æqualibus momentis, Viribus Centralibus, transferuntur ab H ad I, & a D ad F, & quidem, propter Arcus infinitè exiguos, per Lineas rectas HI, DF, in quarum ratione sunt Virces Centrales; has autem Lineas esse ut Distantias à Centro, BC, AC, facile patet.

655. Superest circa Motum in Circulo ut demonstremus Propositionem N. 621. Sint Distantiæ à Centro D & d; Tempora Periodica T, t; Virces Centrales V, v:

ponamus $T^3, t^3 :: D^3, d^3$; ergo $\frac{D}{T^3}, \frac{d}{t^3} :: \frac{D}{D}, \frac{d}{d^3} :: \frac{1}{D}, \frac{1}{d^3}$. Sed $V, v :: \frac{D}{T^3},$

* 620. $\frac{d^3}{t^3}$; ergo $V, v :: \frac{1}{D}, \frac{1}{d^3}$. Q. D. E.

SCHOLIUM III.

De Motu in Ellipsi.

IN hoc, & sequentibus Scholiis, ponimus agi de Vi, quæ in Corpora mota; ut in quiescentia, agit.

656.
TAB. XXIV.
Fig. 6.

* Hirc
sect. con. lib.
2. prop. 10.
* 646.

Sit Ellipsis DAE; Centrum C; moveatur Corpus in Ellipsi, in quâ retinetur Vi, quæ ad hujus Centrum dirigitur; Vis hæc determinanda est.

Detur Corpus in A, & sit AI Tangens ad Ellipsin: AB diameter; ED diameter ipsi conjugata, tangenti parallela*; AL Arcus momento exiguo constanti descriptus; IL, parallela AC, Spatium, eodem momento, Vi Centrali percursum, quod Spatium ipsius Vi Centralis rationem sequitur*.

Ducantur LG parallela IA, & LH ad AC perpendicularis; ut & AF ad ED normalis; ducatur quoque CL.

* 29. El. I. Triangula Rectangula LHG, AFC, sunt familia propter Angulos æquales LGH, ACF*. Ergo LH, LG :: AF, AC; & LH × AC = LG × AF.

Constans autem est quantitas LH × AC; est enim duplum Areae Trianguli ALC*, quæ momento constanti, quo AL describitur, proportionalis est*.

* 41. El. I.
* 585. 641.
* La Hirc
sect. con. lib.
5. prop. 21.

* ibid. lib.
3. prop. 3.

In Ellipsi etiam est constans quantitas ED × AF*; Ergo ED × AF, est ad LH × AC, aut LG × AF, id est, ED ad LG, semper in eadem ratione, ubicunque Punctum ut A in Ellipsi sumatur; constans idcirco etiam est ratio inter ED & LG. In Ellipsi autem ED, LG :: AB, AG × GB*, aut LI × AB, propter æquales AG & LI, & differentiam infinitè exiguam inter GB & LI; constans idcirco etiam est ratio inter AB & LI × AB, id est, inter AB & LI: augetur ideo & minuitur LI, id est Vis Centralis, in eadem ratione in quâ augetur & minuitur AB, aut ipsius dimidium AC, quod æquale est Distantiæ Corporis à Centro; ut notavimus in N°. 633.

657. Si verò, dum Corpus in Ellipsi movetur, Vis ad Focum dirigatur, hæc recedendo

Quando à Centro Virium decrefcit in ratione inverfà quadrati diftantia, ut habetur in N°. 626. cujus Propositionis hic dabimus Demonftrationem.

Sit DAB femi Ellipfis; BD Axis; C Centrum; F Focus, ad quem Vis dirigitur; AI Tangens ad Ellipfin in Puncto quocunque A; AL arcus infinite exiguus.

Ductis AC, AF; fint LG & CE parallelæ Tangenti AI; LI parallelæ AC; & Li æquidiftans AF; erunt æquales LI & AG, ut & Li & Ag*. AE autem erit æqualis CD femi axi majori; ductis enim Af ad Focum alium & fM etiam ad AI parallelâ, erunt anguli AMf, AfM æquales*, & latera AM, Af, æqualia*, funt etiam æqualia EM, EF* propter æquales CF, Cf*: Ergo EM+MA id eft EA valet FE+Af, & eft EA dimidium fummæ Tangentiarum FA, Af, quæ fimul fummæ æquales funt axi BD*.

Ducantur ulterius LH ad AC normalis, & Lb cum AF angulos efficients rectos; junganturque Puncta H, b.

Propter angulos AbL, LHA, puncta H, b, funt in circumferentiâ Semi-circuli cujus diameter eft AL*; idcirco anguli bLH, bAH, funt in eodem segmento, & idcirco æquales*: funt etiam in eodem segmento, & æquales, anguli LHb & Lab; hic autem quia AL eft infinite exigua cum angulo IAb coincidit, & angulo AEC æqualis eft*; quare fimilia funt Triangula LbH, AEC; & Lb, LH::AC, AE aut CD.

Etiam, propter Triangula fimilia AgG, AEC, AG eft ad Ag, aut LI ad Li, ut AC ad AE, aut CD.

Hicce pofitis concipiamus duo Corpora Ellipfin hanc percurrentia, eodem tempore, quorum unum retineatur Vi, quæ ad Centrum Ellipfeos C dirigitur, alterum Vi ad Focorum alterum F tendente.

Dum Corpora ambo Arcum exiguum percurrunt AL, primum Vi Centrali movetur per IL, fecundum Vi Centrali percurrit iL, tempora autem, quibus Corpora has lineolas percurrunt, funt inter fe ut arcæ LAC, LAF*, ponimus enim integram Ellipfin æqualibus temporibus à fingulis Corporibus percurri; ideoque, in utroque cafu, idem Tempus Periodicum per integram Arcam repræfentari. Arcæ verò illæ funt inter fe ut harum dupla AC×LH, AF×Lb; hæc autem producta, quia LH, Lb::CD, AC, funt ut AC×CD ad AF×AC, id eft, ut CD, ad AF.

Spatia IL, iL, Viribus Centralibus percurfa, quæ ut vidimus funt ut AC ad CD, funt etiam in ratione compofitâ Virium, & quadratorum Temporum*, aut linearum CD, AF.

Vis per AC huic Lineæ proportionalis eft, ut demonftravimus*, & hac ipfâ Lineâ designari poteft; Vim per AF dicimus V: ergo AC, CD::AC×CD, V.

Unde deducimus $V = \frac{CD^2}{AF}$; patet igitur propter constantem CD²,

mutato Puncto A, Vim V mutari in ratione inverfâ quadrati Diftantia AF. Q. D. E.

Circa Motum in Ellipfi ulterius in N°. 627. duo notavimus, quæ nunc demonftrabimus.

TAB.
XXIV.
Fig. 7.

* 34. El. I.

* La Hire
fclt cen. lib.

* prop. 8.

* 5. El. I.

* 2. El. VI.

* 625.

* 625.

* 31. El. III.

* 21. El. III.

* 29. El. I.

* 585. 641

* 647

* 656

658. Sit semi Ellipsis BAD; Axis major BD; semi Axis minor CA; F Focus;
 TAB. Centrum Virium. Centro F, & radio FA circulus describatur AP; demon-
 XXIV. strandum Tempus Periodicum in Circulo æquale esse Tempori Periodico in
 Fig. 8. Ellipsi; Radius enim FA æqualis est semi Axi majori Ellipseos, ut ex hujus
 • 625, descriptione sequitur*.

Dentur duo Corpora in A, quorum unum in Circulo, alterum in Ellipsi
 moveatur, sintque AL, AM Arcus minimi, eodem tempore, descripti; Spa-
 tia Vi Centrali percursa erunt æqualia; quia ambo Corpora ad eandem distan-
 tiam AF à Centro dantur: Spatia autem hæc sunt iL , NM, positis A i ad
 Ellipsin, & AN ad Circulum, tangentibus; ut & NM, & iL , ad AF pa-
 rallelis. Sint etiam IL ad AC, OM ad NA, GL ad AI parallelæ, & du-
 cantur LC, LF, MF.

* 31. El. III. In Circulo OM^q æquale est $2MN \times AF^*$; nam AF & OF pro æqualibus
 8.4. El. VI. habentur, & AO, MN, sunt æquales.

* La Hire
 scilicet con. lib.
 3. prop. 3. In Ellipsi AC^q, BC^q aut AF^q: $2IL \times AC$, GL^q* = $\frac{2IL \times AF^q}{AC}$ sunt
 enim æquales AG, IL, & AC, GC tantum quantitate infinite exigua dif-
 ferunt.

Triangula I iL , ACF, sunt similia, quia latera sunt respectivè parallela;
 idèò FA, AC:: iL , aut MN, IL = $\frac{MN \times AC}{FA}$.

Substituendo pro IL valorem in hac æquatione GL^q = $\frac{2IL \times AF^q}{AC}$, habe-

mus GL^q = $2MN \times AF$; cui quantitati etiam æquale est OM^q: sunt ergo
 æquales GL & OM, unde patet in Ellipsi Corpus in extremitate Axeos mi-
 noris eadem Velocitate moveri, quàm aliud fertur in Circulo cujus diameter
 æqualis est Axi Ellipseos majori, si eadem Vi Centrali, quæ ad focum Ellip-
 seos dirigitur, ambo in Curvis retineantur, & hæc est prima pars N^o 627.

659.
 * 37. El. I. Quia Curva in A parallela est ipsi Axi BD, sunt æqualia Triangula CAL,
 FAL*; Triangula rectangula CAL, FAM, quorum bases sunt æquales,
 sunt inter se ut altitudines AC, AF aut CD; In hac eadem ratione sunt in-
 ter se Area Ellipseos, & Circuli. Idcirco alternando Area Trianguli CAL,
 aut FAL, ad Aream Ellipseos, ut Area Trianguli FAM ad Aream Circuli:
 ergo Tempus in quo Corpus movetur per AL ad Tempus Periodicum in El-
 lipsi, ut Tempus in quo percurritur AM ad Tempus Periodicum in Circu-
 lo*; antecedentia sunt æqualia, idèò & consequentia. Quod ultimum demon-
 strandum erat.

SCHOLIUM IV.

De Motu in Orbitâ agitâ.

Detur Curva quæcunque à Corpore Vi Centrali descripta, AF; Centrum Virium C. Dividatur Curva hæc ductis Radiis ex Centro C, CA, CB, CD &c. Angulos æquales infinitè exiguos inter se continentibus.

Concipiamus singulos Angulos servatâ Radium longitudine æqualiter augeri aut minui, novamque Curvam dari *af* per Radium extréma transeuntem.

Triangula ACB, *acb* propter Bases æquales CA, *ca*, sunt inter se ut altitudines *, quæ sunt ut Anguli ACB, *acb*; singuli autem Anguli in unâ Curvâ sunt ad respondentes in aliâ, in eâdem ratione; in singulis enim Curvis sunt omnes æquales inter se; idèò Triangula quæcunque respondentia ut ACB, *acb*; BCD, *bcd*; sunt in eâdem ratione, & summæ quæcunque Triangulorum respondentium etiam in eâdem ratione*; idcirco Triangula hæc mixta sunt proportionalia ACE, *ace*: : ECF, *ecf*; & alternando ACE, ECF::*ace*, *ecf*.

Ponamus nunc Corpus in Curvâ *af* moveri, dum Corpus quod Vi Centrali ad C tendenti Curvam AF percurrit; concipiamus ulterius, dum Corpus unum percurrit AB, alterum per *ab* transferri, dum primum ad D pergit, alterum dari in *d*, & sic ulterius; eodem Tempore ergo percurruntur AE, *ae*, & Tempore etiam eodem percurruntur EF & *ef*; idcirco Tempora quibus AE, EF percurruntur, sunt ut illa quibus per *ae*, *ef*, Corpus movetur. Tempora autem illa sunt ut Areae ACE, ECF*; quæ sunt ut Areae *ace*, *ecf*; in quâ ergo ratione sunt Tempora quibus per *ae*, & *ef*, Corpus transfertur; quæ eadem Demonstratio cum locum habeat, sumtis Arcibus quibuscunque; sequitur, Corpus, in Curvâ *af* translato, describere Areas, lineis ad Centrum *c* ductis, Temporibus proportionales, & retineri in Curvâ Vi Centrali ad *c* tendenti*.

Concipiamus nunc Curvam AC circa Centrum C moveri ita, ut motus angularis Curvæ sequatur proportionem motûs angularis Corporis, in hac Curvâ agitati: dum Corpus in Curvâ ab A ad F movetur, ipsius motus angularis est ACF; ponamus Curvam interea transferri motu angulari, Lineamque *a* C ad situm AC pervenisse, Angulosque ACF, AC*a* dum augentur eandem semper inter se rationem habere; quare erunt etiam in ratione constanti Anguli *a*CF, ACF*.

Si nunc hæc ratio illa sit, quæ in Figurâ præcedenti (9.) datur inter Angulos *a*cf, ACF; & moveatur Corpus, retineaturque Vi Centrali in Curvâ quiescente AEF, aliudque Corpus eodem modo percurrat Curvam similem, & æqualem, ut dictum agitatum, hoc ultimum, ut faciliè patet, reverâ movebitur in Curvâ *aef* quiescente.

Hinc deducimus, Corpus omne, quod Vi Centrali Curvam quæcunque describit, eandem Curvam, circa Centrum Virium mobilem, Vi aliâ Centrali describere posse.

680.
TAB.
XXIV.
Fig. 9.

* 1. El. VI.

* 12. El. VI.

* 585. 64t.

* 586. 64t.
TAB.
XXIV.
Fig. 10.

* 12. El. V.

661.

De differentiâ inter Vires has Centrales nunc agendum.

662.
TAB.
XXIV.
Fig. 11.

Sint A, B, D , tria, parum admodum à se invicem distantia, Puncta Curvæ cujuscunque, à Corpore, Vi Centrali ad C tendenti, percurfæ; detur GBH tangens ad Curvam in Puncto B ; sintque GD, HA , ad BC parallelæ: ponimus GB, BH æquales inter se, ideoque AB, BD æqualibus Temporibus percurri.

Propter distantiam inter Puncta A, B, D , infinitè exiguam, Vis Centralis, in Motu per hæc Puncta, non mutatur; ideo Temporibus æqualibus, quibus AB, BD percurruntur, æqualiter Vi Centrali à rectâ deflectitur Corpus, id est, hujus via æqualiter incurvatur, ex quâ æquali deflectione sequitur æquales esse inter se HA, GD .

Angulus quem Curva quæcunque cum tangenti efficit est infinitè exiguus; ideoque HA & DG sunt infinitè exiguæ respectu HB, BG ; quare cum hæ sint æquales, & infinitè exiguæ, sunt æquales Anguli BCA, BCD .

Sint ulterius Anguli ACA, DCd , æquales inter se; & Centro C descripsi Arcus Circulorum Aa, Dd . Evidentiſſimè patet Puncta a, B, d , esse Puncta Curvæ in quâ Corpus movetur, si in Curvâ ABD mobili feratur, posito Motu angulari Curvæ ad Motum angularem Corporis, ut Angulus aCA ad Angulum ACB^* ; & in hoc Motu Corpus ab a ad B fertur eodem Tempore, in quo in Curvâ quiescente ab A ad B pergit.

Ponamus FBI , in Puncto B , tangere Curvam aBd , & ad BC parallelas dari Ia, Fd ; quia æqualibus Temporibus percurruntur aB, Bd , sunt æquales IB, BF , quæ isdem Temporibus sublata Vi Centrali posset percurreri; suntque etiam æquales Fd, Ia ; quod eadem Demonstratione evincitur quâ probavimus æquales HA, GD .

Jungantur F, G ut & H, I ; & ducantur DE parallela FG , & AL parallela HI ; producat ED ad O secans BC in N .

Propter æquales BH, BG , & BI, BF , ut & æquales angulos HBI, FBG , sunt æquiangula & congrua Triangula FBG, BHI^* , quare sunt æquales FG, HI quæ etiam parallelæ sunt*: quare etiam æquales & parallelæ AL, ED , ut & FE, GD, HA, IL^* ; Sunt quoque æquales La, Ed , cum sint quantitatum respectivè æqualium differentiæ: Aa & Dd , Angulorum æqualium mensuræ, in Circulis, quorum radii infinitè parum differunt, sunt etiam æquales; ideo æquiangula sunt Triangula ALa, DEd^* , & æquales Anguli ALa, DEd ; hic autem æqualis est Angulo ONC , & ille Angulo DNC^* ; propter crura parallela; quare sunt æquales & recti Anguli ONC, DNC .

663. Eo Tempore quo, Vi Centrali, in Curvâ mobili percurritur Fd , in Curvâ quiescente, Vi Centrali, percurritur GD , quæ æqualis est FE ; ideo Spatium differentiâ Virium, eodem Tempore percursum, est $E d$. Punctum autem E in hac Figurâ determinatur ductâ per D perpendiculari ad BC .

664.
TAB.
XXIV.
Fig. 12.

Hiscæ positis, sit Centrum Virium C , & moveatur Corpus in Curvâ AEG ; ita circa Centrum Cagitatâ, ut motus angularis Curvæ se habeat ad motum angularem Corporis in Curvâ, circa idem Centrum C , ut Angulus aCA ad Angulum ACE . Sit EG continuatio Curvæ AE ; Centro C radio CG descri-

describatur Arcus FGg ; ductisque EC, GC , fiat Angulus GCF ad ECG , ut angulus aCA ad ACE . Dum Corpus percurrit EG in Curvâ AE , motu Curvæ, Punctum G ad F transfertur, & Corpus percurrit EF , tempore quo potuisset percurrere EG , in Curvâ quiescente. Per G ad EC ducatur perpendicularis GH , quæ utrumque continuata secat EC in H , & CF , continuatam, in f ; & erit fF spatium differentiâ Virium percursum, positis Angulis $F CG$ & GCE infinitè exiguis*.

* 663.

Si, sumpto Puncto E alio quocunque, EG & EF ita determinentur, ut æquali tempore describantur, ubicunque detur Punctum E ; id est, si aræ EGC, EFC , determinatam habeant magnitudinem*, lineola fF differentiæ Virium proportionalis erit*.

* 585. 641.

* 646.

Area EGC dicatur N ; & M arca EFC ; positis N & M quantitativis determinatis. Habemus $EC \times GH = 2N$ & $EC \times fH = 2M$; unde deducimus $GH = \frac{2N}{EC}$ & $fH = \frac{2M}{EC}$; ut & $fH + GH$, id est $fg = \frac{2M + 2N}{EC}$, &

$fH - GH$, id est $fG = \frac{2M - 2N}{EC}$. Ex proprietate Circuli est $fG \times fg = fF \times fI$ sumtis FC & CI æqualibus*.

* 36. ELIII.

Æquatio hæc, substituendo pro fG & fg valores, mutatur in hanc $\frac{4M^2 - 4N^2}{EC^2} = fF \times fI$; sed, propter fF infinitè exiguam, fI valet $2FC$, & quia infinitè parum differunt CF, EC , una pro aliâ usurpari potest: ergo iterum mutatur æquatio in hanc $\frac{4M^2 - 4N^2}{CF^2} = 2fF \times CF$: idcirco

$fF = \frac{2M^2 - 2N^2}{CF^2}$. Numerator hujus fractionis est constans quantitas; sequitur ergo fF , quæ exprimit differentiâ Virium, rationem inversam denominatoris, nempe, cubi Distantiæ à Centro.

Vis hæc est excessus quâ Vis Centralis in Curvâ mobili superat Vim in Curvâ quiescente, & motus Curvæ cum motu Corporis conspirat.

Quando Punctum f cadit inter G & H , eadem Demonstratio locum habet, sed Vis Centralis in Curvâ quiescente excedit aliam, & Curvæ Motus in contrariam partem dirigitur. Si autem Punctum f inter H & g , aut ultra g cadat, agitur de Motu Corporis in contrariam partem ex E ad A .

Ex hisce omnibus deducimus. Si Corpus, Vi Centrali quâcunque, Curvam describat, hoc, superadditâ, aut detractâ, Vi, quæ sequatur rationem inversam cubi Distantiæ, eandem Curvam, circa Centrum Virium mobilem, describere.

665.

Si Vis superaddatur, Motus Curvæ cum Motu Corporis ad eandem partem tendunt. 666.

In contrarias partes diriguntur, si Vis detrabatur. 667.

668. **C**orpus in Ellipsi retinetur Vi Centrali, ad Focum tendente, & juxta rationem inversam quadrati Distantiæ decrescente*; si superaddatur Vis, quæ decrescat in ratione inversâ Cubi Distantiæ, eandem Corpus describet Ellipsim sed ita translatam, ut eandem partem versus motus hujus cum motu Corporis dirigatur*. Vis ultima magis decrescit, auctâ Distantiâ, quàm prima; idcirco summa Virium, celerius decrescit quàm juxta rationem inversam quadrati Distantiæ, unde constat Propositio N. 631.

669. Simili Demonstratione constat N. 632.; nam si ex Vi, quæ sequitur rationem inversam quadrati Distantiæ, tollatur Vis, quæ sequatur rationem inversam Cubi Distantiæ, id est, primâ celerius decrescens, quæ superest lentius quàm juxta rationem inversam quadrati Distantiæ, auctâ hac, minuitur.

670. In N. 630, 631, 632, egimus de Viribus, juxta rationem, à ratione duplicatâ inversâ Distantiæ parum aberrantem, decrescenibus, aut de Curvis Circulis finitimis; quia in hisce casibus in Propositionibus error sensibilis non datur, quamvis Vires sequantur rationem aliâs potestatis Distantiæ; in quo casu, Mathematicè loquendo, Curva non est Ellipsis, mota juxta Leges explicatas; ad quod requiritur Vis, quæ est summa, aut differentia, Virium, quarum una sequitur rationem inversam duplicatam*, alia inversam triplicatam, Distantiæ*.

671. Ut autem ex dato motu angulari Ellipsæos Vim addendam, aut detrahendam, & vice versâ, ex datâ hac, motum Curvæ determinemus, sit A extremitas Axæos majoris; F Focus, Centrum Virium; a A portio Circuli Centro F, radio FA, descripti; AL Ellipsæos portio.

Ponamus dum Corpus in Ellipsi fertur per AL, ipsam Curvam Motu angulari a FA transferri; Angulosque a FL, AFL esse inter se ut M ad N. Ponimus etiam Angulos hos esse infinitè exiguos.

In a & A, ad Circulum a A, ducantur Tangentes a i, EAI, sibi mutuò occurrentes in E, & quarum ultima etiam Ellipsin tangit in A; ducantur etiam AB, LI, ad a F parallele; ultima propter infinitè exiguos Arcus a A, AL, pro parallelâ haberi potest ipsi AF; tandem sint AC ad a B, & LG ad AI, parallele.

36. El. III. Sunt æquales Ea, EA, idèoque a E & EB, quæ EA æqualis est. Propter Triangula similia EBA, EiI, est EB aut $\frac{1}{2} a B$, Ei aut $a i - \frac{1}{2} a B :: BA$, i I; a B autem se habet ad a i, ut Angulus a FA ad a FL, id est, ut M - N ad M: ergo BA, i I :: $\frac{1}{2} M - \frac{1}{2} N$, $\frac{1}{2} M + \frac{1}{2} N :: M - N$, M + N.

31. El. III. Ex Circuli proprietate a C aut BA, a A aut a B, & Diameter, sunt in continuâ proportionē; ergo $BA = \frac{a B^2}{2 A F}$. Ellipsis, in extremitate Axæos majoris, coincidit cum Circulo, cujus diameter est Axæos parameter*; idèò, si

*31. El. III.

8.4. El. VI.

* La Hire

sect. con. lib.

7. cor. prop.

6.

fi hæc dicatur $2R$, erit $IL = \frac{AI^3}{2R} = \frac{Bi^3}{2R}$: sed $\frac{aB^3}{2AF}$ se habet ad $\frac{B^3}{2R}$, ut

$$\frac{M-N^3}{AF} \text{ ad } \frac{N^3}{R}; \text{ idcirco } IL, AB :: \frac{N^3}{R} \frac{M-N^3}{AF}.$$

Sed ut vidimus $AB, Ii :: M-N, M+N$; ergo ex compositione rationis

$$IL, Ii :: \frac{N^3 \times M-N}{R}, \frac{M-N^3 \times M+N}{AF} = \frac{M^3-N^3 \times M-N}{AF} :: \frac{N^3}{R}, \frac{M^3-N^3}{AF}$$

Eodem Tempore percurrunt IL & Ii ; prima, Vi quâ Corpus retinetur in Ellipsi quiescente; secunda, differentiâ Vis hujus cum Vi quâ Corpus in El-

lipsi mobili retinetur: ergo Vis in Ellipsi ad differentiâ hanc, ut $\frac{N^3}{R}$ ad

$$\frac{M^3-N^3}{AF}^*.$$

* 646.

Dicatur $\frac{N^3}{AF^3}$ Vis, quâ Corpus in Ellipsi retinetur in Puncto A , & fiat

$$\frac{N^3}{R}, \frac{M^3-N^3}{AF} :: \frac{N^3}{AF^3}, \text{ ad differentiâ Virium } \frac{RMM-RNN}{AF^6}, \text{ in extre-}$$

mitate Axos majoris.

Si agatur de Distantiâ aliâ quâcunque, quæ dicatur D , Vis, quâ Corpus re-

tinetur in Ellipsi, hac analogiâ detegitur*, $\frac{1}{AF^3}, \frac{1}{D^3} :: \frac{N^3}{AF^3}$ ad Vim quæ-

* 646. 657.

$$\text{fitam } \frac{NN}{DD}.$$

Differentia Virium detegitur hac Regulâ*, $\frac{1}{AF^6}, \frac{1}{D^6} :: \frac{RMM-RNN}{AF^6}$ ad *

* 665.

$$\text{differentiam quæfitam } \frac{RMM-RNN}{D^6}.$$

Idcirco Vis integra quâ Corpus in Ellipsi mobili retinetur sequitur propor-

672.

tionem $\frac{NN}{D^3} + \frac{RMM-RNN}{D^6}$, quando Corpus & Ellipsis ad eandem par-

tem tendunt.

Si Motus hi fuerint contrarii, Vis proportionalis est $\frac{NN}{D^3} - \frac{RMM+RNN}{D^6}$.

673.

De Computatione Motuum Apfidum in Curvis parum cum Circulo differentibus.

674. **A**pfides dicuntur extremitates Axeos majoris Ellipseos, in quâ movetur Corpus, quod Vi ad Focum tendente retinetur. Agitur hic de motû Apfidum determinatione, id est de motu angulari Ellipseos, positâ Vi, quâcumque diversâ ab eâ, de quâ in præcedenti Scholio egimus; in quo casu motus ad Ellipsin mobilem referri non poterit, nisi agatur de Curvâ à Circulo parum differente*.

* 670. 675. Lemma autem præmittendum est. Quadratum hujus quantitatis $a - b$ est $aa - 2ab + bb$; ut Cubus formetur singulæ quantitates hujus quadrati per $a - b$ multiplicari debent, productum duarum primarum per has est $a^3 - 3aab + 2abb$ & in reliquâ parte producti adscendit b ad majorem quàm ad primam Potestatem.

Ut ex Cubo formetur quarta Potestas, singulæ Cubi quantitates per $a - b$ multiplicari debent; multiplicatis duabus primis, habemus $a^4 - 4a^3b + 3aabb$, & in reliquis omnibus Potestatis elevatur b ultra primam Potestatem.

676. Sic continuando clarè patet: Si agatur de Potestate quantitatis $a - b$, cujus index sit n , primos terminos esse $a^n - na^{n-1}b$, & in reliquis omnibus elevari b ad Potestatem majorem.

677. Positis nunc quæ in Scholio præcedenti sunt demonstrata; dicatur H distantia omnium maxima AF ; & X differentiâ indeterminatâ inter H & D . Reducendo duas fractiones $\frac{NN}{D^2} + \frac{RMM - RNN}{D^2}$ ad unicam habemus $\frac{DNN + RMM - RNN}{D^2}$; substituendo in Numeratore pro D valorem $H - X$,

Vis in Ellipsi mobili proportionalis est $\frac{RMM - RNN + HNN - NNX}{D^2}$.

Detur nunc Vis quæcumque, quam, ut solutio magis universalis sit, concipimus formari ex duabus Viribus junctis (si plures essent, eodem modo procedendum foret), quæ habeant inter se rationem quamcumque, quæ datur inter a & b ; & quæ separatim sequantur rationem ejuſdemque Potestatis distantiae. Sit prima ut Potestas $m - 3$, secunda ut Potestas $n - 3$: Vis ergo proposita est ut $\frac{aD^m + bD^n}{D^2} = \frac{a \times H - X^m + b \times H - X^n}{D^2}$.

* 676. Pro $H - X^m$ ponimus $H^m - mH^{m-1}X + \&c.$ * in reliquis terminis ultra primam Potestatem adscendit X ; idè hi omnes exigui sunt respectu illorum qui hic ponuntur, quia X exigua est respectu H : ponimus enim Curvam cum Circulo parum differre.

Eodem

Eodem modo $\overline{H-X^n} = H^n - nH^{n-1}X$ & Vis integra est ut
 $aH^m - amH^{m-1}X + bH^n - bnH^{n-1}X$
 $\frac{D^c}{D^c}$

Si nunc Motus Corporis, quod hac Vi in Curvâ retinetur, referri debeat ad Motum in Ellipsi mobili, Vis hæc analogâ ponenda est cum Vi quâ Corpus in tali Ellipsi revera retinetur; Analogis enim Viribus, id est quæ constant ex partibus respondentibus & proportionalibus, Curvæ similes describuntur.

Sunt ergò analogæ quantitates hæc $\frac{RMM - RNN + HNN - NNX}{D^c}$ &

$\frac{aH^m - amH^{m-1}X + bH^n - bnH^{n-1}X}{D^c}$ id est propter communem Denomina-

torem, sunt analogi Numeratores.

In Ellipsi à Circulo parum differenti, H cum semi parametro R vix differt, ut ex generatione Ellipseos * & parametri definitione sequitur *; ergò $-RNN + HNN$ sese mutuò destruunt & RMM fit HMM; Quantitatesque analogæ sunt HMM - NNX & $aH^m - amH^{m-1}X + bH^n - bnH^{n-1}X$, id est partes constantes sunt inter se ut indeterminatæ, quæ per X multiplicantur; ergò HMM, NNX :: $aH^m + bH^n$, $amH^{m-1}X + bnH^{n-1}X$. Cum autem Arithmetice computationes ineundæ sint, ponimus distantiam maximam per unitatem exprimi, id est $H=1$; etiam consequentia dividimus per X, quo proportio non turbatur: & habemus MM, NN :: $a+b$, $am+bn$.

Ergo N, M, :: 1, $\sqrt{\frac{a+b}{am+bn}}$.

Hæc universalis est Regula, quæ faciliè casibus peculiaribus applicatur.

Sit Vis, quæ sequatur rationem cujuscumque Potestatis Distantiæ, & sit Index $n-3$; Vis ergò est ut $\frac{D^n}{D^c}$, hanc expressionem ponimus æqualem generali

expressioni $\frac{aD^n + bD^n}{D^c}$, & patet a, & m, non dari, ergò $=0$; b valet unum;

& n numerum quemcumque exprimit: mutatur ergò proportio hæc N, M :: 1,

$\sqrt{\frac{a+b}{am+bn}}$ *, in hanc N, M :: 1, $\sqrt{\frac{1}{n}}$, aut M, N :: 1, \sqrt{n} .

Id est, Motus Angularis Corporis, in Ellipsi translata, se habet ad ipsius Motum Angularem, in eadem Ellipsi quiescente, ut unitas ad radicem quadratam numeri, qui tribus excedit indicem Potestatis, cujus rationem Vis sequitur.

Ex dato igitur Motu Angulari Curvæ, Potestas quam sequitur Vis detegitur; & vice versâ, ex datâ Potestate detegitur Motus Curvæ Angularis.

Exemplum unicum dabo, quod usum suum habet in Astronomicis. Detur Corpus quod movetur in Ellipsi, quæ singulis revolutionibus tribus gradibus progrediatur, id est, Motus Corporis in Curvâ translata est 363. grad. dum in Orbe quiescente foret 360. grad.; M ergò ad N, ut 363. ad 360; aut ut

Bb

121

678.

679.

625.

* La Hire
 sect. con. def.
 post. pro. 3.
 lib. 3.

680.

681.

* 682.

682.

683.

121. ad 120; & MM ad NN, ut 14641. ad 14400: ergò $n = \frac{14400}{14641}$, & Potestas Distantiæ cujus proportionem sequitur Vis est $\frac{14100}{14641} - 3 = -\frac{29523}{14641}$ quare

vis est reciprocè ut $D^{\frac{19123}{14641}} = D^{\frac{241}{14641}} = D^{\frac{4}{241}}$ proximè.
684. Si progressus Apfidum, Singulis revolutionibus, esset 3^r, 2', 38". Vis ef-

set reciprocè ut $D^{\frac{7}{418}}$, proximè.

685. Et alium casum quoque proponam, qui etiam usum suum habebit in sequentibus. Detur Vis, quâ Corpus in Ellipsi quiescente retineatur, & quæ ad Focus tendat, id est, quæ sequatur rationem inversam quadrati Distantiæ *, & subducta sit Vis, quæ sequatur rationem directam distantiae; ex datis Viribus quæritur Motus Apfidum, & Vice versâ.

* 626.657.

* 677. Vis est ut $\frac{1}{DD} - bD = \frac{D - bD^{\frac{1}{2}}}{D^c} = \frac{aD^m + bD^n}{D^c}$ *: ergò $a = 1; b = -b; m = 1;$

* 680. $n = \frac{1}{2}$. Et $N, M :: 1, \sqrt{\frac{1-b}{1-4b}}$ *: unde $b = \frac{MM - NN}{4MM - NN} = \frac{M + N \times M - N}{2M + N \times 2M - N}$.

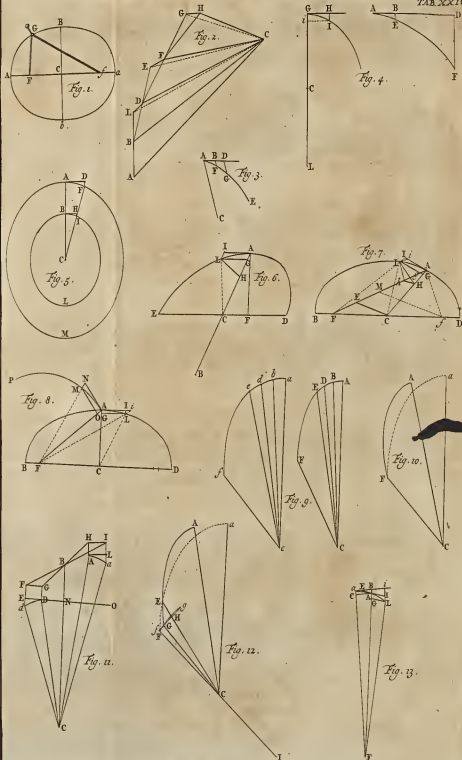
* 631.668. Motus Apfidum ad eandem partem, cum Motu Corporis, dirigitur *: quia, auctâ distantia, crescit Vis quæ tollitur, quo diminutio in recessu à Centro, major est quam pro ratione inversâ quadrati Distantiæ.

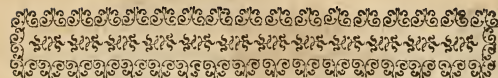
686. In Exemplo præcedenti, in quo $M, N :: 121, 120, b = \frac{241 \times 1}{362 \times 122} = \frac{1}{183,14}$:

687. Si Progressus angularis Curvæ, singulis revolutionibus Corporis in Curvâ, esset 3^r, 2', 38". b æqualis esset $\frac{1}{180,66}$ id est, Vis subducta talem partem valeret aliâ Vis, quæ Corpus in Ellipsi quiescente retineret.

FINIS LIBRI PRIMI.



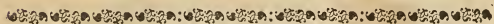




PHYSICES

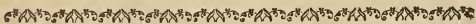
ELEMENTA MATHEMATICA,

EXPERIMENTIS CONFIRMATA.



L I B E R II.

Pars I. de Viribus infitis.



C A P U T I.

*De Naturâ, Genesi, & Destructione, Virium in genere,
harumque differentiis cum Pressionibus.*

COrpus quiescens Motui resistit, non quamdiu
quiescit, sed dum Motum acquirit *: Corpus, ^{* 191}
quod movetur, Accelerationi & Retardatio-
ni resistit; non quamdiu Velocitatem servat,
sed quando hæc mutatur, sive aucta, sive imminuta, fue-
rit *.

Universaliter ergo, *Corpus, quod Velocitatem acquirit,* ^{* 364.} 688.
aut amittit, resistit; quæ Resistentia, in ultimo casu Actio
vocatur.

Corpus enim quod Motum acquirit Inertiâ resistere,
si Motum amittat, Vi insitâ agere, dicitur: sed hæc re-

689. lativè tantùm differunt. *Acquirere Velocitatem, & Velocitatem amittere, sæpe eandem mutationem in Motu exprimunt.*

690. Corpus quod habet decem gradus Velocitatis, & quatuor amittit, eandem Velocitatem acquirit in Nave; Velocitate decem, aut majori, motâ ad eandem partem ad quam tendit Corpus; & illud, quod in Nave habetur pro Actione, quâ Motus communicatur, si ad Navem non attendamus vocatur Effectus, quo idem ille Motus consumitur: id est Corporis, de quo agimus, Resistencia, dum Motus mutatur*; habetur pro Effectu Inertiæ ab eo, qui in Nave est, & ad hanc ipsam Motum refert, pro illo autem qui, non attendendo ad Navem, Motum considerat, Corpus Vi suâ insitâ agit.

691. *Relativè ergò tantùm differunt Inertiâ & Vis; & eadem*
 * 689. *Resistentia, ex mutato Motu oriunda*, ad Inertiam, aut Vim, refertur, pro ut mutatio hæc pro augmento, aut diminutione, Motûs habetur.*

Positâ hac relativâ distinctione inter Inertiâ & Vim, videmus Corpus quiescens non habere Vim; nam Motum amittere non potest, neque Vi suâ agere; Inertiâ autem resistere potest Corpus, sive quiescat, sive moveatur.

694. Vis ergò illud est, quo Corpus motum à quiescente distinguitur, & quo Corpus Facultatem acquirit agendi in Ob-
 695. *staculum.* Sed verba hæc relationes exprimunt, moveri & quiescere, agere & resistere, relativè tantùm differunt.

Ex quibus sequitur, illa, quæ ad hanc materiam pertinent, duobus modis considerari posse, ad Virium Genesin, aut ad ipsarum Destructionem attendendo.

696. *Pressione Vim generari, ex ante dictis faciliè deducimus;*

697. vidimus enim, hac Corpus ex loco moveri, si non contrariâ Actione retineatur*. Quicumque Celeritate Corpus
 * 363. cedit,

cedit, hanc in perpetuum servabit, quamdiu causâ extraneâ non destruitur *. Si continuetur Pressio in Corpus, *augetur Celeritas* jam acquisita, illudque *quamdiu Corpus premitur*. * 355.

Nulla unquam datur Pressio sine Reactione ipsi Pressioni æquali *; ubi non contrariâ Pressione destruitur, sed Obstaculum movet, Pressio, Vimque generat, Obstaculi Inertiæ, ut vidimus, Resistentia, aut Reactio, tribuenda est *. * 361.

Pro parte sæpe contrariâ Pressione destruitur Pressio, quod superest in hoc casu movet Obstaculum, & Vim generat; sic Navis quæ fune trahitur, ab aquâ patitur Resistentiam: quamdiu hæc minor est Pressione illâ, quâ funis trahitur, augetur Navis Celeritas, & Reactio, quæ Actioni æqualis est, cum utramque partem versùs funis æqualiter distendatur, pro parte Inertiæ Navis tribuenda est. Ubi, auctâ Celeritate, eò usque Resistentia aquæ crevit, ut sola Actionem destruat, quâ Navis protrahitur, Motu æquabili, Vi insitâ, progreditur hæc; duabus Pressionibus, in hanc agentibus, sese mutuò destruentibus; ut de Curru antea observavimus *. * 364. 698.

In omni casu in quo Pressione Obstaculum movetur, aut huius Motus augetur, non contrariâ Pressione in totum destruitur Pressio, quare *Vis generatur*. * 364. 699.

Pressio, in instanti infinitè exiguo, Velocitatem, ideòque Vim, infinitè exiguam Corpori tantum communicare potest; *Vis* ergò est Effectus Pressionis, quæ per tempus finitum in Corpus egit, & *valet Actionem Pressionis, quæ ipsam communicavit*; Effectus enim integræ Causæ respondet: idcirco Vis æqualis est Actioni integræ, quam exerit Pressio, dum per tempus finitum agit. Pressio

sio verò ipsa singulis momentis, infinitè exiguis, destruitur; & quando de ejus magnitudine agitur, Actio, quam in tali instanti præstat, considerari tantum debet; hæc enim distincta est ab Actione Pressionis, quæ momento præcedenti egit, aut in sequenti aget. Unde sequitur

701. *Vim Pressionem superare, quantum tempus finitum momentum infinitè exiguum excedit.*

702. *Ergò Pressio omnis respectu Vis insitæ est infinitè exigua.*

703. *Idcirco Vis minima maximam potest superare Pressionem.*

704. *Qui conati sunt Experimentis Pressionem cum Vi insitâ conferre, effectum Pressionis considerarunt, in quo Corpus fuit contractum, aut Partes intropressæ, quod*
 * 699. *sine Motu locali, idèdque Genesi Vis insitæ *, fieri non potuit; cujus Vis insitæ Effectus, cum Effectu aliûs Vis fuit collatus.*

Cum quotidianis quoque Observationibus congruit, Ictum minimum majorem esse Pressione quacunque. Detur enim Pressio, quantumvis magna, si ipsi opponatur Obstaculum, quod, per tempus minimum, ab ipsâ superari non potest, in perpetuum non poterit. Ictus tamen quantumvis exiguus, sæpius repetitus, obstaculum omne destruere potest.

In his omnibus non agitur de Pressione infinitè magnâ, quæ tempore finito Vim generat infinitè magnam.

705. *Quando Pressio Vim generat non in Acceleratione æquales gradus Velocitatis æquali Actione communicantur; ut enim æquales gradus Velocitatis Corporibus æqualibus, quorum unum quiescit, alterum movetur, æqualibus Actionibus, communicentur; requiritur ut illud, quod in Corpora agit, respectu utriusque eandem habeat relationem; id est, desideratur ut Causa movens, eâdem Velocita-*

te cum Corpore moto feratur, in quod tunc poterit
agere ut in Corpus quiescens: *Actio* autem, quâ *Causa* 706.
movens transfertur, superaddenda est Actioni hujus ipsius, ut
habeamus Actionem integram quâ Corpus movetur. Utraque
enim *Actio* ad Corpus movendum impenditur. Hinc 707.
deducimus *difficilius Corpus accelerari quàm moveri, & eò ma-*
jori difficultate, quò majorem jam habet Velocitatem.

Ut *Pressio* auget *Velocitatem*, idèdque *Vim*, sic etiam 708.
hanc *Pressione* minui posse, satis manifestum est; *Vim*que
destruere *Actionem* contrariam, dum consumitur: quæ
Resistentiæ destructio vocatur *Effectus* ipsius *Vis*, ut jam
diximus*.

Corpus autem ipsum dum agit, nullam patitur *Actio-*
nem, exceptâ *Reactione* ex *Obstaculi Resistentiâ*, quæ
Reactio, cùm *Actioni* æqualis sit *, sequitur *Corpus pati* 709.
quantum agit; & Actionis Effectum in Obstaculum sequi ratio-
nem ipsius Vis amissæ, diminutio enim ipsius *Vis* est *Effec-*
tus Reactionis; unde deducimus, *Vires* integras pro-
portionales esse *Effectibus* quibus consumuntur, quod
etiam aliâ consideratione evidens est.

Nunquam *Corpus*, in instanti indivisibili, *Motum* ac- 710.
quirit, aut amittit; sit hoc semper successivè: & ut *Ac-*
tio integra, quâ *Motus* communicatur, valet summam
omnium *Actionum* minimarum, quibus successivè agen-
tibus *Motus* fuit communicatus*; sic *Actio* integra ipsius
Corporis valet summam *Actionum* minimarum, successi-
varum, quibus *Motum* consumsit *Corpus*.

Quò major est *Resistentia*, quam certo momento pa- 711.
titur *Corpus*, eò ipsius *Actio* in hoc ipso instanti major
est. Idèd, si continuetur *Resistentia*, quò major hæc erit,
eò citius integram *Corpus* amittet *Vim*; *Effectus* tamen
diver-

diversus non erit; nam Vis quæ Resistentiâ destruitur, proportionem sequitur ipsius Resistentiæ, & Temporis per quod egit; id est Vis amissa sequitur rationem compositam Resistentiæ & Temporis; quam eandem rationem sequitur Actio Corporis, & Effectus quem edit.

712. Ita ut iterum pateat *Vim amissam Effectui, quem edit dum destruitur, proportionalem esse, sive breviori sive longiori Tempore destruat. Quod cum Experimentis convenire postea videbimus. Demonstravimus superiùs Vim æqualem*
 *700. *esse Actioni quâ communicatur* *; ex his autem patet etiam æqualem esse Vim Actioni quâ consumitur; Unde
 713. *deducimus, eâdem Actione gradum quemcunque Velocitatis tolli, quâ communicari potest. Æquali Actione quâ Corpori, quod novem habet gradus Velocitatis, decimus superadditur, si decem haberet, ad novem reduceretur.*

714. Ex quibus sequitur *Corpus difficiliùs accelerari quàm retardari. Si Corpus decem habeat gradus Velocitatis, faciliùs tollitur decimus quàm communicatur undecimus* *.
 *707. 713.

Ex his generalioribus de Viribus insitis harum Mensura deducenda erit; non autem quæ de Mensurâ Pressionum demonstrata sunt ad Vires immediatè referre debemus; toto Cælo enim differunt hæc duo Pressio & Vis.

715. 1°. *Pressio in loco agere potest, Actio autem Vis insita est de loco in locum: nisi enim Corpus sit in Motu, Vi insita agere non potest; etiam ut Inertiâ resistat, ex loco moveri debet.*
 716. 2°. *Intensitas Pressionis in punctum, cui immediatè applicatur, determinata est in singulis momentis, pendet hæc ab ipsâ Pressione. Intensitas Actionis Vis cujuscunque insitæ, non ab hujus magnitudine; sed ab Obstaculo*

*cælo pendet, quod in infinitum, manente Vi, variari potest *.*

* 711.

3°. *Actio Pressionis est indeterminata, mutatur pro circumstantiis *, & cæteris paribus, sequitur rationem Temporis per quod agit. Vis autem Corpori insita, datis ipsius Massâ & Velocitate, determinata est, & determinatum tantum edere potest Effectum, qui breviori, aut longiori, præstatur tempore, pro majori, aut minori, quam patitur Resistentiâ *.*

* 717.

* 141.

4°. *Pressio nulla datur sine Resistentiâ *; si non agat, non est Pressio. Insita autem Vis Corpori inheret, & quamdiu Corpus, eâdem Velocitate, servatâ suâ Directione, in Motu perseverat, non agit Vi suâ, hancque integram servat.*

* 711.

* 718.

* 362.

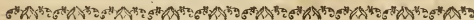
5°. *Pressio & Vis sunt inter se incommensurabiles; hæc infinite magna est respectu illius *.*

* 719.

* 702.

6°. *Tandem Pressio oppositam Pressionem immediatè destruit; demonstrabimus verò in sequentibus, Vim nunquam contrariam Vim immediatè destruere posse.*

* 720.



C A P U T II.

De Mensurâ Virium ex harum Genesi.

Pressionem Vim generari vidimus, hancque esse æqualem integræ Actioni, quâ communicata fuit *; quare de integrâ hac Actione determinandâ nunc nobis agendum est.

* 721.

* 700.

Actionem Pressionis, cæteris paribus, sequi rationem Intensitatis suæ manifestum est *.

* 722.

* 140.

Cc

Actio-

723. *Actiōnem, datâ Pressionis Intensitate, sequi rationem Spatii percurſi, certo Tempore, à Puncto cui applicatur, quoque vidimus **. Hoc fundamento nituntur omnia quæ de *Æquilibrio* demonstrata sunt; unius *Unciæ Pondus* sustinet integræ *Libræ* conatum; quando, datâ *Punctorum* quibus applicantur agitatione, illius *Spatium* percurſum decies & sexies superat *Spatium* quod integra *Libra* eodem *Tempore* percurrit. *Spatium* autem, certo *Tempore* percurſum, sequitur rationem *Velocitatis puncti translati **.

724. Tandem *Actiōnem Pressionis*, quæ per *Tempus* agit, hujus *Temporis* rationem sequi quoque clarum est.

725. Ergò *Actio integræ Pressionis est, ut hujus Intensitas **,
 * 722. *ut Velocitas Puncti cui applicatur **, & *ut Tempus per quod*
 * 723. *egit **, id est, sequitur rationem compositam ex hisce tribus rationibus; estque ut productum quod habetur multiplicatis hisce tribus; & nihil præterea, in hac determinatione considerandum esse satis clarè patet.

Si, durante *Actiōne*, *Potentix Intensitas*, aut *Puncti Velocitas*, varientur, pro singulis momentis *Actio determinanda est*, & *summa omnium Actiōnum minimarum valebit Actiōnem integram*; cui *Vis* comunicata æqualis erit*; si nullum alium, præter generationem ipsius *Vis*, præstiterit Effectum.

Spatium percurſum sequitur rationem *Temporis* & *Velocitatis **; Unde deducimus considerationem *Temporis* & *Velocitatis*, in indicatâ computatione, negligi posse, si modò attendamus ad *Spatium percurſum à Puncto quod premit*; & *Spatium hoc ductum, in Intensitatem Pressionis, exprimet Vm communicatam*.

728. Si *Punctum*, dum percurrit *Spatium determinatum AB*, certâ

certâ Vi premat, id est si *Intensitas Pressionis determinata sit, eandem præstabit Actionem, sive celerius, sive lentius, moveatur*; Tempus enim minuitur, quantum Velocitas augetur, & vice versâ; id est quantum Actio unius respectu minuitur, in tantum alius respectu augetur*; ideo in hoc casu ad Tempus non attendimus.

TAB.
XXV.
Fig. 1.

* 723. 724.

Si Pressionis Intensitas varietur; sed in singulis punctis lineæ determinata sit; in singulis Spatiolis Actio quoque determinata erit; & summa Actionum minimarum quoque eadem erit, quocunque tempore linea à Puncto premente fuerit percursa.

729.

Casus hic extat, quando Lamina elastica, flexa, (quam in sequentibus *Elafterium* vocabimus) relaxatur. Tunc Punctum premens Spatium percurrit ut AB; & in variis relaxationibus, positis singulis Vicibus eadem Elaſterii inflexione, eadem est Actio; quia singulis vicibus idem Spatium percurritur; & in puncto quocunque determinato, ut c, Viæ percurſæ, eadem est Pressionis Intensitas, in singulis relaxationibus.

730.

Ergò Idem Elaſterium, eodem modo flexum, dum relaxatur æqualem semper Vim Corpori communicat, sive lentius sive velocius relaxetur, si Elaſterii inertia à Corporis inertia non separata sit; quod obtinet, si Elaſterium partem Corporis constituat. Hoc in Experimentis semper observabimus, & in omnibus Corporibus Elasticis locum habet.

731.

MACHINA,

Quâ Experimenta instituuntur de Pendulo, Actione

Elaſterii, moto.

Tabula ABC ex ligno crassiori, verticalis, insistit pedi DFE, interpositis Sustentaculis H, H. Ut Tabula hæc magis firma sit, ipsi, ad partem posticam, jun-

732.
TAB.
XXV.
Fig. 2.

gitur Asser I verticalis, & ad A ferè pertingens: cohæret hic cum Assè L, triangulari, rectangulo, cujus basis Regulæ F, ipsius pedis, applicata est.

733. Pes sustinetur tribus Rotulis, similibus illis quas superius * indicavimus. Cochleis autem tribus ferreis, c, c, (tertia repræsentari non potuit) firmatur Machina, ipsam paululum elevando; & his in situ disponitur, ut Tabula sit verticalis, & linea BC horizontalis; quem situm indicat Perpendicularum T.

Ad exiguam tantum altitudinem supra Basin DFE elevatur Machina, ut magis firma sit.

734. Tabulam ipsam, circa superiorem partem, perpendiculariter trajicit Vectis ferreus quadratus M, qui, ad posticam Tabulæ partem, ita firmatur, ut omninò sit immobilis. Super hoc movetur Tubus, æneus, quadratus, qui quatuor cochleis firmatur.

735. Cum hoc Tubo duæ cohærent Laminæ, quæ sustinent Regulam ferream OQ, satis crassam, ut quando agitur motu tremulo non afficiatur; circa Axem, in superiori parte Regulæ hærentem, agitatio fit. Axis hic chalibeus est, benè politus, & perfectè firmatus; hujus extremitates conicæ sunt, & in cavitates, aut capsulas benè levigatas, ejusdem figuræ, penetrant, & versantur. Cava hæc conica in extremitatibus dantur Cochlearum, quæ dictas Laminas trajiciunt, & in quibus ita hærent ut difficulter moveantur; exiguo motu unius Cochleæ agitatio tremula Axis in ipsis capsulis impeditur.

Regula OQ, quæ, cum iis quæ ipsi junguntur, & de quibus postea, Pendulum format, in situ verticali, superficiei Machinæ parallelo, quiescit; & quando agitur, in plano huic superficiei parallelo movetur.

Ex

Ex Motu angulari hujus Penduli determinamus Vim 736.
 quâ agitatur; Motumque hunc Indicibus determinamus
 duobus, in scissuris *mm*, *nn* mobilibus, quorum ul-
 timus solus hic repræsentatur; firmantur cochleis poste-
 riori parti Tabulæ applicatis. Hujus superficies juxta
 scissuras paululum excavata est, quo motus Indicium di-
 rigitur. Constant hi ex Lamellâ ut *eb*, cum quâ, ad
 posticam partem, in extremitate *b*, cochlea cohæret,
 & cui ipse Index *ef* ad angulos rectos insistit, super hunc
 mobilis est Cursor minor *i*, qui ad libitum, in loco quo-
 cunque Indicis firmatur. Separatim talis Index exhibe-
 tur in G.

Firmatur hic Index, ut determinet altitudinem, ad
 quam in certo Motu adscendit Pendulum, aut altitudi-
 nem à qua demittitur in aliis Experimentis. Ab hac al-
 titudine pendet Velocitas, quam Pendulum descenden-
 do acquirit; & in adscensu determinat Velocitatem,
 quâ Pendulum sursum propellitur.

Velocitates has mensuramus, Regulis aeneis, divisis,
 V X, Y Z, quæ, in situ horizontali, Tabulæ sunt appli-
 cata; hujus superficies ita excavata est, ut hæc conveniat
 cum Regularum superficiebus; Regulis, à posticâ parte,
 cohærent cochleæ, per scissuras in Tabulam penetrantes,
 ut Regulæ firmentur; scissuræ loco foraminum adhiben-
 tur, ut magis accuratè Regulæ constituantur, quarum
 extremitates X, Y, respondere debent superficiebus Pen-
 duli; utraque nempe superficie, quæ cum ipsâ ad eandem
 partem datur; quod exactè determinatur ope Normæ
log p; applicatis enim ipsi Tabulæ lineis *og*, *gp*, ad an-
 gulos rectos habebimus erectam *gl*, quæ si applicetur
 superficie Penduli, dum hoc quiescit, Punctum *g* cum

Regulæ extremitate convenire debet. Elevato Pendulo utcumque, hujus inclinationem mensuramus, si Norma ita applicetur, ut g /perpendicularis sit in superficiem Tabulæ, & magis elevatam superficiem lateralem Penduli tangat; tunc, si Punctum g in lineam divisam Regulæ cadat, conveniet hoc cum divisione, quæ quæsitam inclinationem indicat.

Regularum divisiones initium habent in extremitatibus X, Y, & indicant angulos inclinationis Penduli, quorum subtensæ, quæ Velocitatum rationem sequuntur*, sunt ut numeri divisionibus adscripti; integra Regula continet divisiones 24, quæ singulæ in decem minores iterum divisæ sunt.

738.

TAB.
XXVI.
Fig. 1.

Pendulo Cursores tres applicantur; qui, juxta hoc mobiles, in loco quocumque ad libitum firmari possunt; duo exhibentur in A & B, tertius ipsi A similis est; foramina e , c , d , quorum solum c videri potest, & quæ æqualia sunt, & eodem modo disposita, cochleam continent, ut ipsis Cursoribus applicentur Solida F, G, H, I, L (TAB. xxviii. Fig. 7.), quæ caudâ, cochleam efficiente, sunt instructa; sextum datur ipsi H simile & æquale; de his postea separatim dicam, ubi singulorum usum explicabo. Quatuor ex his Solidis junguntur Cursoribus duobus primis ut A; tertio, ut B, in e additur quintum. Omnia hæc Solida æqualiter ponderant, & æquales altitudines habent.

739.

TAB.
XXVIII.
Fig. 1.

Tertio Cursori B jungitur in f , auxilio duarum Cochlearum g , g , in foramina i , i , penetrantium, Elastrium chalibeum O O. Hujus Lamina M M superficiiei Cursoris applicatur, & cochleæ, quibus firmatur, foramina v , v , trajiciunt. Elasticitas in annulis O, O, hæret; id est, hi Elastici sunt; & ideo Laminæ P, P, quando

quando Laminæ MM admoventur, spontè, ubi relaxantur, ab hac recedunt.

In medio Laminæ MM Lingula hæret chalibea r S, ad latera dentata, & cujus caput S, ultra P, P, parum prominet & perforatum est.

Tres Cursores (duo primi cum Solidis, & tertius cum Solido & Elasterio) æqualiter ponderant; & singulorum partes ita sunt in æquilibrio, ut, Pendulo O Q applicati, hujus situm non mutant: tertius cum conjuncto Elasterio, & Solido, cum Pendulo conjunctum exhibetur in R; potestque Pendulum Elasterio agitari; quod ut fiat, Lamina ferrea S Tabulæ ABC applicatur.

Laminam hanc separatim exhibemus in AB; cum hac ad angulos rectos & alia cohæret BC, etiam ferrea, quæ in medio perforata est.

Huic duæ minores Laminæ cupreæ, *de, ni*, quoque ad angulos rectos, insistant; quæ sustinent Laminam chalibeam *fg*, tenuiorem; Hæc separatim exhibetur, juxta veram magnitudinem delineata, in FG; quatuor aribus *b, b, b, b*, prædita est, quas cochleæ trajiciunt, quando Lamina firmatur; in hujus medio foramen datur oblongum L. Anterior superficies, quæ in Fig. 4^a exhibetur, polita est; posterior superficies in Fig. 3^a repræsentatur, & levigata etiam est. Huic applicantur Retinacula duo *p q, p q*, mobilia circa cochleas in *p, p*, quæ ipsa retinent; Elasteria debilia pinnulis *r, r*, applicant Retinacula, tuncque capita *q, q*, conveniunt; & ubi hæc separantur, sibi permixta ad eundem situm redeunt. Retinaculorum facies posteriores, quas in Fig. 3. videmus planæ sunt, illæ autem partes facierum anteriorum, (Fig. 4.) quas in foramine, in medio Laminæ, detegimus,

TAB.
XXV.
Fig. 2.

740.
TAB.
XXVI.
Fig. 2.

mus, L versùs convexæ sunt.

741. Capita q, q , separantur quando deprimitur Malleus
Fig. 2. m ; qui agitatur motu Caudæ vt ; quâ agitatione versatur Axis ts , cui ad angulos rectos insistit ipsius Mallei Cauda mo .

742. Lamina AB perforata est in zz & yy , ut hæc, duabus Cochleis, ex ære, ut b , per foramina trans lignum penetrantibus, auxilio cochleæ exterioris q , interpositâ Lamellâ cupreâ l , ne lignum lædatur, firmari possit.

743. Lamina hæc, ut diximus, in S exhibetur, & Cochlearum capita in b, b ; potestque in quatuor aliis locis
TAB. XXV. Fig. 2. firmari Cochleis per foramina $a, a; a, a; a, a; a, a$; penetrantibus: Cursor R ad talem firmatur altitudinem,

* 710. ut Lingula Elastarii respondeat foramini Laminæ Retinaculis instructæ *; in hoc foramen Lingula intruditur, quo Retinacula, propter obliquitatem dentium in anteriori parte, paululum separantur, sed statim redeunt ubi dentes primi ultra Retinacula pervenerunt; tunc Elastarium flexum cum ipsâ Laminâ cohæret; si magis Lingula intrudatur, dentes sequentes usu veniunt, & magis flectitur Elastarium; potestque hac Methodo inflexio variari.

Firmanda nunc est Lamina S ita, ut manente Elastario flexo, Pendulum in situ verticali constituatur. Hoc præstatum si ipsi Pendulo in antecessum, ubi sibi permissum hunc situm sponte acquisivit, Index *ef* admoveatur, & firmetur, ut post flexum Elastarium Penduli situm determinet; qui etiam auxilio Normæ *glop* determinari potest. Locus Laminæ S, qui hac methodo detegitur, mutatur, si alia sit Elastarii inflexio.

744. Præter tres memoratos Cursores *, etiam Pendulo eodem
* 738. dem

dem modo junguntur Pondera duo P, T, quorum primum in P exhibetur in (TAB. XXV. Fig. 2.;) Pondus hoc primum est duarum librarum, & altitudo sesqui pollicis; secundum T altitudinem duplam habet, trium nempe pollicum; sed tantum dimidiatam ponderat libram.

Mobilia sunt hæc Pondera juxta Pendulum, & ad libitum cochleis firmantur.

EXPERIMENTUM I.

Pendulum superius * memoratum suspenditur; ipsi applicantur Cursores tres *, qui ad diversas altitudines firmantur ita, ut respondeant foraminibus, in Tabulâ majori, per quæ Cochleæ *b, b*, transmittuntur; Cursor R Elastrium conjunctum habet.

Distat R viginti sex pollicibus à Puncto suspensionis, & ita flectitur Elastrium, ut primi Lingulæ dentes post Retinacula penetrent *: motu Mallei relaxatur Elastrium*; &, repetitis tentaminibus, quæritur ubi Index collocandus est *, ut ad hunc Pendulum perveniat, non verò incurrat; quod quàm exactissimè determinari potest.

Mutatur nunc situs Cursorum inferiorum; R collocatur ubi erat B, ad distantiam viginti pollicum à Centro motûs, & vice versâ B ubi erat R; mutato quoque situ Laminæ S. Flectitur nunc Elastrium, ut in præcedenti casu; &, relaxato hoc, ad eandem altitudinem ascendit Pendulum.

Ponatur R ad distantiam octo pollicum à Centro Motûs, in loco ipsius A, & vice versâ; si eodem modo reliqua peragantur, altitudo quoque erit eadem. In his tribus tentaminibus Elastrium eodem modo flectitur, sed inæqualibus temporibus relaxatur, & eundem, sin-

D d gulis

TAB.
XXVI.
Fig. 5.

745.

TAB.
XXIX.

Fig. 1. 2. 3.

* 735.
* 738.

Fig. 1.

* 743.
* 741.

Fig. 2.

Fig. 3.

gulis vicibus, præstat Effectum, eandemque Vim generat.

746. In hisce ad omnia benè attendendum, minima negligentia turbat Experimentum; ideo rarò perfectam angulorum æqualitatem habemus. In nostris Experimentis, hic explicatis, angulus maximus paululum superavit 44.
 * 737. divisiones minores Regulæ æneæ *; quæ divisiones vix decimam quintam Pollicis partem valent; & hujus anguli differentia, cum angulo minimo ex tribus, minor fuit unâ tali divisione. Mihi aliquando contigit minorem fuisse differentiam; sed difficulter eò pervenimus: difficultas verò est omnium maxima, quando Elastrium in extremitate inferiori Penduli huic jungitur; in quo casu minimum quid satis sensibilibiter turbat Effectum. Nunquam autem necessarium est situm hunc Elastrii eligere;
 * 745. Propositio, ipso hoc nostro Experimento *, abunde confirmatur.

* 747. Videamus nunc quæ ad comparisonem Virium immediate pertinent.

- Singulas Materiæ particulas, eodem modo motas, æqualibus Viribus agitari clarum est, *si ergò duo Corpora, æqualibus Velocitatibus ferantur, sunt Vires*, ut numeri particularum in singulis, id est, ut quantitates Materiæ, aut *ut Massæ*; hoc nomine enim Materiæ quantitatem in Corpore exprimimus.

Si Massæ convenient, sunt Vires, ut Actiones, quibus
 * 700. Velocitates diversæ ipsis communicantur *.

749. Corpori autem quod Motum acquirit, non subito
 * 710. communicatur Velocitas determinata *; successivè transit per omnes hujus gradus minores, dum continuata Actio in illud datur. Ponamus hanc esse Pressionem, cujus
 Inten-

Intensitas maneat, dum hujus Actio continuatur ita, ut Actio immediata in Corpus sit continuè eadem; quod obtineri non poterit, nisi Punctum premens eadem Velocitate cum Corpore continuè feratur *; in hoc autem casu, æqualibus temporibus, æquales gradus Velocitatis Corpori communicantur *; & Velocitas est ut Tempus per quod Pressio in Corpus egit: Ponimus Corpus non retineri, & Pressionem nullum alium præstare Effectum.

Ponamus lineam A B repræsentare Tempus, per quod pressio egit; B C Velocitatem Tempore A B communicatam; D E, parallela B C, repræsentabit Velocitatem Tempore A D Corpori impressam.

Si A B concipiamus divisam in innumeras partes æquales, infinitè exiguas; in hisce singulis, propter Tempora æqualia, & Intensitates æquales, Actiones, erunt ut Velocitates *.

Ergo in eadem ratione Corporis Resistentiæ.* Unde generalem deducimus conclusionem, *Corpus, quod determinatum gradum Velocitatis, infinitè exiguum, acquirit, Accelerationi resistere in ratione Velocitatis, quam habet.*

Unde sequitur *Actionem, quâ Velocitas Corporis, quod jam Velocitate finitâ movetur, gradu infinitè exiguo augetur, in infinitum superare Actionem, quâ æqualis gradus infinitè exiguus Corpori quiescenti communicari posset.*

Actio in momento, quod respondet Temporis instanti D, lineâ D E repræsentatur; omnesque lineæ similes repræsentant Actiones in momentis, quæ ipsis respondent; & omnes simul repræsentant integram Actionem. Harum linearum non mutatur ratio, si singulis eandem latitudinem concedamus *, & quidem illam, quæ va-

750.
TAB.
XXXII;
Fig. 1.

* 723.

* 361.

752.

* 1. EL. VI.

let lineolam, quâ unum, ex memoratis momentis, infinite exiguis, exhibetur; sed in hoc casu omnes lineæ simul efficiunt superficiem ABC; quæ ergo integræ Actionis, ideòque ipsius Vis communicatæ*, rationem se-

700.
753. quitur. Idcirco positis, in eodem Corpore, Velocitatibus ut DE, BC, Vires sunt ut superficies ADE, ABC; id est, in duplicatâ ratione, aut ut Quadrata, Velocitatum*.

19. El. VI.

Casus, quem examinavimus, exstat in Corporibus cadentibus, & circa quæ demonstravimus, ratiocinio huic simili, Spatia cadendo percurfa, ab initio casus mensurata, esse inter se, ut Quadrata Velocitatum cadendo acquisitarum*; unde deducimus, Vim, cadendo acquisitam, esse ut altitudinem, à quâ Corpus cecidit*; & hinc sequitur Gravitatem, quæ, equalibus temporibus, æquales Corpori communicat gradus Celeritatis*, non eidem æquales gradus Vis communicare*; sed illud, quo Corpus ad Tellurem tendit, cum ipso Corpore moveri*; dum in Corpus motum agit, ut in quiescens*.

* 374.
754.
755.
* 393.
* 370.
* 751.
* 749.
* 371.

756. Vires esse inter se in dictâ ratione duplicatâ Velocitatum, aliis quoque demonstrationibus, ex Principiis, quæ nihil inter se, neque cum his ex quibus nunc ratiocinati sumus, commune habent, deductis, patebit, ubi de Motu composito, & Fluidorum Resistentiâ, agam.

757. Vires, corporibus motis insitæ, non possunt differre nisi respectu quantitatis Materiæ in Corpore, aut Velocitatis, quâ hoc fertur; unde universalem comparandarum Virium deducimus. Regulam; sunt enim in ratione compositâ Massarum*, & Quadratorum Velocitatum*.

* 748.
753.

758. Quare æquales sunt Vires, si Velocitatum Quadrata fuerint inversè ut Massæ.

759. Tales etiam sunt Velocitates, quæ Actionibus æqualibus,

libus, (quales sunt Elastiorum æqualium, similium, & æqualiter inflexorum, relaxationes, quando Elastiorum Inertia à Corporum Inertiâ non differt*), Corporibus inæqualibus communicantur. * 734.

MACHINA,

Quâ plurima Experimenta, de Viribus insitis, & Corporum Collisione, instituuntur.

Constat Machina hæc, quæ lignea est, ex Tabulâ verticali CB, longa circiter pedes tres, & latitudinem, aut altitudinem, habens novem pollicum. Sustinetur hæc duabus Columnis D, D, quæ interpositâ Cruce firmantur. Cum hac Tabulâ cohæret minor Tabella horizontalis A, quæ sustinetur ab anteriori parte ab ipsâ Tabulâ CB, & ad partem posteriorem columnâ E, cujus diameter est ferè trium Pollicum cum semisse, & cujus situs, collatis figuris, clarè cognoscitur. Huic alia superimponitur Columna M, & quidem ita, ut ambæ exactè respondeant, & una sit quasi aliûs continuatio. Columnæ M pars inferior N in duas partes separata est, quæ penetrant per foramina x, x, Tabellæ horizontalis A, ut sese jungant parti b superiori Columnæ E, in quo situ firmatur cuneo d, per foramina y penetranti. Quando Columna M ita disposita est, Tabellæ PP, ex ligno tenuiori, cum hac Columnâ cohærentis, latus inferius applicatur Tabulæ A; ut magis accuratè situs ipsius Columnæ determinetur.

Columnæ tres E, D, D, Pedi horizontali insistant 760. GG H. Tribus Rotulis I, I, I, * tota Machina sustinetur, ut facilè moveatur; ubi tamen eâ uti debemus, Cochleis t, t, t, elevatur paululum, & in situ verticali quàm exactissimè disponitur; Perpendicularo Q, anteriori par-

ti Columnæ M applicato, hunc situm indicante.

TAB.
XXV.

Fig. 4.

Columnæ M partem superiorem separatim exhibemus, minus imminutam quàm in reliquis Figuris.

762. Pars hæc quadrata est, & ipsi jungitur Ancon O, ut sustineatur Regula ferrea S T T, cujus extremitas T T Crucem refert. Firmatur Regula cochleis ferreis f, f, quæ in lignum penetrant, in quo firmatæ sunt harum partes exteriores etiam ferreæ. Lamellæ e, e, cupreæ, sunt perforatæ; foraminis autem utriusque circumferentia, in superiori parte, incisione interrupta est, ut Filum commodè inferi possit.

763. Parti quadratæ superiori Columnæ M, superimpositum est lignum m, cujus anteriori superfici ei applicatur Regula cuprea A A (TAB. XXVIII. Fig. 2.), cum quâ cohærent cochleæ L, L; penetrant hæc per foramina in ligno m, quorum unum videtur in x: firmatur Regula ope cochlearum exteriorum m, m, interpositis, ne lignum lædatur, lamellis cupreis n, n. Literis a a notatur Regula hæc in Fig. 1. TAB. XXVII.

TAB.
XXVIII.
Fig. 2.

Regulæ huic, in extremitatibus applicantur Cylindri duo Y, Y; quibus jungitur Regula alia cuprea B B, quæ cochleis S, S, per foramina d, d, in foramina c, c, penetrantibus, firmatur.

764. Juxta hanc Regulam moventur Tubuli quadrati, G, G, G, F, F, F, quorum unus separatim exhibetur in O; hisce singulis, in inferiori parte, adhæret uncus; possuntque Tubuli ad libitum cochleâ firmari. Tubulorum lamellæ superiores majores sunt; quando conjunguntur, uncorum distantia est sesqui pollicis.

Ut autem, ab utraque parte, æqualiter, à medio Regulæ B B, removeantur, in hoc medio, inferiori Regu-

læ

læ superficiæ, in v , applicatur Lamella cuprea P, Crucis figuram exhibens, quæ cochleâ q firmatur. Quando brachia breviora cum ipsâ Regulâ conveniunt, in superiori parte conveniunt exactè, in medio Regulæ, Tubulorum mediorum laminæ superiores. Quando verò longiora brachia, Crucis P, cum Regulâ conveniunt, unci medii separantur, quantum in multis Experimentis requiritur, ut postea videbimus.

Regula alia datur cuprea CC, Regulæ AA similis, cui etiam alia jungitur DD, cum Tubulis & uncis; differentia autem quæ datur inter has Regulas, & præcedentes, collatione Fig. 2. cum hac, in quâ Tubulus separatim in R exhibetur, facillè patebit.

Regula CC jungitur Ferro superius descripto *, & quidem inferiori superficiæ partis TT, ut hoc videmus in Fig. 1. TAB. XXVII.

Regula ipsa est cc , firmata Cochleis e, e . Regula hæc, & adjuncta dd , parallelæ sunt ipsis aa , & bb , supra descriptis *, & omnes parallelæ sunt Plano CB; unci Regulæ bb cum uncis in dd respondent; id est, in utraque Regulâ eodem modo disponuntur.

Unci omnes in eodem Plano horizontali sunt, & linea, quæ per duos respondentes transfret, perpendicularis esset ad superficiem BC, si hæc continuata concipiatur.

Corpora, quibus Experimenta instituuntur, & r constant ex Rectangulis cupreis, quorum unum exhibetur in A.B. Filis, incisionibus c, c, d, d , insertis, suspenditur hoc. Distantia inter c, c , aut d, d , est trium Pollicum, ut respondeat cum distantia inter primum & tertium uncum, ubi tres junguntur *; modus autem suspensionis

765.

766.

767.

TAB.
XXVIII.
Fig. 3.

768.

* 762.

TAB.
XXVII.
Fig. 1.

769.

TAB.
XXVIII.
Fig. 4.

* 764:

fionis collatis inter se Fig. 1. TAB. XXVII. & Fig. 3. TAB. XXV. satis manifestus est. Externa Fila uncis *i, i, b, b*, sustinentur, & ipsa transeunt per foramina *e, e*, (TAB. XXV. Fig. 4.), ut ad paxillos, aut cuneolos *n, n*, deducantur; Fila alia ab uncis suis directè ad paxillos, *m, m*, descendunt; conversione cuneolorum Rectangula ad desideratum situm reducuntur; quod ut magis commodè fiat, cum plura dentur Fila, singulis peculiaris color tribuitur. Fila desiderantur tenuia, satis fortia, ut applicanda pondera ferre possint, ideò serica adhibemus; & illa, quæ ex filamentis, juxta longitudinem, mutuâ insertionem, junctis, efficiuntur, aliis anteponimus, quorum filamenta sunt contorta.

TAB.
XXV.
Fig. 1.

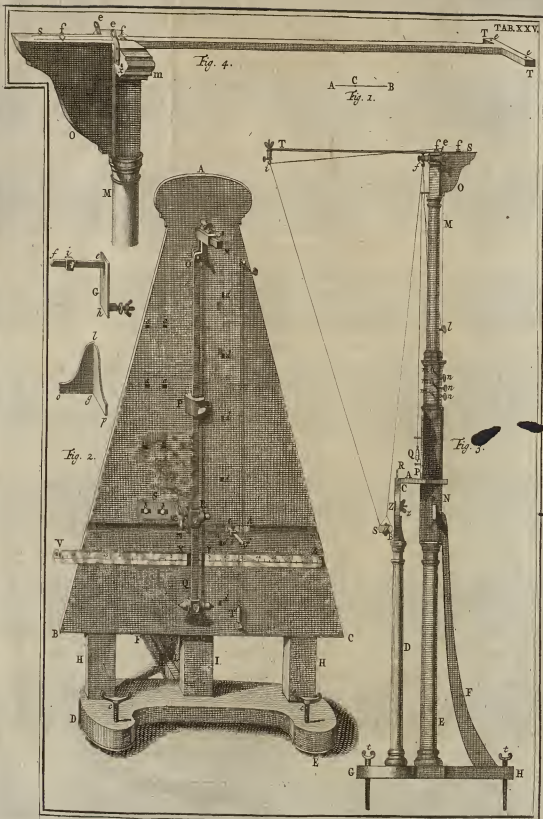
770. In medio superficiem anterioris Rectanguli *AB*, datur
TAB.
XXVIII.
Fig. 4.
cavitas *e*, quæ Cochleam continet, & cum quâ respondet Conus truncatus *f*, ut magis profunda sit; cujus Coni & alium usum statim videbimus.

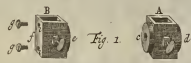
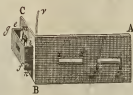
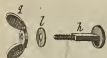
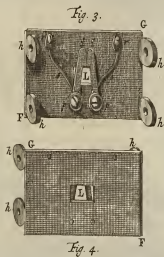
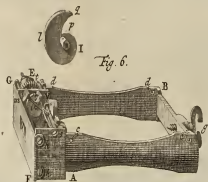
771. Huic eidem superficiem anteriori Rectanguli varia Cor-
Fig. 1.
pora applicantur, de quibus separatim dicendum erit, ubi in Experimentis usu venient: singula hæc Corpora æqualiter prominent; etiam hæc æqualiter ponderant; ut determinatum, & idem, semper sit pondus Rectanguli.

772. Duo talia dantur Rectangula, quæ hoc solo differunt; illud quod hîc exhibetur, præter cavitatem *e*, quam indicavimus, duo habet minora foramina *i, i*, in anteriori superficie, quibus Cochleæ inseruntur, ut videbimus postea.

773. Secundum Rectangulum, priori simile, æquale, & ejusdem ponderis, duo quoque foramina habet minora in anteriori superficie, non supra & infra *e*, ut *i, i*, sed ad latera hujus cavitatis *e*.

Pon-





Pondus Rectanguli, cum conjuncto Corpore, duplicatur, triplicatur, aut quadruplicatur, juncto Cylindro cupreo T, T, aut T; in hoc casu conus *f* immittitur cavitati *y*, cum quâ congruit, & firmatur Cylindrus cochleâ *g*, in foramen exiguum, ut *x*, in oppositam illius extremitatem, penetrante: si magis, ex gr. sexies, octies, nonies, aut decies sexies, Pondus augendum sit, solida plumbea V, V, V, aut X, adhibentur, quæ eodem modo firmantur.

In agitatione Rectanguli hujus Velocitas determinatur divisionibus Regulæ X V, aut Y Z, ut hoc in aliâ Machinâ jam explicavimus *; hæc tamen observanda sunt; scissuras, per quas cochleæ cum Regulis cohærentes penetrant, longiores desiderari, ad minimum novem, aut decem, pollicum. Non etiam Normâ, ibi adhibitâ, indigemus; quia Fila respondentia, anteriora, aut posteriora, in eodem plano dantur perpendiculari superficiei C.B. (anteriora vocamus quæ minus à medio hujus superficiei distant), & visum dirigendo juxta ambo fila, detegimus punctum cui hæc respondeant in ipsâ Regulâ.

Indices, quibus determinamus altitudines, à quibus Corpora in Experimentis demittuntur, aut indicamus illas, ad quas ascendunt, applicantur Regulæ cupreæ R R, juxta longitudinem Tabulæ A dispositæ, & quæ parum ab extremitate anteriori hujus Tabulæ distat.

Figura Indicum separata satis indicat, quomodo juxta Regulam hi moveantur; incisiones fiunt quatuor in *e, e*, &c. ut Capsula *ab*, quæ recipit Regulam, in extremitatibus coarctari possit, quo Index, propter elasticitatem

774.
Fig. 1.

775.
TAB.
XXVII.
Fig. 1.
* 737.

776.

777.
TAB.
XXVIII.
Fig. 6.

E e

cita-

citatem cupri, firmatur; ita tamen, ut translatio juxta Regulam non impediatur.

Indices majores duo desiderantur, exhibentur in O & Q; hi tantum differunt conjunctione cum Capsulis *ab*; præter hos duos requiruntur tres minores, ut P. Super majoribus moventur Cursores *c, c*, qui, Cochleis *d, d*, ad libitum firmantur*.

EXPERIMENTUM 2.

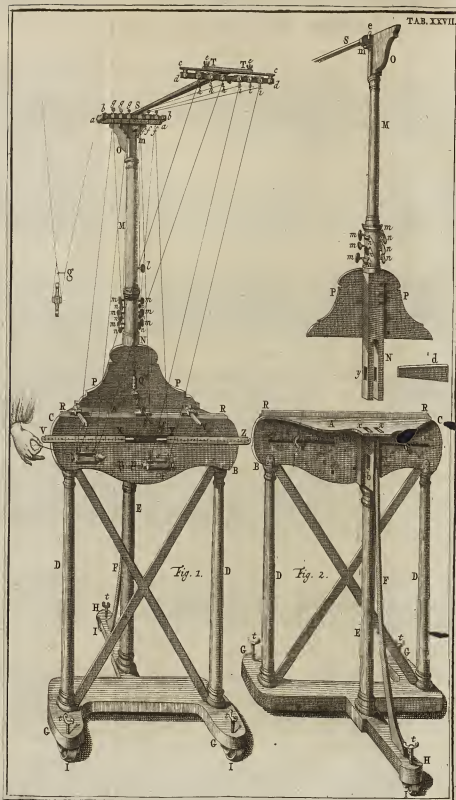
778. Rectangulo cupreo AB*, jungitur Elastrium OO*,
TAB. XXVIII. Fig. 1. 4 cochleis illis similibus, quæ in *g, g* (TAB. XXVI. Fig. 1.) exhibentur; penetrant hæ per foramina *v, v*, in foramina *i, i*, quæ spiram continent ut cochleam recipiant.

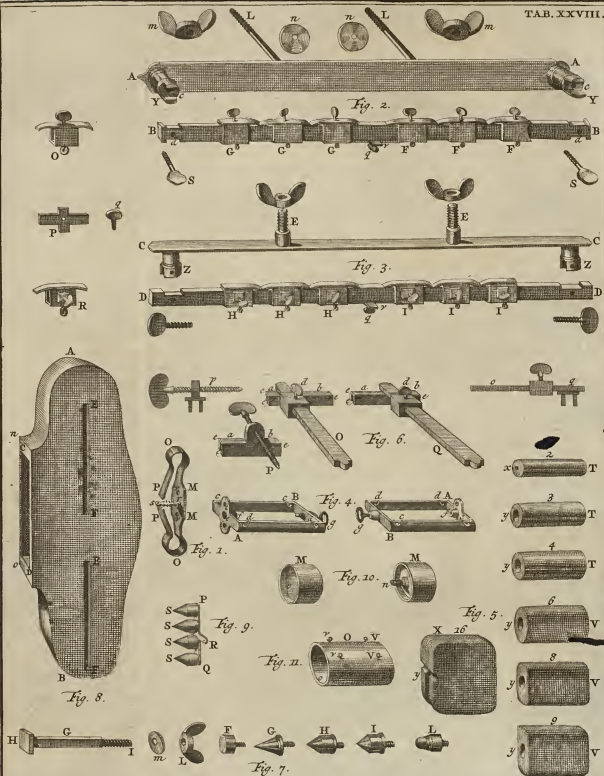
Necesse est, ut Rectangulum determinatum suum pondus habeat*; si quid deficiat suppletur hoc, interpositâ Lamellâ cupreâ tenuiori, quæ etiam perforata est, ut per ipsam dictæ cochleæ penetrent.

TAB. XXVIII. Fig. 1. Suspenditur nunc Rectangulum in loco illius quod exhibetur in *s*; cum autem in hoc casu peculiare quid observandum sit in dispositione Filorum anteriorum, hanc separatim exhibemus in *g*.

* 740
* 712. Tabulæ BC applicamus Laminam ferream, de quâ supra*; Cochleis firmatur*, quæ per foramina *n, n*, penetrant: Lamina, quæ Retinaculis est instructa, respicit Elastrium; & Rectangulum, cum quo hoc cohæret, ita, conversione cuneolorum *m, m, n, n*, disponendum, ut sit horizontale, habeatque longiora latera superficiei BC parallela; & ut detur ad illam, ab hac superficie, distantiam, & ad talem altitudinem, ut Lingula Elastrii foramini respondeat in medio Laminæ Retinaculis instructæ.

• Remo-





Removetur paululum Lamina, ut Corpus liberè suspensum sit; &, ubi quiescit, visus dirigitur juxta posteriora Fila, moveturque Regula YZ, donec hujus extremum Y ipsis filis respondeat. Admotâ tunc Laminâ, Lingula Elastarii in Foramen illius intruditur, quo Elastarium flectitur, & cum Laminâ cohæret *, quæ ita disponitur, & firmatur, ut Fila iterum extremitati Regulæ respondeant. 743.

In hoc situ ipsam nunc repræsentamus; *fg* est Lamina Retinaculis instructa, quæ cum majori *S* cohærens, cum hac ipsâ firmatur Cochleis *b, b* *. Premendo caudam *v* Mallei *m*, deprimitur hic, & relaxatur Elastarium *, quod cum conjuncto Rectângulo propellitur. Velocitas communicata tentando detegitur; Index major * disponitur ad illam distantiam ad quam judicavimus Fila elevari; secundo tentamine situs corrigitur, donec tandem eò perveniamus, ut filum accedat ad Indicem, & in hunc non incurrat; habuimus nos Velocitatem 16,8. ultimus numerus minores divisiones exprimit *. 779.
TAB. XXIX.
Fig. 4.
* 743.
* 744.
* 777.

Om nibus manentibus, Rectângulo inseritur Cylindrus *T*, ut Pondus Corporis moti fiat quadruplum *: reliqua ut in præcedentibus tentaminibus peraguntur, & Velocitas detegitur, quæ dimidium est prioris, nempe 8,4. 780.
TAB. XXIX.
Fig. 5.
* 774.

Sublato Cylindro *T*, adhibendum illud Pondus plumbeum *V*, quo Massa sit noncupla prioris *, & Velocitas detegitur 5,6. quæ prioris est pars tertia. 781.
TAB. XXIX.
Fig. 6.
* 775.

Si Massa adhibeatur sedecupla primæ, Velocitas valet 4,2.

In his omnibus casibus Actio, quæ Motum communicat, est ejusdem Elastarii, eodem modo flexi, relaxatio, 782.

ideòque eadem est Actio*; & Quadrata Velocitatum sunt inversè ut Massæ; id est, productum Massæ per Quadratum Velocitatis semper idem.

783. Quidam Philosophi in eâ sunt opinione, Actionem Elastarii non esse eandem, si Tempora, in quibus relaxatur, non sint æqualia; rem ita se non habere demonstravimus*; & Demonstrationem Experimento confirmavimus*. Nunc autem rem aliter consideraturus sum.

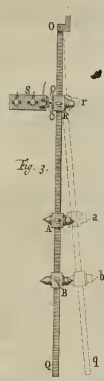
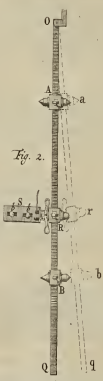
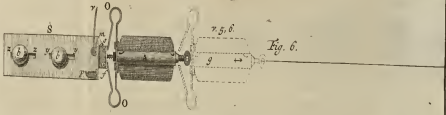
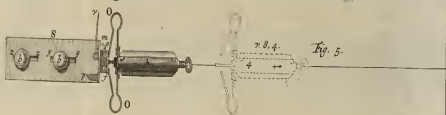
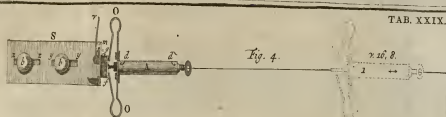
Eodem Elastario, eodem modo flexo, æqualibus Temporibus relaxato, Corpora agitabo diversa, & videbimus effectum cum Propositione N. 758. convenire, & productum Massæ per quadratum Velocitatis esse singulis vicibus idem.

784. Æqualibus temporibus relaxari Elastarium, eodem modo flexum, constabit, si Puncto, cui applicatur, singulis vicibus, eandem communicet Velocitatem. Nam Elastarii pars, quæ relaxatur, eâdem Velocitate movetur cum Puncto cui applicatur; cum nunc ponamus hujus Puncti Velocitatem, ideòque ipsius Elastarii Velocitatem, in fine relaxationis, singulis vicibus esse eandem, etiam erit eadem in iisdem gradibus expansionis; relaxatio enim fit in singulis occasionibus juxta easdem Leges, ita ut, æqualibus momentis, spatiola eadem percurrantur, & integra relaxatio, singulis vicibus, fiat eodem tempore.

EXPERIMENTUM 3.

785. Eâdem Machinâ, cum primo hujus Capitis Experimento*, demonstratur hoc. Pendulo* applicatur Ponderus T, quod dimidiatam valet libram*; applicari potest ad distantiam quamcunque à centro suspensionis; sit hæc 30 Pollicum, à Puncto medio Ponderis mensurata: Curfor cum

785.
TAB.
XXXI.
Fig. I.
* 745.
* 735.
* 744.



cum Elasterio in R firmatur; Cursor alius A, cum duobus solidis *, Pendulo, in Extremitate inferiori, jungitur. * 738.
Flectitur & relaxatur Elasterium, mensuraturque Angulus ut in primo Experimento dictum *; habuimus nos * 745.
Angulum partium 40,5.

Sublato Pondere T, Pondus applicavimus P*, ad distantiam à Centro suspensionis 15. Pollicum; & reliquis, ut in præcedenti casu, peractis, habuimus Angulum 37,8. 786.
TAB. XXXI.
Fig. 2.
* 744.

Quando Ponderum T & P distantia aliæ sunt, sed in eadem ratione, 2. ad 1, Anguli sunt diversi, & in aliâ ratione quàm nunc detecti; sed conclusio ex Experimento deducenda * est eadem; quia Velocitates Angulares semper sunt æquales inter se. Tales has in præsentī Experimento fuisse, computatione, & Experimento demonstrabimus; computationem in scholiis, Experimentum hîc, dabimus. * 788. 789.

EXPERIMENTUM 4.

Pendulo jungimus Pondus T, Cursores R, & A, ut in casu primo Experimenti præcedentis. Loco solidi conjuncti cum R, alio utimur F (TAB. XXVIII. Fig. 7.); & removentur ambo solida cum A conjuncta. 787.
TAB. XXXI.
Fig. 3.

Inter Lamellas, inter quas suspenditur Regula O Q*, alia exigua Lamella horizontaliter disposita est, in quâ foramen datur angustum; per quod filum transmittitur, quod sustinet Globum G, quo efficitur Pendulum simplex. Globi hujus pondus æquale est ponderi duorum solidorum à Course remotorum, ut Globus, conjunctus cum Course A, pondus habeat Cursoris hujus cum Solidis, ut in præcedenti Experimento fuit adhibitus. * 735.
459.

Uterius Penduli simplicis o G longitudo talis est, ut

Centrum Globi puncto medio Cursoris A respondeat; & ita Globus est suspenfus, ut admotus Cursori A, Filum parallelum fit Regulæ OQ.

Pendulum hoc OQ elevatur, ipsi conjungitur Globus G, & demittitur ab altitudine 40,5. divisionum: Penduli AO Centrum Oscillationis est inter A & O; ergò breviori tempore descenderet quàm Pendulum simplex
 418. OG, & propellit G in motu suo; ita ut eadem Materiae quantitas, eodem modo, descendat, quæ, in simili descensu Penduli OQ (Fig. 1.), agitata foret: Hac de causâ, ubi ad Punctum infimum pervenere *a* & *g*, velocitatem habent, quæ, in casu 1°. Experimenti tertii*, Cursori A fuit communicata. Nunc autem habet *g* majorem Velocitatem, quàm si tantum ab altitudine 40,5. descendisset, nam acceleratus fuit, ideò ad majorem altitudinem adscendet; separatur hac de causâ ab *a*, & in *g* adscendit ad altitudinem divisionum 46. Ut autem hunc Angulum mensuremus, disponitur Regula YZ, (TAB. xxv. Fig. 2.) ita, ut extremitas Y ipsi filo Penduli simplicis respondeat quando hoc quiescit.

Videmus ergò Velocitatem Cursori A communicatam, in casu 1°. Exper. tertii, illam esse, quâ Corpus G, Penduli OG, adscendere potest ad altitudinem 46.

TAB.
XXXI.
Fig. 4.
*786.

Eodem modo secundum casum, Experimenti ejusdem tertii*, examinamus; demittimus Pendulum OQ cum Globo G, ab altitudine 37,8. & adscendit hic ad altitudinem 46, ut in præcedenti casu.

788. Elastrium ergò in utroque casu eodem tempore fuit relaxatum, dum ipsi Pendulo eandem Velocitatem
 784. communicavit: Anguli in Exp. 3°. fuere inæquales, quia non eodem modo in utroque casu Pendulum fuit

retar-

retardatum; sed retardatio ad Actionem non spectat Elastarii, contingit illa post separatum à Laminâ fixâ Elastarium.

Idcirco Velocitas, quæ Corpori T in primo casu fuit impressa, est ad Velocitatem, quæ Corpori P in secundo casu fuit communicata, ut 2. ad 1; ita enim se habuere distantia à Centro Motûs; quod etiam, si corpus unum quodque in æqualem numerum partium juxta altitudinem divisum concipiatur, ad partes respondentes referri potest; quia Corporum altitudines sunt in eadem ratione 2. ad 1: Massæ autem sunt ut 1. ad 4; id est, inversè ut quadrata Velocitatum.

Has autem Velocitates Actionibus æqualibus fuisse 789. communicatas attendenti statim patet. Elastarium, in singulis occasionibus, duos præstitit effectus, 1. Motum Regulæ & Cursoribus, 2. Motum Corpori, communicavit. Regula, cum Cursoribus, singulis vicibus, eadem Velocitate fuit projecta; ideò partes Actionum Elastarii, quibus hoc fuit effectum, æquales fuere, & cum integræ Elastarii Actiones in utroque casu omninò fuerint similes, & Æquales; æqualibus quoque Actionum partibus Corpora ipsa T, & P, fuere agitata.

Ex Propositione hac Vires esse æquales, quando quadrata Velocitatum sunt in ratione inversâ Massarum*, 758. quam his Experimentis confirmavimus, facile deducimus; *Vires cadendo acquisitas quoque esse æquales, si altitudines fuerint inversè ut Massæ.* 790. * 754.

Si Corpora duo agitata fuerint Velocitatibus, quæ sint inversè ut Massæ, Vires erunt in eadem ratione inversâ Massarum, id est, ut Velocitates. Nam, in hoc casu, productum Velocitatis per Massam idem est pro utroque Corpore*. 791. * 12. El. V. Sint

Sint Corpora A & B; si hoc productum multiplicetur per Velocitatem Corporis A, dabitur hujus Corporis Vis*; Vis Corporis B habetur, multiplicando idem productum per Velocitatem ipsius B; Vires ergo sunt ut hæ ipsæ Velocitates*.

S C H O L I U M I.

De Viribus Pendulorum.

792. **Q**Uæ de Actionibus Elastiorum in hoc Capite diximus, non ulterius illustrabimus; quia omnia, quæ addi possent, de ejusdem Elasticii inflexionibus inæqualibus, de Temporibus relaxationum in diversis circumstantiis, comparandis, & determinandis, ad Caput ultimum hujus Libri pertinerent. In Scholio hoc illustrabimus quæ spectant Vires Pendulorum, quando agitantur, sive sint simplicia, sive composita; Vim autem tantum consideramus in loco infimo, id est, in quo Velocitas major est, quàm in aliis punctis ejusdem Vibrationis. Ponimus quoque agi de Vibrationibus exiguis.

* 156. Vis Corporis est ut Massa, quæ est ut Pondus*, & ut quadratum Velocitatis*.
 * 757. Inde sequitur Vim Penduli simplicis sequi rationem Ponderis, Longitudinis, quadrati Anguli, & Gravitatis quæ in Corpus agit*.
 * 445. Cùm autem agatur de Motibus Pendulorum in eodem Loco, ultimam rationem negligimus.

794. Si de Pendulo composito agatur, major est difficultas, & ut hæc eadem Regula tali Pendulo applicetur, pro Pondere summa Ponderum adhibenda est, & pro Longitudine sumenda est Distantia, quæ datur inter Punctum suspensionis & Centrum Gravitatis; non autem ad Centrum Oscillationis attendimus, quod in aliis occasionibus longitudinem Penduli determinat*; nam in Pendulo simplici coincidunt Centrum Gravitatis & Centrum Oscillationis; quare aliunde determinandum, quodnam in Pendulo composito adhibendum. Antequam autem hujus Propositionis demonstratio pateat, quædam præmittenda erunt.

795. Ponamus, in Pendulo composito, unamquamque Materiam Particulam multiplicari per quadratum Distantiæ à Centro suspensionis; summam omnium productorum dicimus P d d.

Ponimus etiam unamquamque materiam particulam multiplicari per suam distantiam ab eodem Centro: summa productorum æqualis est producto summae Ponderum omnium per distantiam Centri Gravitatis à Centro suspensionis*. Productum hoc dicimus C c. Summam nempe Ponderum dicimus C, & distantiam Centri Gravitatis c.

Distantiam Centri Oscillationis à Centro suspensionis dicimus o.

* 410. Angulus Penduli* vocatur a.

Veloci-

Velocitas Penduli *, quæ in Pendulo Composito est Velocitas Centri Oscillationis, dicitur *v*. * 437

Velocitas angularis est *b*.

Vis integra totius Penduli; id est, summa Virium omnium partium Penduli, ubi in Vibratione Velocitatem maximam habet, vocabitur *e*.

Habemus nunc æquationes sequentes.

$$\frac{Pdd}{Cc} = o^*.$$

$$\frac{a}{v} = b; \text{ aut } aa = o b b^*.$$

$$aao = vv^*; \text{ ergo } ob = v^*.$$

Ut vim Penduli determinemus, debemus unamquamque Particulam Materie multiplicare per Quadratum suæ Velocitatis, & summa productorum exprimet Vim *. Uniuscujusque Puncti Velocitas sequitur rationem distantie à Centro suspensionis, & rationem Velocitatis angularis *, singula ergo puncta per quadrata distantiarum suarum multiplicari debent, & summa ducenda erit in quadratum Velocitatis angularis; & productum hoc ipsam Vim exprimet.

Ergo $Pdd \times bb = e^*$. Unde, pro *bb* ponendo $\frac{aa}{o}$ *, & tunc pro *o* valorem *,

has alias deducimus æquationes $Cc \times aa = e$; & $aa = \frac{e}{Cc}$, quarum prima congruit cum iis quæ superius indicavimus *.

Ex hac ipsa æquatione quoque deducimus, Vim Penduli sequi proportionem producti summe Ponderum per altitudinem, à quâ commune horum Gravitatis Centrum descendit, aut ad quam ascendit; altitudo enim hæc est ut distantia hujus ipsius Centri à Puncto suspensionis, etiam hæc eadem altitudo est ut quadratum Anguli; nam cæteris paribus Velocitas Puncti est ut Angulus *, & quadratum Velocitatis est ut altitudo *.

SCHOLIUM II.

Computationes de Motibus Penduli compositi, in 1. 3. & 4. Experim. hujus Capitis, adhibiti.

Ubi de hisce Motibus incundæ sunt computationes, Pondera, & Mensuræ partium, ante omnia explorari debent; postea generalia quædam computatione determinanda sunt. Pondera Unciis exprimimus; Pollices Longitudinum mensuram dant; & Angulorum magnitudines indicant Regularum ænearum divisiones minores *.

Pondus Regularæ ferreæ OQ (TAB. XXV. Fig. 2.) * est 55,5; hujus Longitudo 36,14; Longitudo infra Axem 35,91, hujusque partis Pondus 55,16.

Pondus Cursoris (TAB. XXVI. Fig. 1.) *, sine solidis 5; cum his 7,5, Cursoris altitudo 1,5.

FF

Pondus

* 739. Pondus Elasticii, OO (TAB. XXVIII. Fig. 1.) * est 1,25. Hujus altitudo 4.

* 744. Pondus T (TAB. XXVI. Fig. 5.) valet 8; & P Ponderat Uncias 32 *. Primi altitudo est 3; & secundi 1,5.

803. In multis computationibus *singula Puneta gravia multiplicari debent per quadrata distantiarum à Centro motus*. Summam productorum omnium, pro Regula ferrea OQ (TAB. XXV. Fig. 2.), determinabo; quia summa hæc postea usu venit. Non attendimus ad partem, quæ supra Axem est, & Longitudinem

* 802. 35,21. * tantum consideramus; inde oriundus error est omnino insensibilis.

* 480. Si Longitudo hæc dicatur l , summa quam quærimus erit $\frac{1}{3} l^3$ *; sed l se-

mel pro ipso pondere Regulae adhibetur; ergo numerus quæsitus valet tertiam partem ponderis, multiplicati per quadratum longitudinis; id est, valet 23740.

804. Si Corpora, quæ Pendulo huic applicantur, juxta longitudinem ipsius non sensibile spatium occuparent, quadratum distantiae à Puncto suspensionis simpliciter per Pondus integrum, Corporis applicati, multiplicandum foret; sed quia talia adhibemus Corpora, quorum altitudo non contemnenda videtur, examinandum nobis nunc est, quid ex hac altitudine sequatur; partes enim omnes non æqualiter à Centro motus distant. Si computationem incamus, detegimus

805. ipsi producto, quadrati distantiae Centri Gravitatis Corporis per hujus pondus, supplementum esse addendum, quod idem est, quæcunque sit illa distantia; sed pro omnibus Corporibus, quibus in Experimentis usi fuimus, exiguum.

Sit l distantia Centri Gravitatis Corporis à Puncto suspensionis; altitudo corporis $2a$; ponamus Corpus continuari uniformiter, ut se extendat ad Centrum suspensionis; tota longitudo illius tunc erit $l+a$; & longitudo Corporis additi $l-a$. Quæro summam productorum pro singulis hujus corporibus, & subductâ minori ex majore, restat summa, quæ spectat Corpus ipsum;

$$\text{* 480. Summæ sunt } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} l^3 + a l l + a a l + \frac{1}{3} a^3. \\ \frac{1}{3} l^3 - a l l + a a l - \frac{1}{3} a^3. \end{array} \right.$$

$$\text{Differentia est } + 2 a l l \quad + \frac{2}{3} a^3.$$

In hac computatione $2a$ exprimit pondus Corporis applicati; ergo $2 a l l$ est productum Ponderis per quadratum distantiae, cui semper, quæcunque sit distantia l , debemus addere supplementum $\frac{2}{3} a^3$, quod valet productum tertiæ partis ponderis, Corporis applicati, per quadratum dimidiatæ Altitudinis hujus.

806. Supplementa autem hæc, si determinentur pro Corporibus, quibus nos utimur, ita exigua deteguntur, respectu Numeri jam detecti *, ut sine errore, qui percipitur, negligi possint; maximum enim non superat 6.

807. In multis quoque computationibus desideratur Productum ponderis Regulae ferreae, sæpius memoratæ, per distantiam inter Centra Suspensionis & Gravitatis; ideo notabo quoque hoc productum.

Centrum Gravitatis Regulae in hujus medio datur, & ab extremitate distat 18,77. Distantia superioris extremi à Centro suspensionis est 0,24, ergo distan-

tia inter hæc duo Centra est 17,81, quæ multiplicari debet per pondus 55,1 *. * 802.
productum est 991.

Transimus nunc ad Problemata peculiariora.

Unico Experimento detegimus Vim, quam Elaſterium, certo modo flexum, 808.
dum relaxatur, Pendulo communicat. Hæc valet $Ce \times aa$ *. * 799.

Ponamus Casum primum Experimenti tertii hujus Capituli *. * 785.

Curſores duo applicati sunt ad distantias 35. & 26. à Puncto Suspensionis;
pondus utriusque est 7,1 *; producta ponderum per distantias valent 262, & * 802.
195. Distantia Ponderis plumbei applicati est 30; & ponderat hoc 8 *; pro- * 744.
ductum est 240. Colligo hæc producta in unam summam, & addo 991 *; * 807.
& habeo Ce *; cujus valor ergo est 1688. Angulus a in Experimento dete- * 223.795,
gitur partium 40,5. Quadratum Anguli est 1640, cujus productum per 1688
dat Vim $e = Ce \times aa = 2768320$

In hac mensurâ Unitate exprimimus Vim, quam Pendulum simplex acqui- 809.
reret, si singula hæc, Pondus, Longitudo, & Angulus, Unitate designaren-
tur. Pondus tunc valeret Unciam unam; Longitudo esset unius Pollicis; &
Angulus responderet, in nostrâ Machinâ, uni divisioni minori Regulæ divisæ *, * 737.
& esset 0^o. 7'. 24". Vis autem quam tale Pendulum acquireret æqualis esset
illi, quam una Uncia acquirit, cadendo ab altitudine 0,00002354. Poll.: & tota 810.
Vis, quam Elaſterium Pendulo communicat, coincidit cum illâ, quam Gravitatis
uni Unciæ imprimit, quando ad profunditatem sex Pollicum cum semisse descen-
dit *. * 754.

Computationes nunc dabo aliorum Angulorum, in Experimentis hujus Capi-
tis, memoratorum.

Casum Secundum Experimenti tertii * primum considerabo, & Angulum de- 811.
terminabo. * 786.

Numeri 262, 195, & 991, supra indicati *, & hîc usu veniunt; sed loco
illius, quem Pondus plumbeum dedit, alium adhibebimus; quia Pondus hoc
mutatum fuit, & in hoc casu ponderat 32; distantia, per quam multiplicari
debet, est 15; productum 480. addo reliquis tribus, & habeo $Ce = 1928$.
Per hunc numerum divido Vim, præcedenti computatione detectam,
 $Ce \times aa = 2768320$ *. & est $aa = 1436$, cujus Radix quadrata 37,9. ad sen- * 803.
sum congruit cum mensurâ Anguli, quem in Experimento habuimus.

Eodem modo procedimus in computatione Experimenti primi *; tres adhi- 812.
bemus Curſores, applicatos ad distantias à Puncto suspensionis 8, 20, & 26. * 745.
Singulæ hæc multiplicantur per Pondus Curſoris, & summa est 405. addo
991 *, & $Ce = 1396$; per hunc numerum divido Vim 2768320, & habeo
quadratum Anguli 1983; cujus Radix 44,5 Angulum Experimento detectum
paululum superat; sed differentia est exigua.

Experimento 4^{to} * demonstravimus, Velocitatem angularem eandem fuisse in 813.
utrâque agitatione Penduli in Experimento tertio; hoc idem Computatione * 787.
nunc quoque constabit.

Ex æquationibus $\frac{Pdd}{Ce} = o$ * & $\frac{a}{\sqrt{o}} = b$ * deducimus Velocitatem angularem * 796.
* 797.
 b , ex dato Angulo a ; pro o , in secundâ æquatione, ponendo valorem,
Ff 2 habet.

habemus $\frac{Cc \times aa}{Pdd} = bb$. In Casibus autem, quos examinamus, Productum Pdd

idem fuit; nam hujus partes, quæ spectant Regulam ferream, & Cursores, non variantur; reliquæ etiam partes, quæ Pondera plumbea spectant, non differunt, $30 \times 30 \times 8 = 15 \times 15 \times 32$. Ideo bb est ut $Cc \times aa$. In primo Casu * 808. $Cc = 1688$, & $aa = 120,5 \times 40,5 = 1640$ *; Quorum numerorum productum coincidit cum producto respondentium in secundo Casu, $Cc = 1928$ & * 811. $aa = 1436$ *; ut in præcedentibus computationibus * vidimus. Velocitates angulares, quæ sunt in ratione subduplicatâ horum productorum, sunt ergo æquales.

* 814. Computatione quoque faciliè detegimus Angulum Penduli simplicis, in Experimento quarto*, ex dato Angulo uno, aut altero, Experimenti tertii; id est, ex datâ altitudine, à quâ Pendulum Compositum in Experimento quarto demittitur; sed prius determinandum Centrum Oscillationis hujus Penduli.

* 474. 795. Distantia Centri hujus à Puncto suspensionis est $\frac{Pdd}{Cc}$ *. Numerator hujus

fractionis constat ex quatuor partibus. Prima spectat Regulam ferream, & est * 803. 23740 *. Secunda ad Curforem inferiorem refertur, & est $35 \times 35 \times 7,5 = 9187$. Tertia spectat Curforem cum Elasterio, & est $26 \times 26 \times 7,5 = 5070$. Quarta tandem est in primo Casu $30 \times 30 \times 8 = 7200$; in Secundo Casu $15 \times 15 \times 32 = 7200$; quæ producta æqualia sunt.

Colligo in unam summam 23740 ; 9187 ; 5070 ; & 7200 ; & habeo $Pdd = 45197$.

* 808. In primo Casu $Cc = 1688$ *; in Secundo Casu $Cc = 1928$ *.

* 811. Ergo, in primo Casu, distantia Centri Oscillationis à Centro suspensionis est $26,78$.

In secundo Casu $23,44$.

Nunc $26,78$. ad longitudinem Penduli simplicis 35 , ut $40,5 \times 40,5$. ad quadratum Anguli quæsit 2134 *; cujus Radix quadrata vix superat 46 .

* 450. 457. 815. In eundem Angulum 46 . incidimus, si pro secundo casu computationem incamus; quod iterum confirmat unum quodque Punctum Penduli, in utroque Casu, eandem Velocitatem habuisse.

* 816. In sequentibus duo habebimus Experimenta, in quibus Cursores tres Pendulo erunt applicandi, & nihil præterea, ut in Experimento 1^o. hujus Capituli*. Sed. in ultimo illorum Experimentorum Cursor medius ita disponendus erit, ut ipsius Punctum medium cum Centro Oscillationis totius Penduli coincidat. Querimus Cursorum dispositionem.

Problema hoc indeterminatum est; sed, inter casus possibiles, tales debemus eligere, qui ipsi scopo Experimenti satisfaciunt; hac de Causâ ponimus, applicatis tribus Cursoribus, Centrum Oscillationis coincidere cum hoc Centro, quando Cursores omnes removentur; id est, Centri Oscillationis distantiam à Puncto suspensionis, neglectâ exiguâ fractione, esse pollicem 24 *.

* 417. 802. In hoc ipso Centro applicamus Curforem medium, quo Centrum hoc non mutatur; junctisque aliis duobus Cursoribus, Pendulum consideramus ut for-

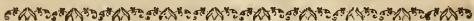
formatum ex duobus Pendulis junctis, quæ idem habent Punctum suspensionis; quorum primum constaret ex Regulâ ferreâ, & Cursore medio; secundum ex alijs duobus Cursoribus, Lineâ rectâ, inflexili, & sine pondere, junctis. In primo Pendulo distantia Centri Oscillationis est 24; ergo & in secundo separato eadem erit hujus Centri distantia à Puncto suspensionis. Hoc nunc secundum Pendulum solum examinabo, & Cursorum, id est Ponderum, situm indicabo.

Sint horum distantia à Puncto Suspensionis x & y ; prima est maxima; sit Pondus Cursoris $p = 7$, $\frac{p x x + p y y}{p x + p y} = \frac{x x + y y}{x + y} = 24$ *.

* 474.

Ergo $x x - 24 x = 24 y - y y$. Ad libitum determinamus y , & detegimus x .

Sit $y = 8$, & x erit 28,5. Si $y = 10$, x valebit 28,7. Et sic ulterius, $y = 12$, $x = 29$; $y = 14$, $x = 28,7$. &c.; quamcunque autem ex hisce Cursorum dispositionibus eligere possumus. Nunquam x superat 29; & hunc situm eligimus.



C A P U T III.

De Actionibus Virium, harumque Destructione.

VIm, Corpori insitam, agendo consumi vidimus; 817.
 Actionemque sequi proportionem Vis amissæ*; * 709.
 Unde sequitur per ipsum Effectum Vim mensurari posse*; hæc enim valet integram Resistentiam, aut Actionem contrariam, quâ destruitur*. Considerando nunc * 712.
 Pressionem, cujus intensitas manet, & quâ Vis destruitur, demonstratione simili illi, quam de Genesi Virium * 361.
 proposuimus*, constabit quoque, ejusdem Corporis Vires esse ut quadrata Velocitatum, ut hoc vidimus*. Sed * 750.
 de novo Virium mensuram determinare, necesse non est; ex iis, quæ habuimus in Capite primo hujus Libri, quæ mensuram Effectuum spectant*, deducimus. * 753.

*Si Corpora agendo integras amittant Vires, Effectus sequuntur rationem compositam Massarum, & Quadratorum Velocitatum.** 818.

* 757.

Ff 3

Hoc

819. Hoc nunc Experimentis nobis illustrandum est; sed tales debemus eligere Effectus, qui ad acuratam mensuram revocari possunt. Tales sunt partium Corporum Elasticorum inflexiones; sed leges inflexionum talium nondum examinavimus, in ultimo Capite hujus Libri perpenduntur. Unicus casus hic usu venire potest, in quo nempe inflexiones sunt æquales, & similes. Ut has habeamus, Vires desiderantur æquales; id est, Velocitatibus Corpora moveri debent, quarum Quadrata sint
- * 758. inversè ut Massæ*; aut, si cadendo Corpora Velocitates acquirant, ab altitudinibus demittenda sunt, quæ
- * 790. sint in ipsâ illâ ratione inversâ Massarum*.

EXPERIMENTUM I.

820. Ex Ebore formantur Cylindri duo AB, DC, quorum diametri sunt sesquipollicis; hemisphericæ sunt extremitates A, D; conicæ reliquæ B, C. Minoris longitudo est ferè duorum pollicum cum semissè; alter duobus pollicibus longior est, & hujus pondus duplum exactè est ponderis alterius. Cum his cohærent Fila in extremitatibus conicis.

Desideratur ut in extremitatibus A & D Axiom eandem habeat Ebur elasticitatem; quod facilè obtinetur si ex eodem Ebore Cylindri efficiantur, & ad illud attendamus, ut Puncta A, & D, coincident cum Axe ipsius dentis.

Scrupulus omnis circa æqualitatem hanc Elasticitatis tolli potest, si duo Cylindri construantur æquales, & similes Cylindro DC; demittantur hi à diversis, sed semper pro ambobus æqualibus, altitudinibus; quod ut fiat, Filis suis ut CC retinentur, quibus relaxatis impinguntur Cylindrorum partes, ut D, in superficiem horizon-

rizontalem, gravioris frusti Marmoris cerulei, probè firmati; paululum madefacienda est superficies, ut color magis sit intensus. In impactationibus partes elasticæ intropremuntur, Maculasque notabiles admodum, & circinnatas, Cylindri in Marmore, aut potius in humido vapore quo obtegitur, imprimunt. Si amborum Cylindrorum Maculæ, ubi ab æqualibus altitudinibus descendunt, in omni casu sint æquales, eandem Cylindros, in locis ut D, Elasticitatem habere extra dubium erit. His expertis, unus ex Cylindris à parte C minuendus est, ut magnitudinem habeat AB, id est dimidium ponderis sui amittat.

Si nunc Cylindrus CD demittatur ab altitudine novem pollicum, & AB ab altitudine octodecim pollicum, Maculæ in Marmore erunt quàm exactissimè æquales.

Si AB ab altitudine trium pedum, id est prioris quadruplâ, ut Velocitas sit dupla, demittatur, Macula major erit, & diametri erunt ut 5 ad 6 proximè.

Effectus quoque Virium habemus, qui ad mensuram revocantur, si intropremendo Corporum mollium partes Vires consumantur. Argilla omnium maximè commode adhibetur; sed illam, ex quibus vasa fictilia, maximè vulgaria, & vilioris pretii, efficiuntur, eligimus. Hæc pura desideratur, & admixtâ aquâ ita temperanda est, ut quidem inquinet manus, non autem adhæreat. Præterea sibi ubique similis desideratur; quod ut obtineatur, partes benè aggeruntur.

Ubi massa ex tali Argillâ flectitur, fatiscit, & in quibusdam locis separatio partium datur; quando hanc habet proprietatem, partes, quæ intropremuntur, dum cedunt, inter adjacentes vicinas penetrant.

Si

822. Si aliam Argillam, magis albam, & ad naturam Cretæ accedentem, adhibeamus, non facile fatiscit, & partes etiam difficulter inter adjacentes penetrant, dum cedunt; sed has potius remouent; quod pro diversâ naturâ Argillæ diversimodè contingit. Hac de causâ solâ Argillâ, primùm indicatâ *, utor; quia quid huic contingere debeat ratiocinio detegere possumus; Effectus omnes fixis regulis subjiciuntur, prævideri possunt, & Experimenta ratiocinia confirmant. Alia si adhibeatur Argilla diversos habemus Effectus, pro ut magis, aut minus, cum indicatâ Argillâ congruit illa, quæ adhibetur. Casu tantum in hanc observationem incidi; nam per plures annos, cum uterer Argillâ, quam ad manus habebam, Experimenta omnia exactissimè inter se respondere, & cum Regulâ convenire, ad quam ipsa Experimenta me deduxerant, semper observaveram. Ante paucos autem annos, cum aliam adhiberem Argillam, & Experimenta inter se non ut ante responderent, cum curâ rem examinavi; facile percepi Cavitatem, in hoc ultimo casu, pro parte formari, non introcessione, sed potius recessu partium, & Effectum per aliam Regulam, mihi ignotam, ad mensuram debere vocari.
823. Hac de causâ ad primam Argillam redeundum mihi esse percepi, & sola adhibenda esse Corpora mollia, quæ supra indicatam proprietatem habent *, de his enim solis in sequentibus ratiociniis agitur.
824. Si Cavitatis latitudo magna sit respectu profunditatis, ratiocinia in hac ipsâ Argillâ locum non habent; quia in hoc casu, quæcunque sit natura Argillæ, facile partes lateraliter cedunt, & pars tantum Cavitatis, harum introcessioni, tribuenda est.

Quando

Quando Corpus, Cavitationem formando in Corpore molli, 825.
 cujus partes similes sunt, & æqualiter cohærent, & compressa ita cedunt, ut inter vicinas penetrent, quale supra indicavi *, Motum amittit, superat Pressionem, quâ partes inter se cohærent, & Resistentiâ, quam hanc superando Pressionem patitur Corpus motum, Vis hujus minuitur, & tandem in totum destruitur: Effectus ergò Vis in hoc casu, dum Corpus amittit Motum, est separatio partium Corporis molli, quæ juxta se invicem moventur; qui Effectus proportionem sequitur numeri particularum motarum, & spatii ab his, in motu juxta se invicem, percursi; & sive hoc lentius, sive celerius, fiat, cohæsiō superanda eadem est; unde deducimus, Vires esse æquales, 826.
 quæ formando in eodem Corpore molli, Cavitates æquales, & similes, consumuntur; sive longiori, sive breviori, tempore hæc efficiantur.

EXPERIMENTUM 2.

In hoc Experimento utimur Machinâ, præcedenti 827.
 Capite explicatâ *: Huic jungimus Pyxidem, aut potius
 Solidum ligneum A B, cujus crassities est ferè duorum
 Pollicum cum semisse; excavatum est in C D; Cavitationis
 longitudo quatuor Pollices superat, latitudo est duorum
 Pollicum, & profunditas unius Pollicis; scissuræ duæ
 E F, E F, per lignum penetrant. Firmatur Solidum hoc
 Cochleis duabus, ut G, per Tabulam, cui applicatur,
 & per scissuras, penetrantibus. Caput H ad posticam
 Tabulæ partem retinet Cochleam, & extremitas ultra
 scissuram transit, ut, auxilio Cochleæ exterioris L, quæ,
 interpositâ Lamellâ cupreâ m, anteriorem Solidi superficiem comprimit, hoc ipsum firmetur.

Solidi cavitas Argillâ, de quâ suprâ egimus *, repletur; 828.
 G g

* 811.

826.

827.

* 760.

TAB.
XXVIII.
Fig. 8.

828.

* 821.

TAB.
XXVII.
Fig. 1.

tur; prominentem Laminâ lignêâ, quæ ab unâ parte tenuior est, ibiquè leviter oleo illinita, abradimus, ut superficies exactè plana sit. Applicatur Solidum Tabulæ BC, Cochleis penetrantibus per foramina f, f, & per scissuras Solidi, ut diximus. In hoc situ, Linea *on* (TAB. XXVIII. Fig. 8.), quæ Tabulam tangit, est in situ verticali, & cum medio ipsius Tabulæ congruit. Solidum, propter scissuras, potest, servato hujus situ verticali, elevari, & deprimi, & inter certos limites, ad altitudinem quamcunque firmari.

829. Remotum nunc est Rectangulum *s*, solo *r* utimur, suspenso ut antea vidimus *.

* 769.
* 771. Huic jungimus * unum ex Solidis, de quibus antea *, & quidem illud quod in H (TAB. XXVIII. Fig. 7.) exhibetur; cylindricum hoc est, sed cono terminatur, cujus sectio per axem Angulum dat 85. gr. Quando *r* quiescit, in situ quem spontè acquirit, vertex hujus coni exactissimè tangit Argillæ superficiem, si in dispositione uncorum, quibus Fila, cum *r* cohærentia, sustinentur, ad illa attendamus, quæ in N. 766. indicata sunt.

830. Filo trahitur Rectangulum *r*, ut elevetur; & quando relaxatur, impingitur in Argillam, & Conus cavitatem efficit. Velocitas, quâ Corpus in Argillam impingitur, divisionibus Regulæ VX determinatur *; Regula hæc ita firmanda est, ut hujus extremitas X, quiescente Corpore, cum hujus Filis exterioribus conveniat *.

* 775
831. Rectangulum solum cum Cono, quam Massam dicimus *unum*, Velocitate duodecim in Argillam impingitur, & Cavitas formatur, cujus veram magnitudinem in A exhibemus.

TAB.
XXXI.
Fig. 5.

Mutatur situs Pyxidis, quæ Argillam continet, ut Cavitas

vitas, ad distantiam ad minimum unius Pollicis à primâ, ipsi imprimi possit.

Massa Corporis agitati mutatur ita, ut valeat novem *; Fila nunc, quæ Corpus sustinent, longiora fiunt; quare hoc elevandum erit *, ut exactè detur ad eandem altitudinem quàm in primo tentamine. Si tunc Corpus hoc, Velocitate quatuor, in Argillam impingatur, efficiet Cavitatem exactissimè æqualem priori A.

TAB.
XXXI.
Fig. 6.
* 774.
* 769.

Velocitates in hisce duobus casibus sunt 12. & 4; id est, sunt ut 3. ad 1; Massæ sunt ut 1. ad 9; id est, sunt inversè ut quadrata Velocitatum; ergò Vires, quæ efficiendo Cavitates æquales, & similes, destructæ fuere, æquales erant *.

* 758.

Adhibitis Corporibus directè cadentibus idem demonstramus.

MACHINA,

Quæ Corporum, directè cadentium, Vires conferuntur.

Asseris AB longitudo est unius pedis; latitudo decem pollicum; crassities pollicum duorum. Excavatur hic in *abcd* ad profunditatem unius pollicis cum semisse, & cum pedibus EE, EE, quibus sustinetur firmiter connectitur.

833.
TAB.
XXXII.
Fig. 2. j

Pedibus hisce, in angulis ipsius Asseris, etiam insunt Columnæ lignæ quatuor CD, CD, CD, CD. Columnarum altitudo excedit paululum pedes tres. Duæ, quæ pede eodem, juxta latitudinem Asseris posito, inhærent, regulis minoribus *ee, ee; f, f; g, g; h, h*; junguntur ita, ut Regula RR, posita inter minores respondententes, parallela sit superficiæ Asseris.

Tres Globi (Fig. 3.) æquales, ex ære, quorum diametri sesquipollicis æquales sunt, usu veniunt: solidus unus

Gg 2 est

est C, reliqui duo cavi; constant hi singuli ex Hemisphaeriis duobus A, *a*, & B, *b*, quæ Cochleâ junguntur. Globorum pondera sunt inter se ut unum, duo, tria.

821. Ubi Experimenta instituenda sunt, Argillâ * repletur cavitas *abcd*, & Tabellâ ligneâ, quod ex Argillâ prominet, abraditur; ut hujus superficies non modò exactè plana sit, sed & idem efficiat planum cum illo, quod ex Asseris superficie supereft, Cavitatemque cingit.

Regula memorata RR inferius paululum, juxta longitudinem, excavata est, ut Globum quemcunque recipiat, dum manu M tenetur, ut in G exhibetur. In hoc situ inferius Globi punctum ab Argillæ superficie distat pollicibus novem. Distantia hæc dupla est, si Regula RR transeat inter regulas *f, f, f, f*; si inter Regulas *g, g*, tripla; quadrupla si inter *b, b*.

Hæc autem distantia paululum plerumque minuenda est, sed inæqualiter in diversis circumstantiis; applicatur tunc Globus extremitati Cochleæ I, quæ per Regulam RR transit, & magis aut minus potest transmitti.

EXPERIMENTUM 3.

Leviorem Globum vocamus primum; secundum dicimus illum, cujus pondus duplum est; tandem Globum solidum vocamus tertium, cujus pondus est primi triplum.

834. TAB. XXXII. Fig. 2. 4. Positâ Regulâ RR, inter regulas *e, e* successive demittantur Globi secundus & tertius, hisce Oleo antea illinitis; hi Argillâ pro parte immerguntur Cavitatesque formant, eò majores quò Globi graviores sunt. Cavitates sunt B, C, quæ repræsentantur in Fig. 4., reductis dimensionibus ad semissem. Punctis notatæ lineæ Cavitatum profunditates demonstrant.

Si

Si Regula RR posita sit inter Regulas *f, f,* & Globus primus demittatur, Cavitas iterum erit B (Fig. 4.).

Si RR detur inter *g, g,* & Globus primus demittatur, Cavitas erit C (Fig. 4.).

Et in genere Cavitates non differunt quando Altitudines sunt inversè ut Massæ, in quo casu Vires sunt æquales *.

Ut omnis scrupulus, qui ex Cavitatis profunditate oriri posset, removeatur, Globus cavæ superficiei Regulæ applicatur, & demittitur; mensuratur Cavitatis diameter, & adeundo Tabulam, Scholio primo sequenti contentam, Cavitatis profunditas detegitur, quæ partibus centesimis diametri Globi exprimitur. Cochlea I, ultra superficiem cavam Regulæ promovetur, quantum valet detecta profunditas; Experimentum repetitur, applicato Globo extremitati ipsius Cochleæ, nova formatur Cavitas in alio Argillæ loco, &, neglectâ primâ, hanc consideramus.

Diximus ulterius ad Tempus in quo Cavitas efficitur non esse attendendum; quia Effectus est determinatus. Pressio destruit Vim; si per minus tempus agat, celerius agit; & quando Spatium percursum est idem, Actio est eadem *; quod ad singulas partes minimas ipsius Effectus referri debet. Vis autem, quæ destruitur, Actioni, quæ ipsam destruit, æqualis est *; hæc omnia ex iis, quæ antea habuimus, sponte fluunt; Experimentis tamen rem ipsam illustrabo.

EXPERIMENTUM 4.

Adhibemus Machinam cum Pendulo composito supra descriptam *. Pendulo OQ * tres applicamus Cursores *, ad Distantias à Centro Motûs ad libitum sumtas;

Gg 3

ita

* 796.

835.

* 728;

* 709.

837.

* 732.

TAB.

XXV.

Fig. 2.

* 735.

* 738.

ita tamen, ut ambo extremi, ad minimum, sex Pollicibus ab extremitatibus Regulæ O Q distent.

* 738. Solida * duo Singulis Cursoribus conjungimus.

* 827. Utimur Pyxide, quæ Argillam continet *, ut in præcedenti Experimento 2^{do}. Conjungitur Pyxis hæc cum Tabulâ A B C, & ad altitudinem quamcunque potest firmari, transmissis Cochleis per foramina ut *d*, *d*.

Ut in secundo Experimento Pyxis verticalis est, & hujus latus *on* (TAB. XXVIII. Fig. 8.) congruit cum Lineâ verticali, per medium Tabulæ ductâ; & quiescente Pendulo, si Cursor Pyxidi respondeat, vertex Coni, quo terminatur Solidum, cum Curfore conjunctum, ad Argillæ superficiem pertingit.

TAB.
XXX.
Fig. 2.

Tres Cursores indicati, Pendulo O Q applicati, sunt A, B, C; coni *g*, *b*, similes sunt; Pyxis firmatur ita, ut respondeat Cursori A, elevatur Pendulum ad altitudinem quam Indice determinamus, Ex. gr. 40. aut 45 divisionum; sibi permittitur, & Vim amittit, dum imprimit Cavitatem Argillæ.

TAB.
XXX.
Fig. 3.

Mutatur situs Pyxididis, ut respondeat Cursori B, sed ita illa firmatur, ut alii loco superficiæ Argillæ respondeat Cursor. Elevatur Pendulum, ad eandem altitudinem quam in præcedenti casu, & eadem Vis destruitur, Curfore B in Argillam agente.

TAB.
XXX.
Fig. 4.

Tandem Cursor C, cujus Conus mutatur, ipsi jungendo *g* aut *b*, in cujus locum substituitur *i*, tertiam efficit Cavitatem, dum Pendulum, eodem modo, ut in duobus præcedentibus tentaminibus, agitatum, Vim amittit.

Tres hæ Cavitates sunt similes, & æquales; quantumvis Tempora, quibus efficiuntur, differant.

E X P E -

EXPERIMENTUM 5.

Positis, quæ in præcedenti Experimento fuere explicata; Pendulo O Q duos jungimus Cursores A, B, cum Solidis suis; cum primo in *b* cohæret unum ex iis Conis, quibus cavitates, in præcedenti Experimento, fuere effectæ.

838.

TAB.
XXX.
Fig. 5.

Applicatur Pondus P*, duarum Librarum, ad distantiam quindecim Pollicum à Puncto suspensionis, & elevato Pendulo ad altitudinem quæ vix deficit à triginta octo divisionibus, amittat hoc Vim, cono *b* in Argillam incurrente.

* 744

Tollitur P, & Pondus T, quod semi libram valet*, ad distantiam triginta Pollicum à Centro motûs firmatur; cætera manent. Elevatur Pendulum ad altitudinem quadraginta divisionum cum semisse & etiam Cavitatem efficit conus *b*; Cavitates erunt æquales. Distantia 15, & 30. Pollicum mensurantur à punctis mediis Ponderum.

TAB.
XXX.
Fig. 6.
* 744

Experimento 4^{to} Capitis præcedentis constat Velocitatem Coni *b*, in utraque impactione, fuisse eandem; idèò, cum Cavitates fuerint æquales, & similes, clarum est, æqualibus temporibus hæc fuisse formatas. Si nunc huc referamus, quæ, occasione 3ⁱⁱ. Exp. Capitis præcedentis, dicta fuere*, constabit, partes æquales harum Cavitatum tribuendas esse Actionibus Corporum P, & T, quæ integras, & æquales*, amittere Vires; nam agitata fuere Velocitatibus in ratione 1. ad 2, dum Massæ erant ut 4. ad 1, inversè ut quadrata Velocitatum.

839.

* 788. 789.

* 758.

Quando Cavitas formatur, singula augmenta minora sunt inter se ut numeri particularum quæ cedunt, & ut spatia, per quæ inter alias moventur; id est, augmenta

840.

hæc

hæc sunt ut Vires, quas Corpus hæc augmenta formando
 825-711. amittit *: ideoque augmentorum summa, id est integra

841. *Cavitas, sequitur proportionem summæ Virium amissarum, id est, Vis amissæ in formatione integræ Cavitationis.*

842. *Idem ergò Corpus, determinatâ Velocitate motum, si consumat Vm intropremendo partes Corporis molliis, Cavitationem efficiet determinatæ magnitudinis; quamcunque figuram hæc habeat.*

EXPERIMENTUM 6.

843. Utimur Machinâ, quâ Experimentum 2^m. hujus Capit-
 TAB. XXXI.
 Fig. 7. tis demonstratur; hoc eodem modo ut illud peragitur; sed alius est Conus, qui, cum Corpore conjunctus, in Argillam incurrit.

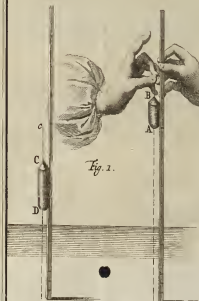
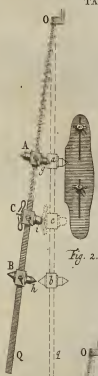
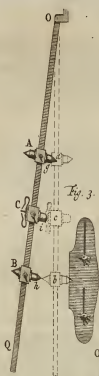
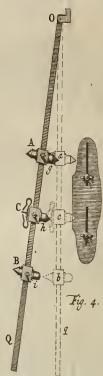
Duos adhibemus Conos successivè diversos, qui in G & I exhibentur (TAB. XXVIII. Fig. 7.). Si primum per axem secemus, habemus Angulum 55 gr.; sectio secundi dat Angulum 102. gr.

774. Conjuncto primo Cono cum Rectangulo, additoque Cylindro, ut Massa sit tria *, incurrat hoc, Velocitate decem, in Argillam, quiescit Corpus, & Cavitas exhibetur in B.

TAB. XXXI.
 Fig. 8. Sublato Cono, adhibitoque secundo, repetatur Experimentum, eâdem Velocitate, mutato situ Pyxidis, habemus Cavitationem C, quæ collata cum B, diametri sunt ut 3. ad 4.

844. Idem Corpus, eodem modo agitatam, has ambas impressit Cavitates; Vires destructæ fuere æquales; figuræ Cavitationum differunt; æquales tamen sunt. Nam ex indicatis Angulis 102. & 55. gr. sequitur, Cavitationum profunditates, datis Diametris ut 4. ad 3, esse ut 9, ad 16, ut quisque, si figuram delineaverit, aut ex Tabulis Si-

num



num computationem ineat, deteget; sunt ergò profunditates inversè ut quadrata diametrorum basium; id est, inversè ut ipsæ bases*: ideòque ipsæ Cavitates æquales*.

* 2. EL. XII.

* 15. EL. XII.

Universalis autem est Demonstratio de formatione Cavitationis*; Unde sequitur, *Cavitates quæ in Corpore molli uniformi*, cujus partes similes sunt inter se, & æqualiter cohærent, & compressæ inter reliquas cedunt, (de tali enim in his agitur), à *Corporibus formantur, quæ Vires integras his actionibus consumunt, esse inter se in ratione composita Massarum Corporum, & quadratorum Velocitatum, quamcumque Cavitates figuram habeant**.

845.

* 840.

* 841. 757.

EXPERIMENTUM 7.

Hoc Experimentum etiam instituitur ut secundum hujus Capituli, servato Cono, cujus Angulus est 85. gr., qui adhibitus fuit in illo Experimento. Corpus, cujus Massa est quatuor, Velocitate sex impingitur in Argillam, & format Cavitationem.

846.

TAB.

XXXI.

Fig. 9.

Duplicatur Massa, & duplicatur Velocitas, & iterum Corpus, in alium locum Argillæ impactum, Motum amittit.

TAB.

XXXI.

Fig. 10.

Vis in hoc ultimo casu octupla est prioris*; Cavitationis diameter dupla, & ipsa Cavitas etiam octupla*; nam sunt similes Coni ipsæ Cavitates.

847.

* 757.

* 11. EL. XII.

EXPERIMENTUM 8.

Si Corpus, quo, in Experimento 7^{mo}, prima Cavitas fuit effecta, octies successivè, eodem modo, in Argillam incurrat, & in eundem locum semper agat ita, ut continuò Cavitationem augeat; post octo ictus Cavitas æqualis erit illi, quæ secunda vice in Experimento septimo fuit formata; id est, erit octupla illius, quæ uno ictu

848.

TAB.

XXXI.

Fig. 9.

H h

effici-

efficitur. Quo iterum confirmatur, Vim destructam sequi rationem ipsius Cavitatis.

849. Viginti septem percussiones æquales dant Cavitatem, cujus diameter est tripla, & quæ ipsa vices & septies primam superat *.

* 12. EL. XII.

850. Circa hoc Experimentum observandum, aliquando, repetitis illis ictibus, qui in eundem superficiem locum Argillam feriunt, hanc elasticitatem quandam acquirere; tunc post ictum non in Cavitate hæret Conus, & Experimentum non procedit; sed Cono, singulis vicibus, ad ultimam usque, in Cavitate hærente, semper benè procedit.

851. In duobus ultimis Experimentis Cavitates fuere similes, sequentia idè addam in quibus Figuræ differunt.

EXPERIMENTUM 9.

852. Hoc ut præcedentia instituitur, mutamus tantum Pondus Rectangulo insertum, & sit nunc Massa sex; Pondus potuisset servari. Incurrat Corpus, Velocitate octo, in Argillam; mensuretur diameter Cavitatis: fuit hæc in Experimento quod memoramus nonaginta & octo partium, quarum centum in Semipollice continentur.

Tollimus Conum; hic ille fuit qui notatur H, cujus sectio per axem in vertice dat Angulum 85. gr. *, substituimus Solidum L, quod terminatur Hæmisphærio, cujus diameter Semipollicis æqualis est.

TAB.
XXVIII.
Fig. 7.
738. 829.

Corpus iterum, eadem Velocitate octo, in Argillam impingitur; consumit Vim, efficiendo Cavitatem, quæ habet figuram segmenti Sphæræ; Cavitatis diameter etiam mensuratur, adhibitis partibus centesimis Semipollicis, & valet nonaginta quatuor partes.

TAB.
XXXI.
Fig. 11.

Si datis hisce diametris, partium 98, & 94, adeamus

mus Tabulam, quæ in Scholio primo sequenti habetur*, * 867.
detegimus magnitudines ipsarum Cavitatum esse 514.
& 508. id est, has ad sensum esse æquales.

Repetito Experimento Velocitate sex, Coni diame- 853.
trum habuimus 81, & Segmenti diam. 85. Magnitudines
Cavitatum nunc fuere 290, & 283; iterum ad sensum
æquales; & nihil magis accuratum in his dari posse, Ta-
bulæ ipsæ demonstrant. Hæ autem Vires se habent ad
primas, ut 36 ad 64*; in quâ eâdem ratione sunt hæ * 753:
ultimæ Cavitates ad primas 36, 64::288, 512.

Cum in hoc Experimento utamur minori Sphærâ, 854.
(majore uti non possumus, ubi Machinam, quâ usi fui-
mus, adhibemus), quis facile in suspicionem incidere
potest, minores differentias non satis hac Methodo posse
detegi; majores nunc perpendam Cavitates, quarum Fi-
guræ sunt diversæ; notissimum enim est, ejusdem Sphæ-
ræ Segmenta inæqualia non esse similia.

EXPERIMENTUM 10.

Redeundum nobis est ad Experimentum tertium hujus 855.
Capitis*. Vidimus Cavitates esse æquales, quæ Viribus * 834.
æqualibus fuere effectæ; de conferendis inter se iis, quæ
Viribus inæqualibus fuere impressæ, nunc agitur.

Cavitates B, & C, habuimus, demissis Globis, se-
cundo & tertio, ab altitudine novem Pollicum; ab ea-
dem altitudine demitto Globum primum, & datur Ca-
vitas A, Vires, quibus impressæ hæ tres fuere, sunt ut
unum, duo, & tria *. TAB.
XXXII.
Fig. 4.

Demissis Globis, secundo, & tertio, ab altitudine
octodecim Pollicum, duplâ prioris, vires sunt ut qua-
tuor & sex*; & Cavitates sunt D & E. * 748.

Divisâ diametro Globi, quæ sesquipollicis æqualis
est, * 754.

est, in centum partes æquales, diametri Cavitatum, hisce partibus designatæ erunt, A, 65; B, 76; C, $82\frac{1}{2}$; D, 87; E, $93\frac{1}{2}$.

867. Segmenta ergò sunt 80, 162, 243, 320, 489; proximè ut 1. 2. 3. 4. 6. id est, ut Vires quibus Cavitates fuere impressæ.

856. Ex illâ eâdem Propositione, Cavitates Viribus esse
 841. proportionales, quam nunc variis Experimentis illustravimus, etiam deducimus, ad plures Cavitates referri posse, quæ de unicâ dicta fuere; & ex datâ Vi, quâ Cavitas formatur, determinabimus numerum Cavitatum, huic æqualium, quæ aliâ quacunque datâ Vi, effici possunt.

EXPERIMENTUM II.

857. Hoc Experimentum à penultimo, & quibusdam aliis, vix differt.

TAB.
XXXI.
Fig. 12.

Rectangulum suspenditur; determinatur Massa ad libitum; sit hæc ex. gr. duo. Cono utimur G (TAB. xxviii. Fig. 7.), cujus sectio per Axem dat in vertice
 *843. Angulum 55. gr. *. Velocitate quinque impingitur in Argillam.

TAB.
xxviii.
Fig. 9.

Tollitur Conus, & substituitur Lamella Cuprea PQR; crucis figuram habet, cujus brachia horizontalia, quorum unum tantum apparet in R, breviora sunt aliis. Hæc quoque brachia minora perforata sunt, ut in / videtur. Foramina Cochleæ duæ trajiciunt, quibus cum Rectangulo suspenso jungitur Lamina PQR. Adhibetur autem Rectangulum, in cujus anteriori superficie Foramina, quæ Cochleas recipiunt, in Lineâ horizontali
 773. sunt; ita ut PQ sit verticalis.

Huic parti PQ applicantur Coni quatuor S, S, S, S, quo-

quorum Bases Cylindricè sunt, ne nimium spatium occupent. Coni similes sunt illi, quem jam in hoc Experimento adhibuimus.

Servatur Massa Rectanguli, quæ valet duo; quatuor Conorum apices, quiescente Rectangulo, Argillam tangunt, sed ab hac non sustinentur.

TAB.
XXXI.
Fig. 13.

Quando nunc Corpus in Argillam impingitur, quatuor Coni æqualiter in hanc penetrant, quatuorque Cavitates æquales efficiunt. Si Velocitas sit decem, dupla prioris, id est, si Vis sit quadrupla*, Cavitates hæ æquales erunt priori; quam solam Corpus, Velocitate quinque, impressit. * 753.

Generaliter demonstravimus, & Experimenta hoc plenissimè confirmarunt, ad Tempus non esse attendendum, ut effectum determinemus quem Corpus præstat, dum Vim amittit. De ipso autem Tempore determinando, & diversis Temporibus conferendis inter se, quædam addam, & in Scholiis demonstrationes dabo.

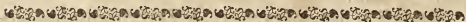
In nostrâ Machinâ, si Corpus, Cylindricè terminatum, Velocitate decem in Argillam impactum, ad profunditatem unius Pollicis in hanc penetret, Tempus Actionis in Argillam erit decimæ partis unius Minuti secundi; & hocce Tempus, mutato Cylindro, aut variatâ Corporis mollis Resistentiâ, quamdiu eâdem Velocitate impactio sit, sequitur ipsius profunditatis rationem.

Si Corpora sint diversa, Cylindrique diversas diametros habeant, Tempus sequitur rationem directam producti Massæ per Velocitatem, & inversam ipsius basis Cylindri.

Quando Cavitates sunt similes, utcumque inæquales, Cubi Temporum sequuntur rationem directam Massarum, inversam Velocitatum Corporum.

862. Si varia Corpora terminentur figurâ formatâ revolutione ejusdem Parabolæ circa Axem, & hæc juxta Axeos Parabolæ directionem ferantur, Temporum quadrata, sunt ut Massæ; idcirco idem Corpus, quacunque Velocitate feratur, positis memoratis circumstantiis, æquali Tempore Motum amittit.

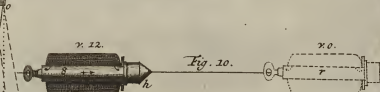
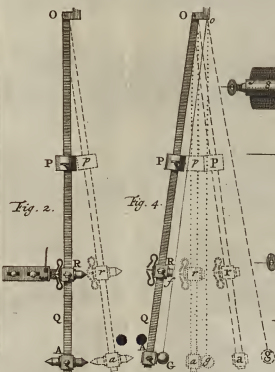
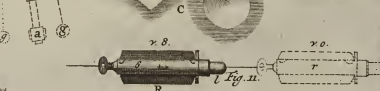
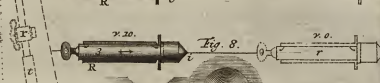
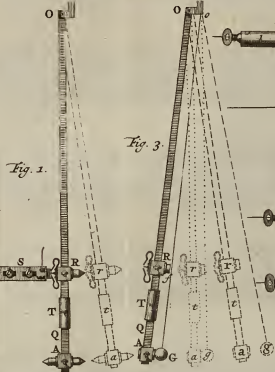
Si Velocitate decem, in nostrâ Machinâ, Cavitationis profunditas sit unius pollicis, Tempus in hoc casu, & aliis, in quibus tantum Velocitas mutatur, erit duodecimæ partis unius minuti secundi. Si autem, manente Velocitate, profunditas mutetur, erit Tempus ut Profunditas.



SCHOLIUM I.

Comparatio Segmentorum Sphæræ.

863. **I**N quibusdam Experimentis * hujus Capitis Tabulam, in hoc Scholio exhibendam Indicavimus.
- * 852 855. Hac Tabulâ comparamus inter se Conos similes, aut alia Corpora similia; nam hæc omnia sequuntur eandem rationem triplicatam Linearum respondentium, quales sunt Diametri Bafium Conorum similium.
864. Etiam comparamus inter se Segmenta ejusdem Sphæræ, ex datis Segmentorum Diametris; quas mensuramus partibus, quarum centum in Diametro Sphæræ continentur.
- Hæmisphærium, quod est maximum Segmentorum minorum, ponimus continere partes mille, & hisce partibus reliqua Segmenta exprimimus.
865. Et ut Conos cum Segmentis conferamus, hisce isdem partibus ipsos Conos mensuramus; si Diametri determinentur in partibus Centesimis Diametri Globi; positis Conis, quorum sectiones per Axes dant in vertice Angulos gr. 85.
- * 863. Segmenta, quorum Diametri parum à Globi Diametro differunt, ex Tabulâ rejecimus; quia minima differentia in Diametris, magnæ admodum differentiæ in Cavitate respondet; minora quoque negleximus; quia & hæc nullius usus
- * 824, sunt in Experimentis *.



D

T A B U L A,

Quæ Sphæræ Segmenta, & Coni, ex datis Diametris, conferuntur, diviso 867.
Hemisphærio in mille partes, & hujus Diametro in Centum.

Diam.	Segment.	Segm.	Coni.	Diam.	Segment.	Segm.	Coni.
Profund.				Profund.			
35.			23.	68.	13.	97.	172.
36.			25.	69.	14.	104.	179.
37.			27.	70.	14.	111.	187.
38.			30.	71.	15.	118.	195.
39.			32.	72.	15.	126.	203.
40.			35.	73.	16.	134.	212.
41.			38.	74.	16.	143.	221.
42.			40.	75.	17.	152.	230.
43.			43.	76.	17.	162.	239.
44.			46.	77.	18.	173.	249.
45.			49.	78.	19.	184.	259.
46.			52.	79.	19.	196.	269.
47.			56.	80.	20.	208.	279.
48.			60.	81.	21.	221.	290.
49.			64.	82.	21.	235.	301.
50.	7.	26.	68.	83.	22.	250.	312.
51.	7.	28.	72.	84.	23.	266.	323.
52.	7.	30.	77.	85.	24.	283.	335.
53.	8.	33.	81.	86.	24.	301.	347.
54.	8.	36.	86.	87.	25.	320.	359.
55.	8.	39.	91.	88.	26.	341.	372.
56.	9.	42.	96.	89.	27.	363.	385.
57.	9.	45.	101.	90.	28.	387.	398.
58.	9.	48.	106.	91.	29.	414.	411.
59.	10.	52.	112.	92.	30.	442.	425.
60.	10.	56.	118.	93.	32.	473.	439.
61.	10.	60.	124.	94.	33.	508.	453.
62.	11.	64.	130.	95.	34.	547.	468.
63.	11.	69.	136.	96.			483.
64.	12.	74.	143.	97.			498.
65.	12.	80.	150.	98.			514.
66.	12.	85.	157.	99.			530.
67.	13.	91.	164.	100.	50.	1000.	546.

De Temporibus, quibus Cavitates efficiuntur, generaliter.

868. **U**T Tempora determinemus, quibus Corpora, in Corpora mollia, incur-
rentia, Cavitates imprimunt; & ut conferamus Tempora quibus diver-
sæ partes ejusdem Cavitatis formantur, debemus ad Massam, ad Velocitatem,
& ad Figuram, Corporis impacti, attendere; & in antecessum Resistentia ex
cohesionem partium Corporis mollis Experimentis determinanda erit.
869. Datâ ergo Cavitate, quæ impactione Corporis, cujus Massa, & Velocitas,
dantur, effecta fuit, ponimus de eodem Corpore molli agi in aliis impactioni-
bus. Hujus Corporis Superficiem ponimus planam; impactionem esse dire-
ctam; & ipsum Corpus molle formare Obstaculum immobile.
- * 841. Ex Cavitate datâ in uno Experimento, Cavitatem in alio Casu quoque, si
detur Vis Corporis, determinatur*; ponimus ergo notam Cavitatis profun-
ditatem.
870. Sit profunditas hæc AB; sit AIC Curva, cujus revolutione circa Axem
TAB. AB, Corporis figura fuit determinata; Curvam hanc vocamus *Lineam Figuræ*.
XXXII. Secundam concipimus Lineam ALD, quæ eundem Axem habeat AB; sed
Fig. 5. cujus ordinatæ, ut HL, rationem sequuntur duplicatam respondentium ordi-
871. natarum, ut HI, in primâ Curvâ; id est, HL est ut quadratum Linæ HI;
& ex notâ prima Curvâ, detegitur secundâ. Si Corpus ipsum secetur pla-
no, ad Axem perpendiculari, sectio erit ut quadratum HI, id est ut HL, &
Curva ALD soliditatem Corporis repræsentabit, quæ cum Cavitate congruit.
Lineam hanc vocamus *Lineam Cavitatis*.
872. Superficies ABD integram Cavitatem exhibet; & superficies AHL pro-
portionalis est portioni Cavitatis effectæ, quando Corpus ad profunditatem
AH penetravit in Corpus molle. Superficies HLBD repræsentat illud,
quod de Cavitate efficiendum superest, ut tota Vis destructa sit; id est, super-
ficies hæc HLBD proportionalis illi parti ipsius Vis, quam Corpus supersti-
tem habet quando ad profunditatem HA est immersum*: Hæc ergo super-
ficies proportionalis est quadrato Velocitatis Corporis, in hoc ipso momento.
873. Terciam nunc concipimus Lineam EMB, quam vocamus *Lineam Velo-*
* 841. *citatis*. Axis iterum est AB; Basis AE repræsentat Velocitatem, quâ Cor-
pus projectum ad superficiem Corporis mollis accedit; Velocitas decrescit, &
ubi Cavitatis profunditas est HA, Velocitas Ordinatæ HM proportionalis est.
874. Hujus Curvæ hæc est proprietas, quadratum Ordinatæ, ut HM, proportio-
nem sequi superficiei HBDL*; quare, concessis Figurarum quadraturis, ex
datâ Curvâ ALD, hanc ipsam EMB determinamus.
- * 873. Ex notâ Lineâ Velocitatis, quartam deducimus, quam *Lineam Temporis*
875. vocamus, cujus hæc est proprietas. Basis BF exprimit integrum Tempus,
quo Cavitas imprimitur, & tota Vis consumitur; ordinata HG indicat Tem-
pus, quo Corpus ad profunditatem AH penetravit.
- Differentia inter hanc ordinatam HG, & sequentem bg, nempe ng, re-
præ-

præsentat momentum Temporis, quo Spatiolum Hb , Velocitate HM fuit percursum, id est, $HM \times ng$ sequitur rationem ipsius Hb^* ; quod spatio-
lum, si constans concipiatur, dabit constans productum $HM \times ng$. * 121.

Ergo, constans spatiolum Hb est ad ng , ut Ordinata HM ad constantem
quandam Lineam; quæ proprietas ipsam Curvam Temporis determinat. Hanc
autem, propter evanescentem Velocitatem in B , Linea BF tangit in vertice F . 876.
877.

Si Corpus, servatâ Velocitate primâ AE , motu uniformi, percurreret
 AB , Tempus uniformiter cresceret, & omnes Lineolæ ng , positis æqualibus
 Hb , æquales forent, & Curva in Rectam converteretur, quæ in A cum
illâ coincideret, id est, ipsam tangeret. Sit hæc tangens AN ; tunc BN se
habeat ad BF , ut Tempus, quo Corpus, Velocitate quâ in Corpus molle
incurrit, spatium AB percurreret, ad Tempus, quo Cavitatem formando
Vim amittit. 878.
879.

Si pro variis impactionibus similes formemus figuras, & æquales quantitates
in omnibus, æqualibus Lineis designentur, eo ipso comparamus inter se, quæ
ad hos diversos casus spectant. 880.

SCHOLIUM III.

Demonstrationes N. 859. 860. 862.

IN applicatione Theoriæ, in præcedenti Scholio explicatæ, quæ admodum
universalis est, sæpe magna occurrit difficultas; quia in Curvas, Mechani-
cas dictas, incidimus; & tunc, si per Algebram ad expressiones Arithmeti-
cas tendamus, ad Series infinitas plerumque recurrendum est. In quibusdam tamen
casibus omnia Geometricis Lineis absolvuntur, ut exemplis sequentibus patebit.

Agatur de Cylindro recto, juxta Axis directionem moto, perpendiculari-
ter in superficiem Corporis molli incurrente. 882;

Linea Figuræ est recta Axi parallela; talis etiam est Linea Cavitatis*, cæ-
dem aC has ambas representamus. Ponimus AE representare Velocita-
tem, quâ Corpus projectum ad superficiem Corporis molli accedit, Lineam-
que Velocitatis esse BME , cujus ordinata, ut HM , rationem sequitur sub-
duplicatam Rectanguli $IHC B^*$: hoc autem Rectangulum ubique est ut ab-
scissa respondens; ergo quadratum Ordinatæ est ut Abscissa, quæ est Parabolæ
conicæ proprietas*. * 871.
TAB.
XXXII.
Fig. 6.

Ut Lineam Temporis nunc detegamus, ponimus BN proportionalem
Tempori, quo AB percurri potest à Corpore, câ Velocitate moto, quâ
in Corpus molle impactio fit; eritque AN Tangens ad Curvam in A^* . * 873.
* La Hire
sect. con. lib.
3. prop. 1.

Sit ipsa Curva AF ; cujus Axis FQ .
Si in G ad Curvam erigatur perpendicularis GR , Triangulum re-
ctangulum GRO simile erit Triangulo rectangulo Gng ; propter
Angulos æquales RGO & ngg ; nam gGO est utriusque comple-
mentum ad Angulum rectum. Ergo Gn , aut Hb , se habet ad ng , ut
 GO ad OR ; id est, GO ad OR , ut HM ad constantem Lineam*; sed
ut vidimus, in hac Figurâ, HM sequitur rationem radicis quadratæ Ab-
scissæ
li
scissæ

* La Hire
scilicet con. lib.
3. prop. 1.

* ibid. lib.
3. prop. 19.

* ibid. lib.
2. prop. 20.

scissæ BH, aut FO; ergo GO ad OR, ut radix quadrata Abscissæ FO ad constantem; unde sequitur Curvam AGF quoque esse Parabolam conicam; nam in hac GO sequitur rationem subduplicatam ipsius FO* & OR est constans*.

Ex his sequitur FP & FQ, aut AB, esse æquales*; & æquales quoque EN, BN. Quare Tempus quo Cavitas imprimitur, quod ipsi BF proportionale est, duplum est illius, quo Corpus, Velocitate quâ fuit impactum, potuisset percurrere spatium æquale profunditati Cavitatis; quod Tempus Lineâ BN fuit designatum*.

* 879

883.

* 415. 470.

Si hæc velimus applicare Exemplo in N. 859. proposito, hæc aliunde nota ponimus; Corpus, Machinæ nostræ applicatum, descendere ad profunditatem unius Pollicis, positâ Velocitate 14,6. Etiam Experimentis, cum Pendulis institutis*, detectum fuisse, Corpus, cadendo ab altitudine decem Pedum Rhenolandicorum, Velocitatem acquirere, quâ in uno minuto secundo percurreret Pedes tales viginti quinque.

* 374.

884.

Altitudo hæc se habet ad altitudinem unius Pollicis, ut 120. ad 1; ergo Corpus, cadendo ab altitudine unius Pollicis, Velocitatem acquirat, quâ in uno minuto secundo percurratur spatium 27,4. Pollicum*; hæcque est in nostrâ Machinâ Velocitas, quam dicimus 14,6., quæ se habet ad 10, ut 27,4. ad 18,7. Ergo *Spatium percursum in uno minuto secundo, Velocitate quam in Machinâ dicimus decem, est poll. 18,7.* & Tempus, quo Pollex unus percurritur, est 0'',511.; cujus duplum, Tempus nempe quo Cavitas, uno Pollice profunda, efficitur, est 0'',102., quod Tempus vix superat illud quod occasione N. 859. indicavimus.

885.

Si agatur de alio casu, clarum est Tempus mutari ut BF, quæ sequitur rationem ipsius BN. Hæc autem, si Velocitas maneat, sequitur rationem Profunditatis AB, ut in eodem N. 859. diximus.

886.

Si Velocitas mutetur, Tempus, in quo Linea ut AB percurritur, minuitur, ut augetur Velocitas, & est BN, ideoque BF, inversè ut Velocitas.

887.

Generaliter Tempus est directè ut Profunditas & inversè ut Velocitas.

888.

Ex hisce faciliè deducimus, quæ casus diversos peculiare spectant quamdiu de Corporibus Cylindricis agitur.

889.

* 11. 14. El.
XII.

* 257. 845.

Sit p Profunditas; d Diameter; M Massa; v Velocitas; Cavitas erit pdd^* , quæ valet Vim Mvv^* . Unde deducimus $\frac{p}{v} = \frac{Mv}{dd}$. Sed $\frac{p}{v}$ est ut Tem-

* 887.

pus*; ergo hoc ut $\frac{Mv}{dd}$; ut in N. 860. diximus.

890.

* 840.

* 370. 377.

378. 754.

* 377.

891.

TAB.

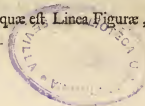
XXXII.

Fig. 7.

Quando Corpus, efficiendo Cavitatem cylindricam, amittit Vim, ex hac continuo amittit pro ratione spatii percurri*; eodem modo ut Corpus in altum projectum*; eidem ergo, cum hoc, Legi retardationis subijcitur; id est, minuitur Velocitas æqualiter, Temporibus æqualibus*.

Ponamus nunc Corpus terminari figurâ, quam efficit Parabola, circa Axem revoluta.

Sit AIC Parabola hæc; quæ est Linea Figuræ, cujus Axis est AB, qui etiam



etiam est axis Cavitatis. Linea Cavitatis est recta ex Vertice ducta A.L.D; nam Quadratum Ordinatæ A.I. est ut A.H*, cujus rationem quoque sequitur H.L*; quare H.L. ut quadratum H.I, quæ est Linæ Cavitatis natura*.

Sit Linea Velocitatis E.M.B; quadratum Ordinatæ, sequitur rationem superficiiei L.H.B.D*, quæ est differentia Triangulorum A.D.B, A.L.H; similia hæc Triangula sunt ut quadrata laterum A.B, A.H*; ergo quadratum Ordinatæ H.M, quod est ut differentia Triangulorum, est etiam ut differentia horum quadratorum. Unde patet Lineam B.M.E, esse Circulum, aut Ellipsin; si enim Centro A, radio A.B, quadrans Circuli describatur B.M.E; quadratum H.M æquale erit differentiæ quadratorum A.B & A.H. Si pro Circulo Ellipsis adhibeatur, non æqualitatem hanc habebimus, sed Ordinatæ erunt in eadem ratione*.

Velocitatis Linea, Temporis Lineam determinat*; in hoc autem casu in Mechanicam Lineam incidimus; sed si Circulum adhibeamus pro Lineâ Velocitatis, non aliâ Temporis Lineâ indigemus: Vidimus enim Lineam Velocitatis, Penduli, in Cycloide agitari, etiam esse Circulum, & Tempus determinari per hujus circumferentiam*; quod & hic locum habebit. Tempus quo Corpus penetrat ad Profunditatem A.H, se habet ad Tempus quo integram efficit Cavitatem, ut Arcus E.M, ad Circuli quadrantem E.M.B.

Spatiolium, infinitè exiguum, A.a percurritur Velocitate, quâ impactio fit; & Tempus, quo percurritur, representat Arcus E.e, ipsi A.a æqualis; ergo, si Corpus, hac eadem Velocitate motum, percurrat Circuli quadrantem E.M.B, hoc faciet Tempore, quo ipsa Cavitas efficitur. Hoc Tempus ergo se habet ad Tempus quo Corpus, Velocitate, quâ impactio fit, percurreret Cavitatis Profunditatem, ut Circuli quadrans ad Semidiametrum. Si A.A sit unius Pollicis E.M.B valebit Pol. 1,17. Velocitate, quam in nostrâ Machinâ dicimus decem, Corpus in uno minuto secundo percurrere potest Poll. 18,*; in duodecimâ parte hujus Temporis percurrit fere Poll. 1,17, & hocce Tempore Cavitas efficitur; ut occasione N. 862. indicavimus.

Si, manente Corpore, Velocitas mutetur, Cavitas, quam superficies A.D.B representat*, mutatur ut Quadratum Velocitatis*; superficies hæc sequitur rationem Quadrati Linæ A.B*, Profunditatem Cavitatis exhibentis; ergo Velocitas est ut Profunditas; & variatâ hac, æquali Tempore tamen percurritur*: unde sequitur æquali Tempore semper Cavitatem effici*, ut quoque observavimus occasione N. 862.

Si, manente Velocitate, Profunditas Cavitatis, quacunque de causâ, mutetur, in ratione mutatæ Profunditatis variatur Tempus, quo hæc percurri posset eadem illâ Velocitate*; illud autem constantem rationem habet ad Tempus, quo Cavitas efficitur*; quod ergo in eadem ratione quoque variatur.

Sequenti Regulâ etiam determinamus hoc ipsum Tempus, quo Cavitas imprimitur; est enim ad Tempus, quo Corpus cadendo acquirit Velocitatem, quâ impactio fit, in ratione compositâ, Profunditatis Cavitatis ad altitudinem, à quâ Corpus cecidit, & quadrantis circumferentiæ Circuli ad Diametrum.

Tempora hæc sunt inter se, in ratione compositâ Temporis, quo Cavitas imprimitur, ad Tempus quo Corpus Velocitate, quâ impactio fit, Profundi-

* La Hire
sect. con. lib.
3. prop. 1.
* 4. El. VI.
* 871.
* 874.
* 19. El. VI

892.

* La Hire
sect. con. lib.
2. prop. 3.
893.
* 876.

* 468.

894.

* 884.

895.

* 845.
* 871.
* 19. El. VI.
* 119.
* 894.

896.

* 120.
* 894.

897.

898.

tatem Cavitatis percurrere posset, & ratione hujus ultimi Temporis ad Tempus casus per dictam Altitudinem. Prima ratio illa est, quæ datur inter quadrantem Circuli & semidiametrum *. Secunda ratio coincidit cum ratione Profunditatis Cavitatis ad indicatam Altitudinem, duplicatam *. Ratio composita non mutatur, si duplicato uno consequenti, alterum ad dimidium reducamus; si pro semidiametro integram ponamus, & pro Altitudine duplicatâ ipsam simplicem adhibeamus, habemus quod demonstrandum erat.

S C H O L I U M IV.

De Conferendis Temporibus, quibus Cavitates efficiuntur, datis Figuris quibusdam peculiaribus.

899. **C**urvas vocabimus analogas, quarum Ordinatæ sunt proportionales, quæ Abscissis proportionalibus respondent.

TAB. Curvæ FAG, OHP, quarum Axes sunt AC, HL, sunt Analogæ; quia sumtis ad libitum AB, AC::HI, HL, hæc alia datur proportio DE, FG::MN, OP.

Concipiamus Curvas has circa Axes rotari, & figuras Corporum determinare. Si talia Corpora, juxta Axium directiones mota, in superficiem Corporis mollis impingantur perpendiculariter, Tempora quibus vires amittunt conferri poterunt inter se Regulâ facili; non autem hac ipsâ Tempora conferri poterunt cum Tempore quo Corpus, Velocitate notâ, spatium datum percurrit, ut in præcedenti Scholio fecimus *.

* 884. 894.
898.

900. Concipiamus Corpora hisce Curvis terminata, ita in Corpus molle impingi, ut penetrent ad FG & OP. Concipiamus ulterius Corpora hæc dividi, planis ad Axem perpendicularibus, in Orbes tenues, sed ita, ut in unoquoque Corpore Orbes omnes sint ejusdem crassitie, & singula Corpora eundem numerum orbium contineant.

Axes AC, & AL, in æqualem numerum partium dividuntur; ergo si idem sit numerus partium in AB, & HI; erit FG:DE::OP:MN*; & altern. FG:OP::DE:MN*: & sunt quoque proportionales Orbes quorum hæc sunt Diametri; daturque inter Orbes quoscunque respondentes, eadem ratio, quæ inter ultimos; id est Orbes respondentes sunt ubique in eadem ratione; & summa omnium, ad summam omnium, id est, *Cavitas una ad alteram*, ut Orbis quicunque ad suum respondentem *; aut, *ut summa Orbium quorumcunque ad summam respondentium*.

* 899.
* 16. El. V.
901.
* 12. El. V.

Corpora dum ad superficiem Corporis mollis accedunt, Viribus gaudent; ipsis Cavitatibus FAG, OHP proportionalibus*; moventurque Velocitatibus quæ sunt in determinatâ ratione.

902. Quando partes DAE & MHN, in Corpus molle penetrarunt, Vires destructæ sunt in ratione illarum quas Corpora in initio habuere *, ergo & Vires superflites sunt ut primæ*; ut & Velocitates in eadem ratione quam in initio *.

* 841.
901.
* 901.
* 17. El. V.
* 253.

Tempus;

Tempus, quo Profunditas Cavitatis DAE augetur quantitate Bb, est ad 903?
 Tempus, quo alterum Corpus percurrit Ii, directè ut Bb ad Ii, & inversè
 ut Velocitates, quibus in hisce momentis Corpora agitantur *. Bb autem est * 121.
 ad Ii, ut AC ad HL; propter æqualem numerum partium in utraq; Li-
 neâ: & Velocitates in hoc momento ut in initio *. Ergo Tempus quo Orbis * 902.
 quicunque immergitur, ad Tempus quo Orbis respondens in Corpus molle
 penetrat, directè ut Profunditates Cavitatum, quas Corpora integras Vires con- 904.
 sumendo imprimunt, & inversè ut Velocitates, quibus Corpora impinguntur in
 Corpus molle; & in eadem ratione est summa omnium momentorum, quibus
 successivè omnes Orbes, in FAG, immerguntur, ad summam momento-
 rum, quibus hoc ipsum in OHP contingit *. Hæc autem sunt Tempora, * 12. El. V;
 quibus integræ Cavitates imprimuntur.

Hæc Universalis est Regula, quæ locum habet, quæcunque sint Cavitates;
 potestque hujus Regulæ demonstratio figuris quibuscunque Corporum appli-
 cari, quando partes immerfæ similes sunt; quare Regula hæc omnibus Cavitati- 905.
 bus similibus quoque applicari potest.

In his ultimis primùm usum Regulæ exponam. Sit Cavitatis Profunditas 906.
 x ; Cavitatis erit ut x^3 ; ergo, si M sit Massa Corporis, & v Velocitas, erit * 8. 12. El.
 $x^3 = Mvv$; si T sit Tempus; erit $T = \frac{x}{v}$; & $T^3 = \frac{x^3}{v^3} = \frac{Mvv}{v^3} = \frac{M}{v^2}$; * 845.
 ut diximus in N. 861. * 904. 905.

Redeamus ad Curvas analogas; DE, FG::MN, OP; quia AB, 907.
 AC::HI, HL*: ponamus nunc AX, AZ::HI, HL erit RS, TAB.
 TV::MN, OP; ergo positis in eadem Curvâ AB, AC::AX, HZ, erit XXXII.
 DE, FG::RS, TV. Unde sequitur mutationem Ordinatæ, à mutatione Fig. 8.
 Abscissæ, pendere juxta constantem quandam Legem; & generali æquatione * 899.
 posse exprimi naturam omnium Curvarum Analogarum possibilem.

Si x sit Abscissa ut AB; y duplicata Ordinata respondens; æquatio erit 908.
 $x = y^{\frac{n}{m}}$ aut $x^m = y^n$, designantibus m , & n , numeris quibuscunque inte-
 gris, aut fractis. Si numerus unus aut alter sit negativus Curva in præsentī
 negotio usum nullum habere poterit.

Ut autem diversas Curvas, quæ eadem æquatione particulari exprimuntur, 909.
 possimus conferre, deficientes ab una parte dimensiones supplemus, adhibita
 Lineâ a , quâ tales Curvas inter se distinguimus, & æquatio generalis sit

$a^{n-m} x^m = y^n$.
 Si Abscissa x exprimat Cavitatis Profunditatem, Cavitatis ipsa valebit Sphæ- 910.
 roïdem, cujus x erit altitudo, quod Solidum proportionale est Mvv ; & va- * 845.
 let $\frac{n}{2m+n} a^{\frac{1n-1m}{2m+n}} x^{\frac{1m+n}{2m+n}}$, ut illi norunt quibus prima Elementa quadraturæ
 Curvarum non sunt ignota.

Possumus negligere multiplicatorem constantem $\frac{n}{2m+n}$; eò enim non mu-

tamus proportionem, quæcunque sit æquatio peculiaris: servatur tamen a , ut collatio diversarum Linearum ejusdem æquationis fiat.

Ponimus ergo $a^{\frac{2n-2m}{n}} x^{\frac{2m+n}{n}} = Mvv$, id est, $x^{2m+n} = a^{2m-2n} M^n v^{2n}$: sed

* 904. $T = \frac{x}{v}$; ergo $T^{2m+n} = \frac{x^{2m+n}}{v^{2m+n}}$.

* 911. Si nunc pro x valorem substituamus, detegimus æquationem $T^{2m+n} = a^{2m-2n} M^n v^{2n}$, quæ universalem suppeditat regulam, de Temporibus conferendis in omnibus Curvis Analogis, ut exemplis patebit.

* 912. Ponamus $m=0$, $n=1$; Æquatio Figuræ $a^{2n-2m} x^m = y^n$ * mutatur in hanc

* 909. * 911. $a=y$, & Figura est cylindrica. Nunc $T = a^{-2} Mv$ * aut $T = \frac{Mv}{aa}$, id est

* 1. El. XII. Tempus est directè ut productum Massæ per Velocitatem, inversè ut quadratum diametri, aut ut Basis*; ut supra jam habuimus*.

* 913. Si $m=1$, & $n=1$; æquatio Linearæ * dat $x=y$, & agitur de Cono; sed
* 909. a evanuit; & ut diversos Conos conferamus inter se, debemus novam inire computationem.

* 914. Ponamus d esse diametrum, quando c est altitudo, & erit, $d, c :: y, x$; aut
* 11. 14. El. XII. $dx = cy$. Soliditas Coni est ut yyx *, id est, ut $\frac{dd}{cc} x^3 = Mvv$ *; sed $T = \frac{x}{v}$ *,

* 845. * 904. ergo $T^3 = \frac{ccM}{ddv}$, dat generalem pro Conis quibuscunque Regulam.

* 915. Sit $m=1$, & $n=2$; æquatio Figuræ * est $ax = yy$ & figura est Parabola; cujus Parameter a . Factâ numerorum substitutione in æquatione; T^{2m+n}

* 909. $= a^{2m-2n} M^n v^{2n}$ quæ valorem Temporis exhibet*, habemus $T^4 = a^{-2} M^2$, aut $T^2 = \frac{M}{a}$, & quadratum Temporis est directè ut Massa, inversè ut Parameter.

* 916. Nec aliter in aliis Curvis procedendum.

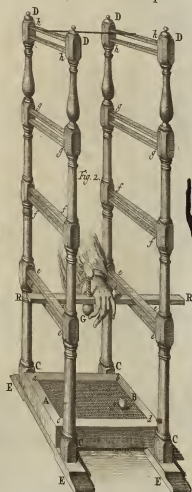
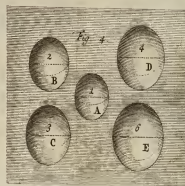
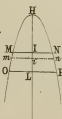
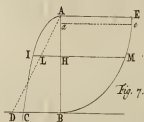
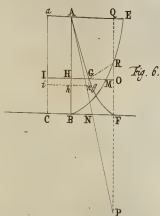
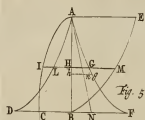
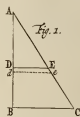
Curva $a^2 x = y^2$, dat $T^4 = \frac{M^2 v}{a^4}$;

$ax^2 = y^2$, dat $T^7 = \frac{M^2}{aa v}$.

$x^2 = ayy$, dat $T^7 = \frac{a^4 M}{v^5}$.

$x^3 = ayy$, dat $T^4 = \frac{aM}{v^2}$. &c.

In duobus ultimis casibus solidum formatur conversione Curvæ circa tangentem in vertice.



L I B E R II.

Pars II. De Corporum Collisione simplici, directâ,
& obliquâ.

C A P U T IV.

De Corporum Collisione simplici, directâ.

DEFINITIO I.

Celeritas, quâ duo Corpora, ad se mutuò accedunt, aut 917.
separantur, vocatur Celeritas respectiva.

Quando Corpora ambo ad eandem partem tendunt, ad se 918.
invicem accedunt, aut separantur, Velocitate, quæ equalis
est differentiæ Velocitatum absolutarum.

Velocitas autem respectiva est summa Velocitatum absoluta- 919.
rum, si Motuum directiones sint contrariæ.

DEFINITIO 2.

Impactio directâ dicitur, quando ita concurrunt, ut nulla 920.
ratio detur, quare potius ad unam, quàm ad aliam partem, de-
flectantur; adeò ut in eâdem Lineâ, ante & post concursum,
Motus detur, si hic non omnis destructus fuerit.

In tali Impactione hæc tria concurrere debent. Ut 921.
Directio Motûs, aut Motuum, quando ambo moventur
Corpora, transeat per singulorum Gravitatis Centra; ut
hæc eadem Linea, quæ per ambo Centra Gravitatis
transit, secet partes superficierum, quæ in se mutuò in-
currunt; tandem ut hæ superficies, quæ in se mutuò in-
incur-

incurrunt, ad Lineam, quæ per Centra Gravitatis transit, sint perpendiculares.

DEFINITIO 3.

922. *In omni alio casu Ictus dicitur obliquus.*

923. Corpora, in quibus Collisio locum habet, sunt vel dura vel Mollia; perfectè dura nulla novimus*; omnia quæ à nobis dura dicuntur sunt revera elastica; de his ergò & de mollibus agendum, de perfectè duris breviter, quid in omni casu contingeret, indicandum.

924. Non omnis concursus Corporum ad Impactionem pertinet; ita Corpora possunt convenire, & de hoc casu postea agendum erit, ut accessus superficierum fiat Velocitate infinitè exiguâ, potestque hæc Actio per Tempus continuari, sed nulla hîc datur Impactio.

925. Locum hæc habet, quando superficies ad superficiem, in quam immediatè agit, accedit Velocitate finitâ, ita ut detur Actio ex Vi insitâ.

926. *Omnia Corpora, nobis nota, constant ex partibus inter se coherentibus vi, cujus effectum novimus, & cujus causa nos latet: Sed verâ Pressione partes inter se cohærere, cui-cunque causæ hanc tribuamus, in dubium nemo vocabit.*

Nulla datur Pressio, quæ minimâ insitâ Vi superari
927. non potest*; ergò *Nulla datur Corporum Collisio sine quadam*
103. *partium introcessione.*

928. *Si Corpora darentur perfectè dura, minimâ Collisione confringerentur; in his enim minimus non datur partium mo-*
65. *tus sine harum separatione*.*

De Collisione Corporum in genere hoc Capite agam;
929. explicandum idèò, *quid obtineat in Corporibus non elasticis;*
nam & hoc ipsum *in elasticis locum habet, in momento in*
quo

quo Corpora concurrunt, antequam partes intropressæ ad pristinam figuram redeant.

Hac figuræ instauratione Corpora elastica sese mutuò repellunt; idcirco post Ictum separantur. Nulla autem talis datur Actio, si omni elastèrio destituantur; ergò post Impactum directum non separantur; nam in Impactione hac, directio mutari non potest*; & ideo, si non ambo Ictu quiescant, in eadem Lineâ ambo motum continuant, in quâ ante Ictum movebantur, & in quâ à se invicem non repelluntur.

Dum partes Corporum intropremuntur, destruitur Vis*, quæ Pressionem, quâ coherent*, superat; Ergò Corpus in aliud incurrere non potest, aut duo in se mutuò, sine diminutione summæ Virium*; si Corporum detur Collisio.

In Corporibus elasticis partes ictæ ad pristinam redeunt figuram, & redeunt premunt Corpus, cujus Actione intropressæ fuere; hac Pressione nova generatur Vis; sed de hac nondum agimus, in ipsis Corporibus elasticis datur, ante figuram instauratam, diminutio Virium, de quâ hic agimus.

Nulla in Corporum Collisione Vis destruitur, præter illam quâ partes intropremuntur.

Ponamus primò Corpora ad eandem partem tendere. Antecedens necessariò tardius alio movetur, & Ictu acceleratur; consequens verò, quia in aliud agit, ex vi suâ amittit. Effectus Vis amissæ est augmentum Vis in antecedente, ut & introcessio partium; Effectus hic valet Vim amissam à consequente*; sed illa, quam acquisivit antecedens, non est Vis destructa; ergò sola hæc destruitur, quâ partes introcedunt.

Secundò, tendant Corpora in partes contrarias. Cor-

pus, quod incurrit in Obstaculum molle, & fixum, totam intropremendo partes Vim amittit; nullum enim alium edit Effectum: & ideò totam intropremendo partes amittit Vim, quia Obstaculum satis resistit.

Non minor est resistentia, quando Obstaculum non est fixum, sed ipsum motu contrario ad Corpus accedit; quare Corpus, in hoc casu, non minorem intropremendo partes exferit Effectum, totamque etiam Vim hac Actione consumit.

Duobus autem datis Corporibus, in contrarias partes latis, utrumque est Obstaculum respectu aliùs, & utrumque intropremendo partes Vim consumit. Si verò unum ante aliud totum amittat Motum; eo momento in casum jam examinatum incidimus, & universalis est Demonstratio.

937. Paradoxam autem hanc Propositionem, *Vim nunquam immediatè Vim destruere*, Experimentis extra dubium ponimus.

EXPERIMENTUM I.

938. Utimur eadem Machinâ *, quâ Experim. 2., Capitis præcedentis *, demonstratur. Ipsi autem applicamus ambo Rectangula *r*, & *s*, dispositis Uncis, qui fila sustinent, ut antea explicatum *.

TAB.
XXVII.
Fig. 1.
* 760.
* 827.
* 766.

Cum Rectangulo *r* jungimus Conum H (TAB. XXVIII. Fig. 7.), ut in indicato Experimento *.

939. Rectangulo *s* additur Pyxis cylindrica lignea M (TAB. XXVIII. Fig. 10.); hæc, eum in finem, Cochleâ *n* instructa est, quæ Cavitati in anteriori superficiei Rectanguli inferitur *. Pyxididis hujus Cavum antè *o* Argillâ repletur; quæ Lamellâ, aut Cultro ligneo, cujus acies paulò illinita est oleo, abraditur, ut superficies plana, &

* 770.

& æqua sit; tunc ponderatur Pyxis, & in Cavum posterius parum Argillæ intruditur, quantum necesse est, ut Cylindri pondus æquet pondus Coni, Rectangulo r applicati. Tales cylindri, ita parati, plures desiderantur, ad minimum tres aut quatuor.

Rectangulis inferimus, ibique firmamus, Cylindros, quibus illorum Pondus augetur*; & quidem tales, ut * 774.
Massæ singulæ valeant tria.

Rectangula disponuntur, ut antea de uno dictum*; 940.
* 767.
cavendum autem ut exactè dentur in situ horizontali, ad eandem altitudinem, & ad eandem distantiam à Tabulâ BC; tunc, quiescentibus Rectangulis, in situ quem spontè acquirunt, Fila uncis, g & f juncta, sunt parallela, ut & illa, quæ super Uncis h & i transeunt; vertex Coni, cum Rectangulo r juncti, respondet centro superficiæ Argillæ in s , ibique hanc tangit.

Regula VX firmatur, & Rectangulum r elevatur, ut in sæpius indicato Experimento dictum*; applicatur Index O, ut decimæ divisioni majori Regulæ respondeat*. * 836.
* 775.

Ab hac divisione Rectangulum demittitur, & Velocitate decem in Rectangulum quiescens s incurrit, & hoc secum fert, Cavitatemque in Argillam imprimit. 941.

Fila quæ in suspensione Rectangulorum parallela fuerant talia nunc non sunt, quia Coni vertex, non Argillam tangit, ut ante, sed in hanc penetravit. Ad parallelismum reducenda sunt. Relictis Uncis g, g, g , & h, h, h , convertuntur Lamellæ, quæ intermediarum g, f , & h, i , distantias determinant*; & f, f, f , ut & i, i, i , medium versùs moventur, quantum necesse est, ut parallelismus instauretur, in quo nulla datur difficultas; fir- 942.
* 764.

mamusque Regulam YZ , ut extremitas Y respondeat cum Filis posterioribus Rectanguli s , quando Corpora
 * 830. juncta liberè suspensa quiescunt *.

943. Tollitur Pyxis cylindrica, quæ conjuncta erat cum s ; aliamque, eodem modo Argillâ repletam, substitui-
 mus. Indicem ita ponimus, ut cum quintâ majori di-
 visione Regulæ YZ conveniat.

Iterum elevamus Rectangulum r , & Velocitate de-
 cem immittitur in Corpus quiescens s ; simul adscen-
 dunt ad Indicem q , ad quem Fila posteriora Rectangu-
 li s accedunt, sed non incurrunt.

Cavitas, quæ Argillæ imprimitur, & in genere Ef-
 fectus hujus Percussionis, non differt ab Effectu in pri-
 mo tentamine *; quia, in utroque casu, Vis eadem ac-
 quisita fuit à Corpore r in descensu, qui idem fuit;
 sed, in primo casu, propter destructum Filorum paral-
 lelismum, non exactè Velocitatem, post Percussionem,
 potuimus mensurare, ante illum instauratum.

944. Habuimus Corpus R , cujus Massa est tria, impactum,
 TAB. XXXIII. Velocitate decem, in Corpus quiescens S , cujus Massa
 Fig. 1. etiam est tria; simul post Percussionem fuere agitata Veloci-
 tate quinque, & Cavitas effecta fuit quam in A exhibemus.

945. Sublato Cylindro ligneo m , cum S conjuncto, alium,
 TAB. XXXIII. Argillâ repletum, iterum substituiamus; instauratur situs
 Fig. 2. primus uncorum ut Corpora suspendantur, ut primum

* 910. fuere *, situs Regulæ YZ (TAB. XXVII.) paululum quoque
 mutatur, ut extremitas Y iterum conveniat cum Filis po-
 sterioribus Rectanguli S . Applicatis Indicibus ut, ab utra-
 que parte, divisioni majori quintæ * respondeant; ab illis
 Corpora R , & S , simul demittuntur, ut in medio con-
 currant, ubi quiescunt. Uterque Motus fuit destructus;

&

& Cavitas impressa exactè æqualis fuit ipsi A.

In primo Casu Velocitas Corporis R. fuit decem, Massa 946.
tria; Vis ergo 300 *. Post Impactionem Massa fuit sex, * 757.
Velocitas quinque, & Vis 150 *. Hæc Vis superfuit * 757.
tantum, & Vis æqualis fuit destructa, quæ consumi non
potuit, nisi intropremendo partes *; alius enim non * 934.
fuit Effectus.

In secundo Casu, utriusque Corporis Vis fuit 75. *, * 757.
& tota Vis destructa quoque 150; sed propter Cavita-
tem æqualem, & similem, priori, hæc ipsa Vis in Ca-
vitate formanda consumpta fuit *. * 934.

Vim 150 requiri in omni casu, ut talis efficiatur Ca-
vitas, mutatis circumstantiis, clarius patet.

Rectangulum R, cum suo Cono *b*, servatur; tantum 947.
mutatur Massa, quæ nunc est sex; hæc, Velocitate quin- TAB.
XXXIII.
Fig. 3.
que, impingitur in Obstaculum fixum, ut, in variis Ca-
pitis præcedentis Experimentis *, Corpora in tale ob- * 827. 843.
staculum fuere impacta; Cavitas iterum exactissimè æ-
qualis est præcedentibus, & Vis destructa quoque 150 *. * 757.

Ad illud, quod, aucto Pondere, de Filis extensis
aliâ occasione monuimus *, hîc quoque attendere debe- * 831.
mus.

Motu duobus Corporibus communi Corpora hæc in
se mutuò agere non possunt; pendet ergò Ictus à *Velocitate respectivâ*, quâ manente, *Intensitas Impactionis eadem*
erit, quomodocunque Celeritates absolutæ variant; ab *Inten-*
sitate hac pendet Partium introcessio, quæ ergò *semper ea-*
dem erit, si duo Corpora, eâdem Velocitate respectivâ, in se
mutuò incurrant, quibuscunque Velocitatibus moveantur. 948.
949.

EXPERIMENTUM 2.

Hoc Experimentum ut præcedens peragitur.

K k 3

Rectan-

950. Rectangulo R idem Conus *b* jungitur, sed Massa va-
TAB. XXXIII. Fig. 4 let quatuor *. Rectanguli S Massa est tria, & cum ipso
* 774. * 939. * 940. cohæret Pyxis cum Argillâ *m* *. Corpora suspendun-
 tur, ut supra dictum *.

Corpus R Velocitate septem, impingitur in Corpus
 quiescens S; Cavitas Argillæ imprimitur. Tollitur Py-
 xis *m*, & alia substituitur. Velocitas respectiva fuit sep-
 tem *.

* 918. 919.

951. Index *o* ita ponitur, ut *r* descendendo Velocitatem
TAB. XXVII. Fig. 1. novem acquirat; manente hoc mutatur situs Regulæ
 V X ita, ut extremitas X respondeat Filis anterioribus
 Rectanguli *s*, quiescente hoc. Tunc *s* elevatur V ver-
 sùs, ad talem altitudinem ut eadem Fila secundæ divi-
 sioni majori Regulæ X V respondeant, & Index *p* ita
 collocatur, ut hujus cuspis cum interiori, ex dictis Filis,
 conveniat. Index hic, qui separatim in P, & *p*, (TAB.
 * 177. xxviii. Fig. 6.) exhibetur *, ex Cochleâ constat, ut ser-
 vato loco, ad Filum cui respondet, accedere, & ab hoc
 removeri possit; ita autem convertitur Cochlea hæc, ut,
 manente Indice, Corpora liberè juxta ipsum transire
 possint, Filis interioribus ad exiguam tantum distan-
 tiam à cuspide transeuntibus. Si *s* nunc elevetur, ut an-
 teriora Fila Indici *p* respondeant, descendendo acqui-
 ret Velocitatis gradus duos Z versùs.

952. Elevatis simul Corporibus R & S, ut Indicibus suis
TAB. XXXIII. Fig. 5. Fila respectivè respondeant; demittantur eodem mo-
 mento, eodem quoque momento, ad locum infimum,
* 407. id est Machinæ medium, pervenient *; ibique concur-
 rent, dum ad eandem partem feruntur, antecedens cum
 duobus gradibus Velocitatis, consequens Velocitate no-
 vem: Velocitas respectiva iterum fuit septem *. Remo-
 vetur

* 918.

vetur Pyxis *m*, aliamque Pyxidem similem substitui-
mus.

Situs Regulæ *XV* instauratur, ut extremitas *X* Filis posterioribus Rectanguli *r* respondeat. Extremitas *Y*, alius Regulæ, eodem modo respondere debet Filis posterioribus Rectanguli *s*. Ponimus Rectangula quiescere.

Demittuntur ambo Corpora *R* & *S* ita, ut, in contrarias partes lata, descendendo *S* acquirat duos gradus Velocitatis, *R* quinque; hisce Velocitatibus in medio Machinæ conveniunt *, & in Percussione Velocitas respectiva est septem *.

In hisce tribus Percussionibus Velocitas respectiva fuit eadem, nempe septem; tres etiam effectæ Cavitates exactissimè sunt æquales.

Nunc satis, superque, explicatum credimus, quomodo Corpora Velocitatibus quibuscunque, sive agatur de Motibus conspirantibus, sive de contrariis, in se mutuò possint impingi; etiam quomodo Velocitas, ambo-
bus communis, post Percussionem mensuretur: hac de causâ in sequentibus inutile erit, ulterius in similibus Experimentis explicare, quæ dispositiones Machinarum spectant.

Videamus nunc quid ex ultimâ Propositione * sequatur. Vires æquales consumuntur in formandis Cavitatibus æqualibus *; nulla Vis perit præter illam, quæ in Cavitatibus formandis consumitur *; ergò *quomodocunque* duo Corpora moveantur, si eadem fuerit Velocitas respectiva, eadem Vis Ictu destructa erit *.

EXPERIMENTUM 3.

Hoc Exp. ut præcedens instituitur; eadem omnia, eodem modo, peraguntur; sed singula, ex tribus ten-
tami-

TAB.
XXVII.
Fig. 1.

953.
TAB.
XXXIII.
Fig. 6.

* 407.

* 919.

954.

955.

* 949.

* 841.

956.

* 934.

* 949.

957.

TAB.
XXXIII.
Fig. 4, 5, 6.

*950 952.
953.

taminibus*, iterum repetenda sunt, observatis quæ in N. 942. fuere explicata, ut Velocitatem post Percussionem, singulis vicibus, determinemus; sequentes autem detegimus.

*950. In primo casu * Corpora Motu communi feruntur
*952. Velocitate quatuor. In secundo * Velocitate sex. In ultimo * duobus tantum gaudent gradibus Velocitatis.

958. In primo casu, ante Percussionem, solum Corpus R
757. fuit motum. Massa erat 4, Velocitas 7; Vis ergò 196. Post Percussionem Corpora fuere conjuncta, & Massa valuit 7, Velocitas 4; Vis erat 112; periit ergò introprendendo partes Vis 84.

In secundo casu Vis Corporis R, erat $4 \times 81 = 324$; Vis Corporis S erat $3 \times 4 = 12$; summa ergò Virium fuit 336. Post impactionem Vis fuit $7 \times 36 = 252$. Vis destructa ergò quoque valuit 84.

In ultimo casu Vires ante Percussionem erant 100 & 12; quarum summa 112, etiam 84 superavit Vim post Ictum superstitem 28.

959. Cum Vis Ictu destructa, manentibus iisdem Corporibus, & eadem Velocitate respectivâ, semper sit eadem, hanc in uno casu determinare satis erit; & in omnibus aliis dabitur.

960. Si Corpora duo, sive æqualia, sive utcumque inæqualia, in contrarias partes lata, in se mutuo incurrant, potest, datâ Velocitate respectivâ, ita componi horum Motus, ut quod libuerit alium post Ictum secum ferat, unde sequitur, casum dari, in quo post Ictum quiescunt.

In hoc casu summa Virium absolutarum valet vim in omni casu, positâ eadem Velocitate respectivâ, destructam*. In hoc eodem casu summa hæc est, servatâ Velocitate

citare respectivâ omnium minima: si enim summa minor daretur, minor Vis Ictu periret, quod impossibile *.

* 956.

Summam autem hanc esse omnium minimam, si positis directionibus contrariis, Celeritates fuerint inversè ut Massæ, & in hoc casu solo esse minimam, in Scholio sequenti 1. demonstramus.

961.

Unde ergò sequitur, in hoc solo casu, *Corpora in contrarias partes lata, & in se mutuo incurrentia, post Ictum quiescere, si Velocitates fuerint inversè ut Massæ* *.

* 960.

In hoc autem casu Vires ipsæ sunt ut Velocitates, id est, sunt inæquales, si Corpora sint inæqualia; quod paradoxum admodum videtur. Hac de causâ etiam directè Propositionem ipsam demonstrabo; ut ex Naturâ Percussionis pateat, hanc inæqualitatem ut quies detur, positis Corporibus inæqualibus, omninò desiderari.

963.

* 791.

Concipiamus Corpora duo, in contrarias partes lata, & in se mutuo directè incurrentia; ita consumunt Vires intropremendo partes, dum aut plana fiunt, aut unum in aliud penetrat, ut, post primum contactum, quoddam spatium Corpora percurrant; partibus interea inter vicinas recedentibus.

964.

Non per totum hocce spatium cohæsiō superanda æquabilis est; sed si spatium hoc in spatiola minima divisum concipiamus, in singulis Resistentia superanda per totum spatiolum pro æquabili haberi poterit; & unumquodque Corpus, particulas inter vicinas movendo, ex Resistentiâ hac superabit pro ratione partis spatioli ab ipso percursæ: duo autem Corpora, in contrarias partes lata, simul quidem integrum percurrunt spatiolum; sed hujus partes, à singulis percursæ, sunt ut Velocitates *; in quâ eadem ratione sunt cohæsiōnis

* 119.

- * 361. Resistentiæ superatæ; quæ sunt ut Corporum actiones *;
 * 709. aut ut Vires amissæ *.

965. Idcirco in omni Collisione duorum Corporum, Motibus contrariis in se invicem incurrentium, decrementa Virium, in singulis momentis infinitè exiguis, sunt ut Velocitates Corporum, in his ipsis momentis.

Quæ Regula locum habet donec unum è Corporibus integram Vim amiserit; quod ab alio tunc repellitur, & Vim novam acquirit. Si autem Corpora ambo, eodem tempore, Vires amittant, eodem momento quiescunt; & est hic casus, quem examinare debemus.

966. Ponamus duo Corpora, in contrarias partes lata, & in se mutuò incurrentia Velocitatibus, quæ sunt inversè ut
 * 791. Massæ; Vires erunt ut Velocitates *.

In primo momento, postquam sese mutuò superficies
 * 965. tetigère, Virium decrementa, quæ sunt ut Velocitates *, sunt ut ipsæ Vires; & Vires superstites ut Vires primæ *; in quâ eadem ratione sunt Velocitates superstites *.

* 19. El. V.

* 791.

Potest idem ratiocinium ad secundum, & sequentia momenta, applicari; & in singulis, Virium decrementa sunt ut ipsæ Vires; quæ ergò eodem tempore consumuntur; quare eodem momento Corpora quiescunt; quod in hoc solo casu obtineri, in quo Velocitates oppositæ sunt ut Vires, eadem evincit demonstratio.

Ex hac quoque constat, decrementa Velocitatum,
 967. in omni Collisione, singulis momentis, esse inversè ut Massas. Nam si, manente Velocitate respectivâ, Motus utcunque mutantur, non illa variantur, quæ immediatè ab Ictu pendent *; & quod decrementis Velocitatum in casu peculiari demonstravimus, in genere ad mutationes
 * 948. Veloci-

Velocitatum, in Collisione quacunque, referri poterunt.

Ex præcedenti demonstratione sequitur Corpora inæqualia, in contrarias partes lata, non quiescere concursu mutuo, nisi Vires habeant inæquales; circa quam Virium inæqualitatem Experimenta quædam, notatu digna, hic addam.

EXPERIMENTUM 4.

Corpus R, cum Cono *b*, quem in præcedentibus Experimentis adhibuimus, cujus Massa est novem, & Velocitas duo, in Corpus S, Pyxide *m* cum Argillâ armatum, & cujus Massa valet duo, impingitur; dum hoc in contrariam partem fertur Velocitate novem. In medio Tabulæ Corpora, dictis Velocitatibus, quæ sunt inversè ut Massæ, concurrunt, & quiescunt; Cavitatemque efficiunt quam exhibemus in B.

Hoc Experimento ipsam Propositionem immediatè confirmamus; quæ Virium inæqualitatem spectant patebunt, si hoc Experimentum cum sequenti conferamus.

EXPERIMENTUM 5.

Amborum Corporum R, & S, Massæ valent duo, utriusque Velocitas est novem, in contrarias partes lata concurrunt, & quiescunt, efficiuntque Cavitatem C.

Mutatis Massis, ut sint novem, si utrumque Corpus, duobus gradibus Velocitatis, in oppositum incurrat, iterum quiescent; & Cavitatis erit D.

Corpora, in hisce circumstantiis, quiescere debere, manifestum est, sed illi, qui præcedentem demonstrationem * non benè intellexit, mirum videbitur, Cavitates esse inæquales; hac de causâ alia quædam addam Experimenta.

969.

TAB.
XXXIII.
Fig. 7.

970.

971.

TAB.
XXXIII.
Fig. 8.

972.

TAB.
XXXIII.
Fig. 9.

973.

* 966.

974. Vis, quæ in Experimento præcedenti consumitur, quâ Cavitates B effecta fuit, valet dimidium totius Vis, quæ, in ambobus tentaminibus hujus Experimenti, fuit destructa, & quâ Cavitates C, & D, fuere effectæ; hac de causâ ex ante demonstratis * sequitur, Cavitatem B. valere dimidium summæ aliarum Cavitatum C & D; ita ut æqualiter cum harum utrâque differat: quod cum ipso Experimento congruit, ut mensuratis Cavitatibus detegitur.

975. Hæ autem facile mensurantur, adhibito Circino proportionum, quo solida similia, quorum latera homologa sunt Cavitatum diametri, inter se conferuntur; si talem Circinum ad manus non habeamus, sequentia Experimenta sufficere poterunt.

EXPERIMENTUM 6.

976. Corpus R, cujus Massa est novem, duobus gradibus Velocitatis, impingitur in Obstaculum fixum; efficit Cavitatem E.

Fig. 10. Idem Corpus, mutatâ Massâ, ut sit duo, Velocitate novem, in obstaculum fixum impactum, cavitatem impressit F.

977. Harum Cavitatum inæqualitas Virium inæqualitatem demonstrat in Experimento 4^{to}. *; sunt hæ inversè ut Massæ *, & in eâdem ratione Cavitates *; harum summa valet Cavitatem B, in dicto Experimento 4^{to}. formatam, ut mensuratis Cavitatibus patet; sed etiam Experimento evincitur.

EXPERIMENTUM 7.

978. Incurrat Corpus R bis in eundem locum superficiei Argillæ ita, ut secundâ vice augeat Cavitatem primâ vice effectam, si in uno casu Massa sit novem, Velocitas

tas duo; in alio Massa duo, & Velocitas novem; integra Cavitas æqualis erit Cavitati B Experimenti quarti *.

* 850.

In hoc ipso Experimento quarto Vis Corporis R fuit $9 \times 2 \times 2 = 36$; Vis Corporis S valuit $2 \times 9 \times 9 = 162$; summa est 198. Si Corpus, cujus Massa sit novem, & eodem Cono *b*, ut in præcedentibus, armatum, Velocitate quatuor cum septem decimis partibus, in obstaculum fixum incurrat, Cavitatem efficit, quæ dictæ Cavitati B, etiam æqualis est. Vis, hoc Ictu destructa, etiam valet 198, saltem vix ab hac differt; quod demonstrat talem etiam fuisse Vim in Experimento quarto destructam; quod iterum inæqualitatem Virium, in ipso illo Experimento, extra dubium ponit.

TAB.
XXXIII.
Fig. 13.

* 841.

Si dato casu, in quo Corpora post Ictum quiescunt, Vis minor augeatur, ita tamen ut Vim alterius Corporis nondum æquet, *Corpus, cujus Vis minor erit, Corpus majori Vi motum regredi coget.*

Corpus celerius motum, quamvis majori Vi præditum, breviori Tempore, intropremendo partes, Vim consumit, & ab alio, quod Vim superstitem habet, repellitur.

EXPERIMENTUM 8.

Ponamus Corpora R, cujus Massa valeat duo, & S, cujus Massa sit novem in contrarias partes lata, in se mutuo incurrentia, hoc Velocitate quatuor, illud Velocitate duodecim; Ictu repellitur R, & S in motu perseverat, secum ferens R Velocitate, quæ unum gradum superat.

981.

TAB.
XXXIV.
Fig. 1.

Remoto S, Corpus R, servato Cono suo *b*, eadem Velocitate duodecim, in Obstaculum fixum impingitur; imprimit Cavitatem A.

982.

TAB.
XXXIV.
Fig. 2.

983. Mutatur Massa, ut valeat duo, & Velocitate quatuor, quâ S in Collisione ultimâ fuit agitaturn, in alium locum Obſtaculi fixi impingitur, & Cavitas eſt B, quâ ab aliâ admodum ſuperatur; quamvis Corpus hocce Impactio- ne non integrum amiſerit Motum, & aliud ſecum tu- lerit.

984. *Quando duo Corpora in ſe mutuò incurrunt, duæ dantur Actiones; & duæ Reactiones, utraque Actio ſuæ Reactioni æqualis eſt. Ut Corpora quieſcant poſt Ictum, requiri- tur, ut utrumque Corpus patiaturn reſiſtentiam talem, quâ datâ, hoc poſſit agendo Vim ſuam conſumere, quòd, ubi Corpora ſunt inæqualia, niſi Vires ſint inæ- quales, contingere non poteſt.*

985. Ex demonſtratis deducimus, datis Corporibus, & horum Velocitate reſpectivâ, *Vim Ictu deſtruclam deter- minari*, ſi determinetur ſumma Virium, poſitis, eâdem Velocitate reſpectivâ, Motibus contrariis, & Velocita- tibus in ratione inverſâ Maſſarum *. Hanc autem ſum- mam dari in Scholiis demonſtramus, *ſi productum Maſſa- rum per quadratum Velocitatis reſpectivæ multiplicetur, & per ſummam Maſſarum dividatur.*

EXPERIMENTUM 9.

986. Corpus R, cujus Maſſa eſt quatuor, Velocitate no- vem, in Corpus quieſcens S, cujus Maſſa valet duo, impingitur; imprimit cavitatem C; cui exactiſſimè æ- qualem habemus, ſi Corpus, cujus Maſſa eſt tria, Velo- citate ſex, in Obſtaculum fixum incurrat.

* 757. In hoc ultimo caſu Viſ deſtructa eſt $3 \times 36 = 108$ *.

* 826. Viſ æqualis deſtructa fuit in primo caſu *. Hanc autem ipſam detegimus multiplicando productum Maſſarum 8. per 81. quadratum Velocitatis reſpectivè novem; & di- videndo

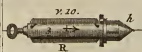
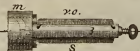


Fig. 1.



2.5. \leftrightarrow

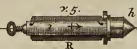


Fig. 2.

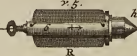


Fig. 3.

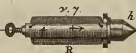
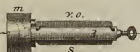


Fig. 4



4. \rightarrow

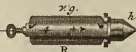
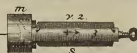


Fig. 5.



v. 6. 44



Fig. 6.

 $\gamma: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 

Fig. 7

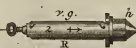
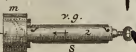


Fig. 8.

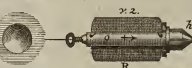
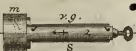


Fig. 9.



Fig. II.

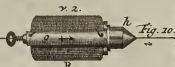
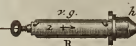


Fig. 23.

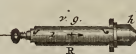


Fig. 12.



videndo productum 648. per summam Massarum 6.

Ex demonstratis de Corporibus post Ictum quiescentibus, deducimus Regulas, quibus, in omni casu, Corporum Velocitates post Ictum determinantur.

Moveantur Corpora, aut eandem partem versus (Fig. 1.), *aut in partes contrarias* (Fig. 2.), & sint Massæ ut AB & BC; sit hujus Velocitas BE; illius BN: Velocitas respectiva erit EN*. Dividatur hæc in I ita, ut IN sit ad IE, ut BC ad BA; & erit BI Velocitas, quâ ambo Corpora post Ictum feruntur; nam *mutationes in Velocitatibus sunt in ratione inversâ Massarum**, BC acquirit EI, dum AB amittit NI. Si concipiamus Navem translatam Velocitate BI, & in hac moveatur Corpus BC, Velocitate IE, à prorâ ad puppim, habet Velocitatem absolutam BE; & Corpus AB feratur à puppi ad proram Velocitate IN, habebit hoc Velocitatem absolutam BN; hæc Corpora, cum in Nave ferantur directionibus contrariis, & Velocitatibus, quæ sunt inversè ut Massæ, post Ictum in Nave quiescent*; id est, eâdem, cum Nave, Velocitate translata erunt.

Determinatur BI regulâ facili, quam ut detegamus, sint Rectangula BM, BF, producta Massarum per suas Celeritates, & absolvantur Parallelogramma AO & CD. Ductâ DO, secat hæc BN in I; nam Triangula DIE & INO sunt similia; & IN est ad IE, ut NO, aut BC, ad DE, aut AB. Per I ducatur HL, parallela ad AB, & complementa IM, IF, erunt æqualia*; ergo *Corporibus tendentibus ad eandem partem, si ex summâ productorum BM, & BF, Massarum per suas Velocitates subtrahamus MI, & ejus loco substituamus IF, prædicta summa æqualis erit Rectangulo AL; quod si dividatur per AC,*

987.
TAB.
XXXVII.
Fig 1. 2.

* 918. 919.

* 967.

* 962.

* 43. EL I
988.
Fig. 1.

AC, *summam Massarum, quotiens divisionis dabit AH, aut BI, Velocitatem Corporibus communem post Ictum.*

EXPERIMENTUM 10.

989. In Corpus S, *cujus Massa est tria, & Velocitas tria, incurrit Corpus R, cujus Massa valet duo, & quod Velocitate tredecim ad eandem partem tendit cum primo. Post percussionem Velocitas ambobus communis est septem. Hanc ipsam detegimus multiplicando 3×3 & 2×13 . Summa, productorum 9, & 26, est 35. Divisâ hac per summam Massarum 5, habemus 7.*

Antea explicavimus quomodo Velocitates quæcunque Corporibus ad eandem partem tendentibus imprimantur*; vidimus etiam quomodo Velocitas post Ictum mensuretur*.

*951 952.

*7:9 942.

990. Si Corpora tendant in partes contrarias, & ex producto majori BM subtrahamus MI, & substituamus IF, habemus BM æquale Figuræ AHLFEB; ex quâ si subtrahamus productum BF, habemus HC differentiam productorum Massarum per suas Velocitates; si autem hanc dividamus per summam Massarum AC, quotiens erit Velocitas quæsitâ BI; quæ dirigitur ad eandem partem cum BN: id est ambo Corpora, Velocitate detectâ, feruntur eandem partem versùs, cum Corpore, cujus productum Massæ per Velocitatem aliis productum simile excedit.

TAB.
XXXVII.
Fig. 2.

EXPERIMENTUM 11.

991. Eadem Corpora, quæ in præcedenti Experimento fuere adhibita, & in hoc in se mutuò incurrunt, sed motibus contrariis; R Velocitate quinque; S cum decem gradibus Velocitatis, & ambo Corpora, post Percussionem, Velocitatem communem habent quatuor; quæ ad eandem partem dirigitur cum Motu Corporis S ante Percussionem.

TAB.
XXXIV.
Fig. 7.

Pro-

Producta Velocitatum per Massas sunt 30. & 10; differentia 20, divisa per summam Massarum quinque, dat quatuor.

Si Corpus unum quiescat, ex utrâque Regulâ sequitur, 992. Corporis moti productum Velocitatis per Massam dividi debere per Massarum summam.

EXPERIMENTUM 12.

Datis iterum iisdem Corporibus; incurrat R, Velocitate decem in S quiescens, & amborum Velocitas post Ictum erit quatuor. 993.

TAB.
XXXIV.
Fig. 8.

Productum Velocitatis per Massam est 20; hoc divisum, per summam Massarum 5, dat quatuor.

In hisce demonstrationibus Velocitates consideravimus respectivas, & conclusiones ad Velocitates absolutas applicavimus, etiam in N. 956, ad Vim in Collisione destructam determinandam, Actionem tantum consideravimus respectivam. Ratiocinia hæc procedunt, quia mutari non potest Velocitas respectiva, quin eadem in Velocitatibus absolutis detur mutatio, has ambas nempe considerando. Etiam Vis quæ consumitur intropremendo partes est diminutio Vis absolutæ, quamvis ab Actione respectivâ pendeat, & sequatur hujus Actionis rationem. 994.

In cæteris *Actio respectiva ab absolutâ distinguenda est*; 995. nam eadem mutatio respectiva dat Virium mutationes diversas, pro diversis Viribus absolutis ante concursum; ejusdem quoque Corporis, eodem modo moti, minor Actio respectiva in Corpus aliud determinatum, huic majorem potest communicare Vim.

EXPERIMENTUM 13.

Sit Corporis R Massa duo, Velocitas decem; incurrat Mm

996.
TAB.
XXXIV.
Fig. 9.

currat hoc in Corpus quiescens S, cujus Massa octo ; post Ictum ambo Corpora moventur duobus gradibus Velocitatis: quod congruit cum præcedenti Regulâ *.

* 992.

997.

TAB.

XXXIV.

Fig. 10.

Idem Corpus R, servatâ hujus Massâ, eâdem Velocitate decem, impingitur in Corpus S, cujus Massa octo, ut ante, sed Velocitate quinque ad eandem partem translatus. Velocitas ambobus communis post percussionem est sex; quod iterum cum ante dictis congruit *.

* 988.

998. In primo casu Corpus quiescens S, Actione Corporis R, duos acquisivit gradus Velocitatis; ideoque Vim 32 *.

* 757.

* 757.

In secundo casu S habebat Vim $25 \times 8 = 200$ *. Post Ictum habuit $36 \times 8 = 288$; &, Actione Corporis R, acquisivit Vim 88. Quod Experimentis faciliè confirmari posset, si non abundè, in Capite præcedenti, Experimentis jam fuisset confirmatum, Virium Effectus esse ut producta Massarum per quadrata Velocitatum.

999. Motus Corporis R, in utroque Casu idem fuit; & quamvis, Actione respectivâ majori, in primo casu, in Corpus S egerit, in secundo tamen huic Vim communicavit ferè triplam: omnia tamen benè convenire inter se demonstramus.

1000. Velocitas respectiva fuit in primo casu dupla, & Velocitas communicata dupla; nam in hoc duos acquisivit S gradus Velocitatis, & in secundo casu tantum unum.

1001. Velocitas respectiva dupla dat Actionem respectivam, quæ est ut quadratum Velocitatis respectivæ, id est, quadruplam; in primo casu quoque talis detegitur Cavitas, si conferatur cum Cavitate in secundo casu.

Hæc

Hæc spectant Motum respectivum, videamus nunc ipsos Motus Corporum.

In utroque casu, ante Ictum, R habebat Vim 200 *. 1002.
In primo casu post Ictum Vim habuit superstitem 8, * 757.
amisit ergo 192.

In secundo casu, post collisionem, Vim superstitem habuit 72; & amisit 128.

In primo casu Vis, efficiendo Cavitatem destructa, est 160 *; & Corpus R ipsi S communicavit gradus * 934 985
Vis triginta duos. In secundo casu minorem quidem R amisit Vim, sed gradus tantum 40. efficiendo cavitatem fuere destructi *; ergo communicavit ipsi S * 934 985
Vim 88.

Effectus integri, Viribus, agendo destructis, sunt proportionales *. Hac de causâ quando Corpus agendo * 713
plures diversos præstat Effectus, omnes simul considerandi sunt, si ex his velimus Vim determinare, quam Corpus agendo amisit.

Corpus in Motu alii Corpori, sine Impactione, Motum 1003
communicare potest, in hoc tantum Pressione agendo; in quo casu, si Pressio, quâ partes cohærent inter se, superet Pressionem Corporum mutuam, nulla datur partium introcessio, & nulla Vis destructa *: ideoque summa Virium ante & post Actionem eadem est. * 934

Ut autem demonstremus quomodo Corpora mota, 1004.
Pressione in alia, sine Impactione, Motum hisce communicare possint, concipiendum est Corpus Q, quod TAB.
formatur revolutione Figuræ *abcd*, quæ Semicirculo XXXV.
& duobus Quadrantibus terminatur, circa Axem *ac*. Fig. 11

Quiescat hoc, quamvis demonstratio etiam Corpori moto applicari possit; concipiamus ulterius duo Cor-

pora P, P; duo concipimus, ut Actio in Corpus Q sit directa; ratiocinia eadem sunt, ac si de uno ageretur; moveantur hæc, Velocitatibus æqualibus, directionibus Parallelis inter se, & Axi Corporis Q; moveantur etiam ita, ut ubi ad Q perveniunt, Corporis Q superficies tangat Corpora P, P, in punctis, in quibus hæc ipsa superficies Parallela est ipsi directioni Motus. Corpora ergo P, P, in Corpus Q nullam exerunt Actionem, in momento in quo ad hoc perveniunt: Dum Motum continuant juxta superficies excavatas, *ad, ab*, Corpus Q premunt, quod cum non retineatur cedit, & dum Pressio continuatur, acceleratur Q, quamdiu Corpora P, P, ipsi Q applicata manent *; hoc autem deserunt, ubi Corpora P, P, ad puncta *b* & *d* perveniunt, in quibus directiones Motuum Corporum P, P, perpendiculares sunt ad directionem primam, juxta quam ad Corpus Q accessere. Quomodo horum Corporum Velocitates determinemus, in Scholio ultimo Capituli. X. hujus Libri explicabo.

Hæc Pressio nullum exerit Effectum præter Motum, quem Corpori Q communicat; ideoque Corpora P, P, ex Viribus tantum amittunt, quantum acquirit Corpus Q *. In hisce attritum seponimus, qui sine quadam partium introcessione dari non potest; ideoque sine Virium destructione. In scholio autem 3^o. Cap. X. hujus Libri, ipsos hos Motus post concursum, determinamus.

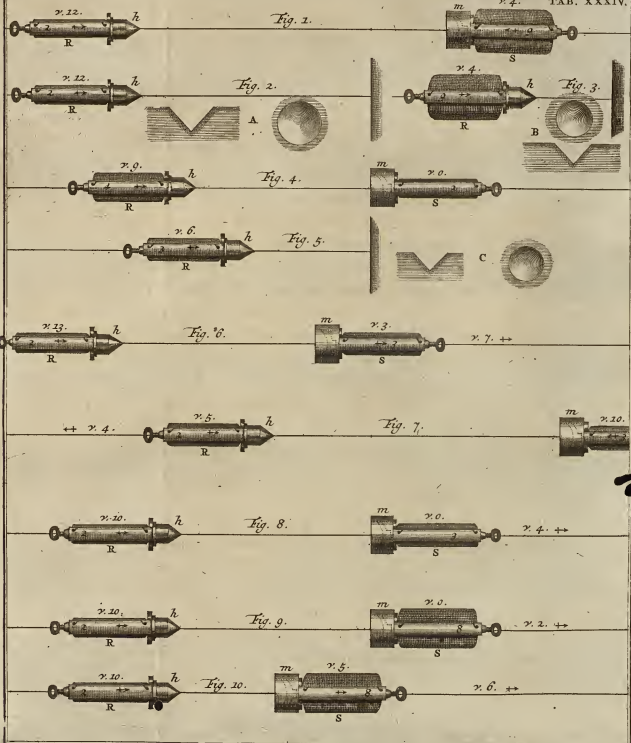
1005.

TAB.

XXXV.

Fig. 2.

Si Corpus ut P, simili Actione, premat Obstaculum, quod hac Pressione non movetur, ut ABC, & cujus partes satis arcè cohæreant, ut huic Actioni non cedant, Corporis Velocitas non mutabitur; in hoc casu Corporis Pressio in Obstaculum resistentiâ Obstaculi, qui-



dem destruitur; sed cum nulla detur partium introcessio, neque Vis communicata, non minuitur Vis Corporis P; sic Corpus, quod super plano inclinato descendit, eodem modo acceleratur, ac Corpus quod liberè cadit, si ad eandem profunditatem ambo descendant *; ³⁹³ quamvis illud planum premat. In hisce occasionebus, illud, quod Obstaculum in loco retinet, Corporis Actionem destruit, & Corpori Vim communicat æqualem illi, quam Actione suâ Corpus amittit; quare ipsa Corporis Vis non mutatur, quantum ad quantitatem.

Si autem ipsam Vim consideremus, revera mutatur, ^{1006.} dum directio variatur, Motus enim juxta certam directionem non est Motus juxta aliam directionem. Dum Corpus P Curvam percurrit ABC; in singulis punctis exiguam partem suæ Vis amittit, æqualemque juxta aliam directionem acquirit; ubi autem, continuâ inflectione, mutata directio cum primâ Angulum rectum efficit, nil Corporis Motus cum primo Motu commune habet, totamque amisit, & novam, priori æqualem, acquisivit Vim.

Ex hisce Patet *Actione Corporis hujus Vim, ideoque Velocitatem, non minui, sine ipsius Obstaculi, aut partium hoc componentium, translatione ex hac Actione oriundâ.* ^{1007.}

Ad hanc propositionem Mechanici attendere debent, ^{1008.} ut in Machinis omnem motum tremulum, agitationemque partium inde oriundam, cohibeant; his enim labor in usu Machinæ augetur, & hæc ipsa, breviori tempore, usui cui destinatur inutilis fit.

S C H O L I U M I.

Demonstrationes N. 961. 985.

1009. **D** Entur duo Corpora A & B; sit hujus Velocitas b ; illius Celeritas a ; * 919. Velocitas respectiva, si in contrarias partes ferantur est $a+b$ *; hanc dicimus d . Summa Virium est $Aaa+Bbb$, quam, manente Velocitate respectiva d .

* 961. Datis enim talibus Velocitatibus, augeatur a quantitate quacunq; e ; Vis Corporis A erit nunc $Aaa+2Aae+ee$. Corporis B Velocitas, quia manet Velocitas respectiva $d=a+b$, erit $b-e$; nam $a+e+b-e=a+b$; ergo Vis Corporis B erit $Bbb-2Bbe+Bee$, & summa Virium est $Aaa+Bbb+Ace+Bee+2Aae-2Bbe$.

Sed propter $Aa+Bb$ sese mutuò duo ultimi termini destruunt, & summa valet $Aaa+Bbb+Ace+Bee$, quæ primam excedit. Similis est demonstratio si augeatur Velocitas b , imminutâ, eâdem quantitate, Velocitate a ; unde patet demonstratio N. 961.

1010. Posuimus A, B:: b , a ; componendo $A+B$, B:: $b+a=d$, a ; ergò

$$a = \frac{Bd}{A+B}, \text{ similiter } b = \frac{Ad}{A+B}; \text{ idcirco summa Virium } Aaa+Bbb =$$

$$\frac{ABBdd+BAAdd}{B+A} \text{ dividendo Numeratorem \& Denominatorem per } B+A;$$

quantitas hæc æqualis est $\frac{ABdd}{B+A}$ ut in N. 985. monuimus,

S C H O L I U M II.

Demonstrationes Algebraice N. 988. 990.

G Eometricè demonstravimus Regulas N. 988. 990, hæ ipsæ algebraicè quàm facillimè deducuntur ex propositione Numeri 987.

1011. Sit Corpus A motum Velocitate a ; Corpus B agitatum Velocitate b : Ve-

* 918. locitas respectiva est $a-b$, si Corpora ad eandem partem tendant *; hæc Ictus

* 931. destruitur *, & est summa mutationum in Velocitatibus Corporum post Ictum.

* 987. B est ad A, ut mutatio Velocitatis in A ad mutationem Velocitatis in B *; & componendo, summa Massarum $A+B$ ad A, ut summa mutationum $a-b$

ad mutationem Velocitatis Corporis B, quæ mutatio ergò est $\frac{Aa-Ab}{A+B}$;

cùm Velocitas b minor sit Velocitate a , augetur illa in Percussione: idèò Velo-

Velocitas Corporis B, id est, Velocitas utriusque Corporis * post Impactio-
nem, est $b + \frac{Aa - Ab}{A + B} = \frac{Bb + Aa}{A + B}$ ut habetur in N. 988.

Positâ Velocitate respectivâ $a + b$, tendentibus nempe Corporibus in con-
trarias partes *, simili ratiocinio Regula N. 990. detegitur. 1012.
* 919.

Hæcæ ambas Regulas de Collisione Corporum etiam ex demonstratis, circa
quantitatem Vis amissæ *, deduci possunt; quam demonstrationem hic subjun-
gam, ut firmitas illorum, quæ de Viribus insitis superius demonstrata sunt,
clarius pateat; dum ex ipsis, per Vias omninò diversas, deducimus Regu-
las Experimentis confirmatas. * 985. 1016.

Sint iterum Corpora A & B; hujus Velocitas b illius a ; tendant ad ean-
dem partem, & Velocitas respectiva erit $a - b$. 1013.

Summa Virium ante Ictum est $Aaa + Bbb$ *; Vis Ictu destructa est * 757.

$ABaa - 2ABab + ABbb$
 $A + B$ *; subtrahendo hanc ex summâ Virium habemus * 985 1016.

Vim post Ictum superstitem $\frac{AAaa + 2ABab + BBbb}{A + B}$; Corpora post Ictum
non separantur *, & Massâ est $A + B$, per quam si dividamus Vim supersti-
tem post Ictum, habemus Quadratum Velocitatis post Collisionem; quod * 931.

Quadratum ergo est $\frac{AAaa + 2ABab + BBbb}{A + B} = \frac{Aa + Bb^2}{A + B}$; cujus Radix
 $\frac{Aa + Bb}{A + B}$ dat Velocitatem quæsitam.

Si adhibita Velocitate respectivâ $a + b$ computatio ineatur, Regula N. 990. 1014.
detegitur.

Vulgò quantitas Motûs, quam ipsius Vis insitæ proportionem sequi ponunt,
determinatur multiplicando Massam, non per Quadratum Velocitatis, sed per
ipsam Velocitatem; ex hoc principio deduxere Philosophi ipsas illas Regulas
N. 988, 990. quas nos, variis methodis, ex principiis nostris deduximus;
mirum hic quid contigit, error erroris fuit destructio, & duplex error ad ve-
ritatem conduxit; falsum de mensurâ Virium secuti sunt principium, &c,
quod veritati etiam minime congruum est, nullam Vim intropremendo partes,
& harum superando cohesionem, Corpora anittere posuere. 1015.

SCHOLIUM III.

*Mutationum, quæ in Viribus Corporum, durante Collisione, contingunt,
Demonstratio Geometrica.*

Sit Linea AF, & ad hanc perpendicularis AD, in puncto ad libitum
sumto A. 1016.
TAB.
XXXVII.
Fig. 3. 4

In hac perpendiculari, pono AD, & AC, quæ sint inter se ut Velocita-
tes

tes duorum Corporum concurrentium, quæ dicuntur M & N: duo dantur casus; 1. Corporum tendentium ad eandem partem, 2. Corporum in contrarias partes translatorum: in primo casu pono C, & D, ad eandem partem puncti A (Fig. 3.); in secundo casu contra (Fig. 4.).

In Lineâ primâ AF, etiam noto duas partes, AB, Ag, quæ sint ut Massæ eorundem Corporum M, N; in secundo casu ad eandem partem ipsius A (Fig. 1.), in primo contra, (Fig. 3.), ut Figuræ demonstrant. Per puncta B & C duco Lineam, quam indefinitè produco ad partem ipsius g. Coniungo quoque, ductâ Lineâ, puncta C & g, in primo casu; in secundo Lineam adhibeo eg, positis AC, & Ae, æqualibus; per D ad Cg, aut eg; ducitur parallela DF; quæ sæpe etiam ultra F producenda est.

1017. Tali Figurâ determinamus omnia, quæ in Collisione peculiari quâcunque contingunt.

Habemus Triangula BAC, DAF, quæ sunt inter se, ut vires Corporum M & N in momento concursus. Triangula enim hæc sunt inter se in ratione compositâ Basiuum BA & AF, & altitudinum AC, AD*; Bases BA, AF, sunt in ratione compositâ rationum BA ad Ag, & Ag ad AF; prima est ratio Massarum M & N; secunda est ratio Velocitatum AC, AD; ergo Bases sunt, ut Producta unius cujusque Massæ per suam Velocitatem: si unum quodque productum per eandem Velocitatem iterum multiplicetur, habemus Triangulorum rationem, quæ erunt ut Vires*.

1018. Mutatio, quæ in Velocitate contingit, respondet, in hac Figurâ, cum mutatione respondentis ipsius Vis. Sit Velocitas ac, ductâ hac parallêlâ ad AC; Vis erit ut Bca; nam Triangula similia, BCA, Bca sequuntur rationem duplicatam laterum homologorum AC, ac*; & ejusdem Corporis M Vires sequuntur rationem duplicatam Velocitatum AC, ac*.

1019. Amborum Corporum, durante Collisione, mutantur Velocitates; eo momento, quo Corporis M Velocitas est ea, Corporis N Velocitas est da; mutationes enim Velocitatum, quæ eodem tempore contingunt, sunt inter se in ratione inversâ Massarum*, quod ipsum in hac Figurâ locum habet.

967. Mutationes hæc sunt eo, dp; ductis Co, Dp, ad AB parallelis. Propter Triangula similia Coc, ABC; & etiam similia Dpd, ACg;

$$eo, oC :: CA, AB;$$

$$Dp = oC, dp :: Ag, CA;$$

23. El. V. ergo ex æquo perturbatè, eo, dp :: Ag, AB; id est, ut N ad M, aut inversè ut Massæ.

1020. Reliqua, quæ ad hanc collisionem pertinent, nunc etiam faciliè patent. Vis quam Corpus M, acquisivit, aut amisit, est ACca; Vis quam N amisit est ADda; Vis, mutuâ Actione, efficiendo Cavitatem, destructa, est CDdc; cui est proportionalis ipsa Cavitas huc usque effecta*.

*841. 934. Hæc omnia ita se habent, ubicunque ducatur Linea pa, inter A & e; in E enim, interseccionem Linearum AB & DF, Actio mutua Corporum cessat, & Ee determinat Velocitatem, quâ ambo Corpora post lictum simul feruntur.

Vis Corporis M est tunc, BEe; Vis Corporis N est EeF; Vis destructa, quæ integræ Cavitati proportionalis est *, exhibetur superficie DEC. 1022.
*841.934

Patet quoque, ductâ Lineâ fl parum à pa distanti, mutationes Virium, durante mutuâ Actione, in momento quocumque, infinitè exiguò, esse inter se, ut sunt Corporum Velocitates; & Vim destructam se habere ad mutationem Vis in uno ex iis Corporibus, in eodem momento, ut Velocitas respectiva se habet ad Velocitatem ejusdem Corporis, in ipso illo instanti. 1023.
1024.

SCHOLIUM IV.

De Temporibus, quibus Percussiones absolvuntur, & de Mutationibus Virium, & Velocitatum, quæ certis Temporibus contingunt, comparandis inter se.

Quæ in Scholiis, Capitis præcedentis, fuere demonstrata de Temporibus, quibus Cavitates efficiuntur, ad Collisionem applicari poterunt, si unius Corporis superficies sit plana, & mollis, alterum autem constet ex partibus, quæ in Collisione non cedunt, ut in Experimentis hujus Capitis; Corpusque hoc figuram quamcumque habeat ex iis, de quibus in Capite præcedenti egimus. 1025.

Ut nunc hæc applicatio fiat, ad hoc debemus attendere; Leges, quæ spectant formationem Cavitatum non mutari, ex mutatâ Velocitate & Cavitatis magnitudine; hisce quidem Tempora variantur, sed decrementa Velocitatum iisdem Regulis subjiciuntur. 1026.

In Collisione Velocitas respectiva ipsa est, quâ Cavitas efficitur; hæc autem, manente Velocitate respectivâ, pro diversitate Massarum variari potest; sed differentię aliæ, quæ Tempus mutare possunt, non dantur. Unde concludimus, demonstrata de Impactionibus, in Obstaculum fixum, ad Collisionem referri, si pro Velocitate Corporis impacti in Obstaculum fixum, Velocitatem respectivam in Collisione adhibeamus, & pro Cavitate, quæ in Obstaculum fixum imprimitur, ponamus Cavitatem in ipsâ Collisione effectam. 1027.

Prima hæc Cavitas est ut Productum Quadrati Velocitatis per Massam *; secunda est ut Productum Quadrati Velocitatis respectivæ per Productum Massarum, divisum per harum summam *; ergo, cum pro ipsâ Velocitate adhibeamus Velocitatem respectivam, etiam pro Massâ adhibendum est productum Massarum divisum per harum summam. *845.
*841.934
985.

Hanc generalem demonstrationem satis rem illustrare persuasum habemus; si quis autem voluerit singulas peculiare demonstrationes, in Scholiis Capitis præcedentis datas, ad Collisionem applicare, deteget, singulas peculiare solutiones ad hanc ipsam generalem Regulam semper deducere. 1028.

Quædam ulterius addam, quæ solam Collisionem spectant, & quidem solos illos casus, in quibus pars Corporis durioris, quod in Corpus molle incurrit, est Cylindrica; ponimusque Cylindrum esse rectum, & Motû directionem cum ipsius axe convenire, & ut in præcedentibus, Impactionem esse directam; Corporisque mollis superficiem esse planam. Sit M Massa prioris Corporis; N secundi; Velocitas respectiva dicatur r: quamdiu de eodem Cylindro agitur, 1029.
1030.

Nn

Tem

*860 869. Tempus, quo Cavitas formatur, est ut $\frac{MNr}{M+N}$ *. Durante hoc Tempore

1027.

* 890. Velocitas uniformiter decrefcit *; id est, in singulis momentis, infinite exiguis, equalibus, diminutiones Velocitatis respectivæ sunt æquales; positis circumstantiis indicatis *. Sed hæc diminutio est summa mutationum Velocitatum ambo-

1032. rum Corporum concurrentium, & mutationes hæc sunt in constanti ratione in-

*967. versâ Massarum *; ergo hæc mutationes quoque, Temporibus equalibus, equalis sunt, consideratis separatim singulis Corporibus.

1033. Mutationes integras in Velocitatibus Corporum M & N habemus, divi-

*987. dendo r in ratione inversâ Massarum *; id est, Mutatio pro M est $\frac{Nr}{M+N}$.

Tempus, quo hæc contingit, est ipsum Tempus, quo integra Velocitas respe-

*1030. ctiva destruitur, quod est ut $M \times \frac{Nr}{M+N}$ *; ergo Tempus, quo Corporis M

Velocitas mutatur, sequitur rationem ipsius mutationis hujus Velocitatis, si Massa M maneat, reliquis N & r ad libitum variatis; & ideo Temporibus equalibus, in diversis Collisionibus, Velocitatum mutationes sunt æquales.

1034. Ergo, si Corpus, cylindricè terminatum, juxta directionem axeos Cylindri motum, directè impingatur in superficiem mollem, & planam, Obstaclei cujuscunque mobilis, quamcumque magnitudinem hoc habuerit, & quacunque Velocitate agitetur, si eadem sit partium cohesio, Corpus impactum, equali tempore, æqualem Velocitatem amittet, quacunque Velocitate hoc ipsum fuerit projectum.

1035. In hoc eodem casu, mutatio Velocitatis, quam Obstacleum patitur, eadem semper est, equali Tempore; si Obstacleum idem maneat; variatis utcumque, Massâ Corporis impacti, & Velocitatibus, sive Corporis, sive Obstaclei, sed servato eodem Cylindro; nam demonstratio N. 1033. ad utramque Massam referri potest.

Sed magis generaliter rem considerare possumus variato, & ipso cylindro, cujus Diametrum dicimus d . Si Corpus impactum sit M, & v hujus Velocitas, & Vim amittat agendo in Obstacleum immobile, Tempus quo hanc amittit

*889 est, ut $\frac{Mv}{dd}$ *; si, in Obstacleum mobile N, impactum fuerit Corpus, & Veloci-

*1027. tas respectiva sit r , Tempus erit, ut $\frac{MNr}{M+N \times dd}$ *. Mutatio in Velocitate

*1033. ipsius M, quæ tali tempore contingit, est $\frac{Nr}{M+M}$ *. Si hæc quantitas data sit,

per unitatem poterit exprimi; tunc $\frac{MNr}{M+N \times dd}$ mutatur, & est $\frac{M}{dd}$; & Tem-

pus, quo determinata quæcunque mutatio contingit in dictâ Velocitate Cor-

1036. poris M, est ut $\frac{M}{dd}$; & in hac ipsâ ratione, sed inversâ, est mutatio Velo-

citatis

citatis in Tempore determinato, nempe ut $\frac{dd}{M}$; id est, est directè ut basis Cy-
lindri, aut ut superficies, in quâ mutua datur Corporum applicatio, & inversè
ut Massa ipsius Corporis. Mutatio autem Velocitatis ipsius Obstaculi est ut $\frac{dd}{N}$,
 quod simili ratiocinio evincitur, & etiam ex N. 987. sequitur.

Si momenta ponamus infinitè exigua, & æqualia, poterimus conferre Vi-
 rium mutationes, & Cavitationum, augmenta in determinato quocunque ex his
 momentis; positis diversis Collisionibus quibuscunque.

Cavitationis augmentum est ut basis Cylindri, & ut Velocitas respectiva in illo
 determinato momento, ut manifestum est; augmentum hoc ergo est ut ddr ;
 quam eandem proportionem sequitur Vis destructa in hoc ipso momento *;
 hæc autem est ad mutationem Vis, quam interea patitur quodcumque ex Cor-
 poribus concurrentibus, ut Velocitas respectiva ad ipsam Velocitatem hujus
 Corporis *. Hanc si dicamus v , habemus r ad v , ut ddr ad mutationem de
 quâ agitur; quæ valet ddv . Generaliter ergo patet, in omni Collisione, mu-
 tationem Vis Corporis, in momento infinitè exiguo determinato, sequi rationem
 superficiei, in quâ mutua datur applicatio, ut & Velocitatis Corporis, quam-
 cumque Massam hoc habeat, variatis quoque ad libitum magnitudine, & Veloci-
 tate, ipsius Obstaculi.

Si autem neque ad Collisionem, neque ad Tempus attendamus, Univer-
 versalem, de mutatione infinitè exiguâ Vis Corporis, demonstramus Proposi-
 tionem.

Sit Triangulum ADE; hujus superficies, ductâ parallêlâ ad DE, mu-
 tatur ut Quadratum Linæ AD, aut Linæ DE *; ergo, si utraque
 hæc Linea Velocitatem Corporis repræsentet, superficies Vim exhibebit,
 quamdiu Massa est eadem *; si hæc differat, superficies per Massam Corpo-
 ris multiplicanda erit.

Sit nunc de parallêla ipsi DE, ad distantiam infinitè exiguam ab hac remo-
 ta; superficies DE de, multiplicata per Massam, repræsentat mutationem Vis,
 quando mutatio Velocitatis est Dd ; & mutatio infinitè exigua ipsius Vis, se-
 quitur rationem Massæ Corporis, Velocitatis DE, & mutationis Velocitatis,
 nempe Dd .

C A P U T V.

De Collisione Corporum, quæ ex Variis Corporibus junctis
efficiuntur: ubi de Centro Percussionis.

Corpora omnia constant ex particulis conjunctis
 inter se; possuntque Corpora omnia in Corpora
 N n 2 mi-

minora resolvi. Corpus autem vocamus unum, cujus partes simul moventur, servato ita situ respectivo, ut hic non turbetur, nisi applicatâ Vi externâ.

1042. Eo sensu Pendulum compositum est Corpus unicum; & Pendulorum duorum Percussio referenda est ad Collisionem simplicem duorum Corporum.

1043. Sic etiam ad hanc referimus Percussionem Corporum, Lineâ rectâ inflexili junctorum, & Circa centrum horizontaliter agitatorum.

TAB.
XXXV.
Fig. 3.

Ponamus Corpora A & C, Lineâ tali, mobili circa Punctum H, juncta; sint etiam Corpora B & D, eodem modo juncta, & circa I mobilia. Agitatis his Corporibus, Percussio diversa dabitur, pro ut loca concurrentia differunt, quamvis eodem modo mota sint, & semper directè concurrant. Ponimus nunc concursum dari directum Corporum A & B. Corpora hæc post Percussionem eâdem Velocitate moventur *, & separantur hac solâ de causâ, quia circa diversa Centra Lineæ mobiles sunt: Velocitas autem hæc determinatur Regulâ, quam in sequenti Scholio primo demonstrabo.

DEFINITIO I.

1044. *Multiplico unum quodque Corpus per Quadratum distantiae à Centro sui Motûs; colligo in unam summam producta omnium Corporum, eidem Lineæ applicatorum, & summam hanc multiplico per Quadratum distantiae, inter aliud Centrum & Punctum in quo Percussio fit. Productum hoc vocabo Numerum Centri circa quod Linea movetur.*

Multiplico Corpus A per Quadratum distantiae AH; C per Quadratum distantiae CH; summam horum productorum multiplico per Quadratum distantiae IB.

Hoc

Hoc productum dat Numerum Centri H. Eodem modo determinatur Numerus Centri I.

Multiplico Numerum Centri H per Velocitatem puncti, in quo Percussio fit in Lineâ Centri H, id est, per Velocitatem Corporis A; & Numerum Centri I multiplico per Velocitatem puncti, in quo Percussio fit in Lineâ hujus centri, nempe per Velocitatem Corporis B; colligo producta in unam summam, si Corpora tendant ad eandem partem; minus autem productum ex majori subtrabo, si Motus sint contrarii; & summam hanc, aut differentiam, divido per summam numerorum Centrorum H & I, & quotiens dat Velocitatem quasitam Puncti in quo Percussio fit. Reliqua quoque, quæ ad hanc Percussionem pertinent, in indicato Scholio illustramus. 1045.

In hisce Agitationibus observandum, Motum liberrimum poni circa Centrum; ibi autem Lineam retineri ita, ut ne quidem minimus Motus ipsi Clavo, aut Retinaculo, communicetur, dum circa ipsum Corpora rotantur; ne hac Actione Vis quædam destruat^r. 1046.

Talem Actionem, saltem ex Vi Centrifugâ, semper dari manifestum est, solo casu excepto, in quo Corpora circa commune Gravitatis Centrum rotantur *. Sed præter hanc, in plerisque casibus, & alia datur Actio in Retinaculum in ipso momento Percussionis, quam in Pendulo composito distinctius explicabimus. 1047.

Sit tale Pendulum ADI, ex Corporibus A, & D, junctis Lineâ inflexili, circa I volubili, constans: quæ de duobus Corporibus dicimus ad plura applicari possunt. 1048.

Si hoc Pendulum compositum elevetur, sibi que permittatur, & ubi ad situm verticalem pervenit, in Obsta-
N n 3 culum

TAB.
XXXV.
Fig. 4.

culum incurrat, quod immobile ponimus, agunt Corpora diversimode, pro ut punctum, quod in Obstaculum impingitur, minus aut magis distat à centro Motûs I.

1049. Differentia autem hæc quærenda est in ipsâ Pressione, quam Pendulum exferit in Retinaculum I, durante Percussione; quæ Pressio ad unam, aut ad aliam, partem dirigitur pro diversâ distantîâ Puncti in quo Percussio fit. Ita verò determinari in Pendulo potest punctum H, quod agit, ut æquilibrium detur inter Actiones; & nullam Percussio Pressionem producat in Retinaculum in I. In hoc casu, Percussione Corpora integras amittunt Vires, Pendulumque Ictu quiescit, quamvis in I non retineatur, & circa hoc Punctum simpliciter mobile sit.

DEFINITIO 2.

1050. *Punctum, in Pendulo, circa quod tale datur æquilibrium vocatur Centrum Percussionis.*

1051. *Centrum Percussionis cum Centro Oscillationis * coincidere,*
 *425. *in Scholio tertio, huic Capiti adjuncto, demonstramus.*

1052. Si Percussio fiat in alio Puncto, & Pendulum in I non retineatur, Ictus minor erit, dabiturque Penduli agitatio circa Punctum, in quo Percussio datur.

1053. In hoc tamen ipso casu magnitudinem Ictûs servamus, si ita in I Pendulum retineatur, ut ipsi Retinaculo nullum omninò Motum communicare possit, ut
 *1046. *supra de alio Motu monuimus *.* In hoc enim casu Actione in I, nulla Vis perit *; Pendulum tamen quiescit; ergo omnis Vis destruitur, agendo in Obstaculum; quare hæc Actio ipsam valet quæ in Percussione Centri Oscillationis præstatur.

Unde

Unde deducimus, *Pendulum, quod circa Punctum suspensionis, liberrimè rotatur, sed in hoc ipso retinetur, & Retinaculo nullum omnino Motum potest communicare, non habere Centrum Percussionis; aut potius, omnia ipsius puncta talia esse Centra.* 1054.

Hæc propositio quibusdam antea explicatis Experimentis confirmatur, sed magis directè hocce sequenti.

EXPERIMENTUM

Hocce Experimentum cum Exp. 4^{to}. Cap. 3ⁱⁱ. * 1055.
tantum in quibusdam circumstantiis differt, quæ in hoc * 837.
observandæ sunt, & in illo negliguntur. Cursorem nempe Medium in ipso Centro Oscillationis firmamus; id est, in puncto quod est Centrum Percussionis, quando axis in foraminibus non retinetur. In fine Scholii 2^{di}. Cap. 2^{di}. demonstravimus *, hoc ipsum obtineri; si in * 816.
nostrâ Machinâ distantia punctorum mediorum Cursorum à Puncto suspensionis fuerint Pollicum 12; 24; 29; reliqua peraguntur, ut in indicato Experimento; successus idem est; id est, Cavitates sunt æquales inter se, quando eadem est Penduli agitatio, quicumque ex Cursoribus in Argillam incurrat. Eadem ergo, in hisce occasionibus, est Penduli Actio *, & hujus respectu non à reliquis punctis distinguitur Centrum Percussionis. * 826.

S C H O L I U M I.

Demonstratio illorum, quæ indicata fuere, in N. 1045, de Percussione Corporum, Lineis rigidis inter se coherentium, & circa Centra agitatorum.

1056. **S**int Corpora A & C, Lineæ inflexili conjuncta, & circa Centrum H agitata; sint etiam Corpora alia B & D, eodem modo juncta, & circa I agitata.

TAB.
XXXV.
Fig. 3.

Ponamus dari horum Corporum Percussionem directam. Hoc obtingit, si in se mutuò impingantur unum ex Corporibus, adhaerentibus uni Lineæ, cum Corpore quocumque ex illis; quæ cum aliâ coherent Lineâ, ut A & B. Impactio autem erit directâ, si hæc Corpora directè in se mutuò incurrant; quod fieri non poterit, nisi, in momento incurfûs, Lineæ, quibus Corpora coherent, sint parallelæ inter se.

Si, in momento incurfûs, in quo in eâdem Lineâ ambo moventur Corpora, Motu quodam communi ferantur, non hoc Motu in se mutuò agent; Impactio ergo pendebit à *Velocitate respectivâ*, quâ manente eadem datur partium introcessio *

* 949.
* 956.

, & eadem *Vis amissa* *, quibuscumque *Velocitatibus Corpora agitentur*.

1057. Dari casum, in quo Corpora, in partes contrarias lata, post Itum quiescunt, facile patet; & in hoc casu, datâ *Velocitate respectivâ*, summam Virium esse omnium minimam etiam liquet; tota enim Vis destruitur, & minor quantitas nunquam potest destrui *; dicam autem quænam sit ratio Velocitatum in hoc casu.

Sit *a* distantia Corporis A à Centro H, circa quod rotatur; & *c* distantia Corporis C ab eodem Centro. Eodem modo sit *b* distantia Corporis B, & *d* distantia Corporis D, à Centro I, circa quod hæc Corpora agitantur. Sit ulterius *m* Velocitas Corporis A; & *n* Velocitas Corporis B.

1058. In casu; in quo Corpora post Itum quiescunt, positis Motibus contrariis, habemus $m, n :: Bbb + Ddd \times aa, Aaa + Ccc \times bb$. id est, $Aaa + Ccc \times bbm = Bbb + Ddd \times aan$.

1059. In hoc enim casu summa Virium, manente *Velocitate respectivâ* $m+n$, est omnium minima.

1060. Summa Virium est $Amm + \frac{Cccmm}{aa} + Bnn + \frac{Dddnn}{bb}$ *; nam $a, c :: m,$

* 157.

$\frac{mc}{a} = \text{Velocitati Corporis C}; \& b, d, :: n, \frac{dn}{b} = \text{Velocitati Corporis D}.$

Ponamus nunc Velocitatem *m* augeri quantitate *c*, & eâdem quantitate minui Velocitatem *n*, ut Velocitas respectiva maneat; videbimus summam esse majorem.

Ve-

Velocitas Corporis A nunc est $m+e$; Corporis C est $\frac{mc+ec}{a}$; Corporis

B est $n-e$; & tandem celeritas Corporis D est $\frac{nd-ed}{b}$. Summa Virium

nunc erit $Amm + 2Ame + Aee + \frac{Cccmm + 2Cccme + Cccce}{aa} + Bnn -$

$2Bne + Bee + \frac{Dddnn - 2Dddne + Dddee}{bb}$. Sed $\overline{Aaa + Ccc \times bbbm}$

$= \overline{Bbb + Ddd \times aan}$; ponimus enim de hoc casu agi. Dividendo hanc

æquationem per $aabb$, habemus $Am + \frac{Cccm}{aa} = Bn + \frac{Dddn}{bb}$; idcirco in

ultimâ summâ Virium sese mutuò destruunt $+ 2Ame + \frac{2Cccme}{aa}$ & $- 2Bne -$

$\frac{2Dddne}{bb}$, & summa ad hanc reducitur $Amm + Aee + \frac{Cccmm + Cccce}{aa}$

$+ Bnn + Bee + \frac{Dddnn + Dddee}{bb}$ quæ primâ memoratâ summâ major est.

Q. D. E.

Nec diversa est demonstratio si augeatur n , imminutâ Velocitate m .

Ipsam hanc Propositionem, Corpora quiescere, si Velocitates indicatam rationem* habeant, & brevius demonstramus, & magis directè; ex ante dictis* enim generaliter deducimus, Corpora in contrarias partes lata, & concurrentia, æqualibus Temporibus Vires amittere, ideoque lectu quiescere, si Velocitates in punctis, in quibus Actiones exserunt, id est, in punctis in quibus concurrunt, fuerint inter se ut Vires destruendæ. Ergo in hoc casu est

$$m, n :: Am + \frac{Cccm}{aa}, Bn + \frac{Dddn}{bb}.$$

Unde sequitur $\overline{Aaa + Ccc \times bbbm} = \overline{Bbb + Ddd \times aan}$, Q. D. E.*

Vis in Collisione quacunque, datâ Velocitate respectivâ, destructa determinari potest, nam valet summam Virium in casu in quo hæc minima est*.

Sit nunc $m+n=r$.

Datur ratio inter m & n *, & componendo

$$\overline{Aaa + Ccc \times bbb + Bbb + Ddd \times aa}, \overline{Aaa + Ccc \times bbb} :: m+n=r, n;$$

$$\text{ergo } n = \frac{\overline{Aaa + Ccc \times bbb}}{\overline{Aaa + Ccc \times bbb + Bbb + Ddd \times aa}}. \text{ Eodem modo detegi-$$

$$\text{mus } m = \frac{\overline{Bbb + Ddd \times aa}}{\overline{Aaa + Ccc \times bbb + Bbb + Ddd \times aa}}; \text{ Summa Virium est}$$

$$\overline{Aaa + Ccc \times bbb + Bbb + Ddd \times aa}.$$

$$\text{Oo } \overline{Aaa}$$

* 1060. $\frac{Aaa + Ccc \times mm}{aa} + \frac{Bbb + Ddd \times nn}{bb}$ *, substituendo pro m , & n , valores, summa hæc erit

$$\frac{Aaa + Ccc \times Bbb + Ddd \times aarr + Bbb + Ddd \times Aaa + Ccc \times bbr}{Aaa + Ccc \times bb + Bbb + Ddd \times aa}$$

Dividendo Numeratorem & Denominatorem per $Aaa + Ccc \times bb + Bbb + Ddd$

1063. $\times aa$; habemus $\frac{Aaa + Ccc \times Bbb + Ddd \times rr}{Aaa + Ccc \times bb + Bbb + Ddd \times aa}$ Vim amissam datâ Velocitate respectivâ r.

1064. Ut nunc Regulam in N. 1045. traditam demonstramus, concipimus dari Punctum, quod eadem Velocitate movetur, quâ Corpora post Ictum, ante separationem, feruntur, & juxta eandem directionem.

Respectu hujus Puncti Corpora post Impactionem quiescunt; idè respectu ipsius, ante Ictum, contrariis Velocitatibus movebantur in ratione $Bbb + Ddd$ $\times aa$ ad $Aaa + Ccc \times bb$ *, hasque Velocitates amittunt, cum respectu hujus Puncti post Ictum quiescant; quare hæc ipse Velocitates sunt mutationes, quæ ex Ictu in Velocitatibus contingunt, quæ ergo mutationes sunt in memoratâ ratione, & componendo $Aaa + Ccc \times bb + Bbb + Ddd \times aa$ ad $Aaa + Ccc \times bb$ ut summa mutationum, id est, ut Velocitas respectiva, ad mutationem in Velocitate Corporis B.

Si nunc Velocitas Corporis A dicatur p ; & q Velocitas Corporis B, posita hac minori; Velocitas respectiva erit $p - q$, si Motus eandem partem versus dirigantur; & mutatio, Velocitatis Corporis B, detegitur

$$\frac{Aaa + Ccc \times bb p - Aaa + Ccc \times bb q}{Aaa + Ccc \times bb + Bbb + Ddd \times aa}, \text{ quæ mutatio est Velocitas acquisita;}$$

quia minor Velocitas in Motibus conspirantibus augetur: quare si addatur ipsi Velocitati q habemus Velocitatem amborum Corporum post Ictum; quæ

$$1065. \text{ ergò est } \frac{Aaa + Ccc \times bb p + Bbb + Ddd \times aa q}{Aaa + Ccc \times bb + Bbb + Ddd \times aa}$$

1066. Si Motus in contrariam partem dirigantur, Velocitas respectiva est $p + q$, & Velocitas post Ictum simili ratiocinio detegitur

$$\frac{Aaa + Ccc \times bb p - Bbb + Ddd \times aa q}{Aaa + Ccc \times bb + Bbb + Ddd \times aa}, \text{ subtracto nempe in Numeratore pro-$$

ducto minore ex majore

1067. Clarè patet non interesse utrum in hac Collisione Corpora, quæ eidem Lineæ junguntur, ad eandem partem dentur Centri, circa quod Linea movetur, an ad partes diversas; nam eodem modo Corpus movetur, à quacunque parte Centri detur, si modò distantia ab hoc sit eadem, Vim etiam centrifugam, quâ Corpora à Centro recedere conantur, & Actiones quas, dum concurrunt, in

Reti

Retinacula exserunt, non hic considerari debere, satis manifestum est *. * 1007.

Demonstrata hæc ad numerum quemcunque Corporum possunt applicari, 1068.
& universales Regulæ ex demonstratis quàm facillimè illiciuntur.

Videmus etiam quid obtineat, si Corpus, in Lineâ rectâ motum, directè 1069.
in aliud incurrat, quod cum aliis Lineæ rectæ, circa Centrum mobili, cohæret;
Corpus enim illud, in Lineâ rectâ motum, agit quasi Lineæ rectæ, circa
Punctum quodcunque mobili, adhæreret.

Quiescant Corpora A & C in a & c, dum ut ante mobilia sunt circa H.
Ponamus B, aut b, in Lineâ rectâ motum, Velocitate q, directè, & per-
pendiculariter ad aH, incurrere in a; Velocitatem post Ictum detegimus ipsâ
formulâ præcedenti Pono enim B cum Lineâ cohærere, & agitari circa Cen-
trum ad distantiam quamcunque b; in hac Collisione p, & D, æquales sunt
nihil; ideo evanescunt quantitatès, quæ per has inmultiplicantur, quare memo-

rata formula * in hanc mutatur $\frac{Bbb\ aq}{Baa\ aq} = \frac{Aaa + Ccc + Baa}{Baa\ aq}$: * 1065.

ex quâ hanc deducimus Regulam. Corpus, quod impingitur, per Quadratum di-
stantiæ Puncti, in quod incurrit, à Centro, & per Velocitatem suam, multi-
plicatur; productumque hoc dividitur per summam omnium Corporum, singulo-
rum multiplicatorum per quadrata suarum distantiarum à Centro.

Propositiones N. 962. 985. 987. 988. 990. sunt casus peculiæres Propo- 1070.
sitionum, in hoc Scholio in N. 1058. 1063. 1064. 1065. 1066. demon-
stratarum; ut patet, si ponamus duo Corpora, quæ cum Lineis, circa Cen-
tra quæcunque mobilibus, cohærent.

SCHOLIUM II.

Examen Experimenti circa Corpora in Lancem, aut Brachium, Libræ
impacta.

Mersennus, de Lanis, & alii, Experimentum dedere circa Corpora cadentia 1071.
institutum; & notarunt Corpus, in Lancem Libræ impactum, aliud
Corpus, cujus pondus majus est, Lanci oppositè impositum, paululum ele-
vare; & Pondera sic elevari ad exiguam, sed æqualem (quam tamen circum-
stantiam non notat Mersennus) altitudinem, si Corpus, quod Motu cadendo
acquisito in Libram impingitur, cadat ab altitudinibus, quæ sunt ut Quadrata
Ponderum quæ elevantur.

Mersennus tamen notat, in quibusdam circumstantiis Experimentum non
processisse; quod & mihi contigit, Experimentum paululum aliter instituenti;
hoc defectui Machinæ tribuebam, & in illis solis altitudinibus, in quibus Re-
gulam satis exactè observari videbam, defectus, qui in Machinâ me non late-
bant, minus noxios credebam. Cum autem attentius rem examinarem, me
toto Cælo errasse percepi; & ipsis illis principiis Mechanicis, de quibus inter
omnes convenit, adversari, memoratam dari inter Quadrata Ponderum eleva-

torum proportionem, quæ datûr inter altitudines, à quibus cadit Corpus; quod in Lancem, aut Brachium oppositum, impingitur; & in dubium vocare non potui, ipsi defectui Machinæ tribuendum esse, si aliquando inter certos limites hæc detegatur proportio, ut mihi semper contigerat. Non sensibilis fateor daretur error, si pondus Corporis cadentis, & pondus totius Libræ, id est, Jugi & Lancium, admodum exigua essent respectu Ponderum elevatorum: sed in hoc casu Experimentum institui non posset; majus enim Pondus subtiliori Libræ imponi non potest.

Ut autem, quæ hoc Experimentum spectant, clarius paterent, Machinam construi curavi, quâ, quantum potest exacte, & omnino sine sensibili errore, Experimentum instituitur; & post Experimentum institutum circa hoc computationem inivi.

B I L A N X.

Quæ Altitudines conferuntur, à quibus Corpus cadens, Pondera paululum-elevat.

1072.
TAB.
XXXV.
Fig. 4.

Libræ Jugum est AB; pede sustinetur, dum circa Centrum, ut in aliis Libris, volubile est: Lanx L ferrea est; opposita M est lignea, & orbicularis, excavata ad profunditatem unius Pollicis. Hæc, ubi Experimenta instituenda sunt, Argillâ molli repletur, quæ Cultro ligneo abradiatur, ut inæqualitatibus exemptam, & horizontalem, habeat superficiem; quâ de causâ Lanx hæc facile tolli potest, iterumque in loco suo suspendi. Distantia BM excedit pedes tres, quare in Mentæ extremitate ponenda Machina est.

Globus G filo suspenditur, & unco Laminæ D coherenti alligatur.

Pondus Q Lanci L imponitur, ut detur æquilibrium. Quibus positis, additur Pondus Ictu elevandum P; & ut Jugum in situ maneat horizontali, brachium A, quod nunc, magis gravatur, Gnomone ferreo, cum Pede coherenti, sustinetur. Facile videmus alio Pede, Gnomone destituto, sustineri debere Machinam ante impositum Pondus P, ut de æquilibrio constet.

Gnomoni in f annectitur. Lamina elastica tenuis fg, quæ extensa ad i, pertingit, ubi extremitas g retinetur, ope Laminæ minimæ i, quæ cum Brachio A coheret; paululum elevato Brachio laxatur g; unde constare potest in variis tentaminibus æqualiter illud elevari; si nempe, paululum tantum imminuto Ictu, quo agitur Libra, Elastrium non relaxetur.

E X P E R I M E N T U M.

1073. Omnibus, ut dictum, dispositis, adhibito Pondere P Unciarum quatuor, Globum G ita suspendi, ut ipsius altitudo, distantia nempe inter inferiorem partem Globi & Argillæ superficiem, foret Pollicum $6\frac{7}{8}$; abscisso Filo, Impactione Globi, laxata est Lamina fg: repetitoque variis vicibus Experimento, eodem modo processit hoc; imminutâ autem altitudine, quartâ parte Pollicis, aut etiam minus, nunquam Elastrium fuit relaxatum, quâ eadem Methodo sequentes altitudines fuere determinatæ.

Dupli-

Duplicato Pondere P, altitudo Globi fuit Pollicum $14\frac{1}{8}$.

Tandem triplicato Pondere P, id est, posito hoc duodecim Unciarum, altitudo fuit $23\frac{1}{2}$ Pollicum.

His omnibus altitudinibus Cavitatum, Ictibus in Argillâ formatarum, profunditates addendæ sunt, & altitudines neglectis exiguis fractionibus fuere

$$7. \quad 14\frac{5}{16}. \quad 23\frac{3}{4}.$$

Si, hac eadem Machinâ, eadem instituantur Experimenta, aliâ adhibitâ Argillâ, altitudines paululum variari possunt. Si Argilla minus mollis sit Cavitates minores erunt, & altitudines supra Argillæ superficiem planam majores, integræ autem altitudines eadem. Sed si magis aut minus ponderet Argilla, discrimen dabitur, nam, licet eo non mutetur Materia elevanda, Materia tamen movenda mutatur, unde discrimen necessario sequitur, ut hoc computatione sequenti clarius patebit.

Jugum Bilancis Figuram habet quæ in AB exhibetur, in ipsis locis A & B excavatur, ut hoc in Fig. 4. videri potest; de cætero ubique est ejusdem crassitudinis.

1074.
TAB.
XXXV.
Fig. 5.

Propter Figuram irregularem, admodum difficilis foret computatio; ideo, servato Jugi Pondere, mutatam concipimus Figuram, remotis partibus quibuscumq; à Centro, & admotis aliis: ponimus Figuram illam esse, quæ repræsentatur in Fig. 6., cujus tota longitudo illam repræsentat, quæ in Balance inter Puncta suspensionis datur; ex quâ mutatione exiguus tantum error in computatione dari potest.

Hujus Figuræ superficies, cum Jugum ejusdem sit crassitudinis ubique, repræsentare potest Jugi pondus, in omnibus partibus. Figura hæc AB constat ex Parallelogrammo, & duobus Triangulis: junctis Triangulis, Figura reducitur ad illam, quæ in Fig. 7. exhibetur, quâ adsumtâ computationem inibo.

Hunc usum computatio hæc habere poterit, quod inde patebit, cum demonstratis circa Percussionem Experimenta nostra congruere. Fundamentum autem ipsius computationis habetur in N. 1060.

Ante omnia, singula puncta superficiei AD FEB, Pondus Jugi repræsentantis, per Quadrata distantiarum suarum à Centro Motus respectivè multiplicari debent. Hoc sine errore sensibili fiet, si loco distantiarum à Centro, distantie à Lineâ CF usurpentur, quo computatio facilius evadit.

TAB.
XXXV.
Fig. 7.

Si nunc operatio pro Parallelogrammo instituitur, singulæ Lineæ parallele, & æquales, Lineæ DA, per Quadrata suarum distantiarum à CF multiplicandæ sunt; id est, singula hæc Quadrata per eandem quantitatem AD, aut CG, multiplicari debent; id est, summa Quadratorum per CG multiplicanda est: summa autem Quadratorum est Pyramis, cujus Basis est Quadratum Lineæ AC, & altitudo eadem AC; quæ Pyramis valet $\frac{1}{3} AC^3$. Multi-

plicatâ hac per CG, habemus $\frac{1}{3} CG \times AC \times AC^2$, summam productorum

Oo 3

figu-

* 7. ELXII.

singulorum punctorum Parallelogrammi DC, multiplicatorum per Quadrata distantiarum suarum à CG.

Similis summa, pro singulis punctis Trianguli DFG, æqualis est $\frac{1}{12} GF \times AC \times AC^3$. Hoc faciliè detegent subtilioris Geometriæ gnari, & aliis illud explicare inutiliter laborarem. Duplicando producta hæc, habebimus similem summam pro integrâ Figurâ ADFEB; & est hæc $\frac{2}{3} CG \times AC \times AC^3 + \frac{1}{6} GF \times AC \times AC^3 = b \times AC^3$; ponendo $b = \frac{2}{3} CG \times AC + \frac{1}{6} GF \times AC$.

1075. His positis, dicatur a altitudo, à quâ Globus demittitur; & Velocitas, cadendo acquisita, quâ Globus in Lancem M incurrit, & quæ Radici quadratæ hujus altitudinis proportionalis est *, poterit \sqrt{a} designari.

* 374. Multiplicando hanc Velocitatem per Globum G (Fig. 4.) & per Quadratum distantie AC, & dividendo hoc productum per summam omnium Corporum, in Experimento motorum, respectivè multiplicatorum per Quadrata distantiarum suarum à Centro motûs, habemus Velocitatem puncti A post Ictum *.

* 1069. Partem hujus summe jam determinavimus, quoad Jugum nempe, quod superest habemus multiplicando Pondera Lancium L, & M, ut & P, Q, & G (Fig. 4.) per Quadratum distantie AC; nam omnia hæc Corpora considerari possunt quasi darentur in ipsis punctis suspensionis A & B *. Summam Ponderum Lancium, ut & P, Q, & G, dicimus c , & Velocitas puncti A post Ictum erit

$$\frac{AC^3 \times G \sqrt{a}}{b \times AC^3 + c \times AC^3} = \frac{G \sqrt{a}}{b+c} *.$$

Ut, datâ hac Velocitate, altitudinem ad quam elevatur punctum A cum altitudine a conferamus, determinandum est Centrum Oscillationis, quod movetur, ut Corpus in quod gravitas tantum agit *; distantia autem Centri

* 425. Oscillationis à Centro Motûs est $\frac{b \times AC^3 + c \times AC^3}{P \times AC} = \frac{b \times AC + c \times AC}{P}$.

Distantia verò AC se habet ad distantiam hanc Centri Oscillationis, id est, (multiplicando utramque distantiam per P, & ipsam dividendo per AC), P ad $b+c$, ut Velocitas Puncti A ad Velocitatem Centri Oscillationis; & in eadem ratione altitudo ad quam adscendit A, quam dicimus d , ad altitudinem ad quam adscendit Centrum Oscillationis; ergò

$$P, b+c :: \frac{G \sqrt{a}}{b+c}, \frac{G \sqrt{a}}{P} = \text{Velocitati Centri Oscillationis. Et}$$

$$P, b+c :: d, \frac{db+dc}{P} = \text{altitudini, ad quam Centrum Oscillationis adscendit.}$$

Altitudo hæc etiam Quadrato Velocitatis hujus Centri exprimitur, cum * 374 38c. a exprimat altitudinem, ad quam Corpus Velocitate \sqrt{a} pertingit *. Ha-

bemus

bemus ergo hanc æquationem $\frac{G^3 \times a}{P^3} = \frac{db + dc}{P}$ id est $G^3 \times a = db \times P + dc \times P$:

$$\&c \ a = \frac{b + c \times d \times P}{G^3}.$$

Pro Litteris ut Numeri substituantur, considerandum, b æquale esse $\frac{2}{3}$ GC 1076;

$\times AC + \frac{1}{6} GF \times AC$, dum ipsa Figura ADFEB, id est, $2GC \times AC + GF \times AC$ *, Jugi pondus repræsentat; quare hoc pondus Jugi ad b , ut * 34. El. I.
 $2GC + GF$ ad $\frac{2}{3} GC + \frac{1}{6} GF$.

In nostrâ machinâ est GC ad GF, ut 3 ad 4; id est, $2GC + GF$ ad $\frac{2}{3} GC + \frac{1}{6} GF$, ut 15 ad 4. Jugi pondus est novemdecim Unciarum cum Dragma duabus & Scrupulo uno, id est Scrupulorum 463. Ergò

$$15, 4 :: 463, b = 123 \frac{1}{2}. \text{ Scrup.}$$

Pondera Lancium, additis Q & G, nempe $c - P$ valent 1320 Scrupula, id est, $c = 1320 + P$; Globus G, ponderat Scrupula 67; altitudo d æqualis est 0, 11. Poll. id est, excedit paululum quintam Pollicis partem.

Et præcedens æquatio mutatur in hanc

$$a = \frac{b + c \times d \times P}{G^3} = \frac{123 \frac{1}{2} + 1320 + P \times 21 P}{67^3 \times 100} = \frac{1443 \frac{1}{2} + P \times 21 P}{448900}.$$

Substituendo successivè, pro P quatuor, octo, & duodecim Uncias, id est, Scrupula 96, 192, 288 detegimus $a = 6, 91$. $a = 14, 68$; & $a = 23, 32$.

Quæ altitudines parum admodum differunt cum altitudinibus Experimento detectis; differentia autem tribuenda est mutationi Figuræ Jugi in computatione *.

In hac computatione negleximus considerationem distantie inter Centrum Libræ & Centrum Gravitatis Jugi; quia error inde oriundus nullo modo percipi potest.

S C H O L I U M III.

De Centro Oscillationis, & Percussionis.

SUPERIUS *, ex demonstratis circa Pressionem, deduximus Methodum determinandi Centrum Oscillationis; eandem ibi traditam Regulam quàm facillimè deducimus ex demonstratis circa Vires.

Corpus eandem acquirit Velocitatem, ideoque Vim, à certâ altitudine cadendo, quamcunque viam in descensu sequatur *; & Vis acquisita huic altitudini proportionalis est *. Dum Corpora, Pendulo composito juncta, descendunt, nulla Actione Vis descendendo acquisita destruitur; nihil etiam datur quo augeri possit; ergò summa Virium æqualis est summæ Virium, quas Corpora, separatim à suis altitudinibus cadendo, potuissent acquirere.

Sint

1077.

* 474. 475;

* 393.

* 754.

Sint Corpora A, B, C, D; distantiae à Puncto suspensionis a, b, c , & d . Altitudines, à quibus Corpora hæc descendunt, sunt ut a, b, c , & d , & in eadem ratione Velocitates. Dicitur distantia Centri Oscillationis à Puncto suspensionis x , & Velocitas acquisita descendendo ab altitudine, à quâ Centrum hoc descendit, \sqrt{x} ; ideo Velocitas Corporis A, si liberè cecidisset \sqrt{a} *; & ipsius Vis Aa *; summaque Virium, si singula Corpora liberè cecidissent, $Aa + Bb + Cc + Dd$. Si quædam Corpora dentur ad partem oppositam Puncti suspensionis, adscendunt hæc, & horum Vires negativæ sunt.

In Corporibus Pendulo junctis, Velocitas Corporis A detegitur hac Regulâ,
 $x, a :: \sqrt{x}, \frac{a}{\sqrt{x}}$ Cæterorumque Corporum Velocitates sunt $\frac{b}{\sqrt{x}}, \frac{c}{\sqrt{x}}, \& \frac{d}{\sqrt{x}}$;

* 757. summaque Virium est $\frac{Aaa}{x} + \frac{Bbb}{x} + \frac{Ccc}{x} + \frac{Ddd}{x}$ *; quæ cum memoratæ sum-
 mæ æqualis sit, detegimus $x = \frac{Aaa + Bbb + Ccc + Ddd}{Aa + Bb + Cc + Dd}$ juxta Regulam N.

474.

Centrum Percussionis cum Centro Oscillationis coincidere superius obser-
 vavimus *; hoc nunc demonstrabimus.

1078. Centri Percussionis hæc est proprietas, dari æquilibrium inter Actiones, qui-
 bus Corpora ab utraque parte ejus Centri, in Pendulum agunt.

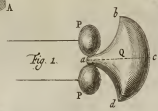
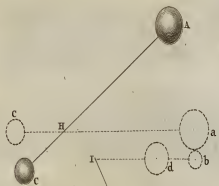
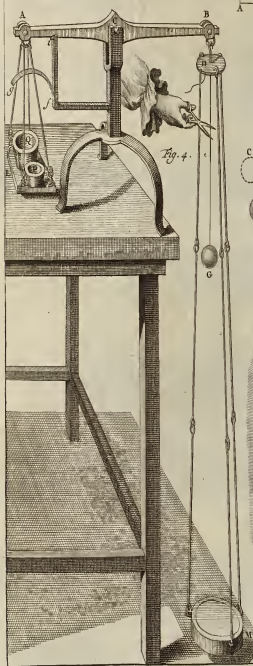
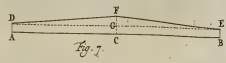
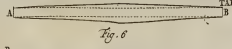
Possumus ergò considerare Pendulum quasi Vectem, cujus Sustentaculum est Obex, in quem incurrit, positus in ipso Centro Percussionis, & æquilibrium dari, dum in hunc Vectem Corpora incurrunt, Velocitatibus, quibus in Pendulo moventur.

1079. Penduli AI, cui applicata sunt Corpora A & D, juncta Lineâ inflexili, sus-
 pensa in I, Centrum percussionis erit H, si, positus, Vecte, cujus Susten-
 tulum est H, & in hunc incurrentibus Corporibus A & D, in ipsis punctis
 A & D, Velocitatibus, quas in Pendulo habent, detur inter hæc Actiones
 æquilibrium; tunc enim punctum I Penduli ullo motu affici non potest, aut,
 si retineatur, ullam exferere Pressionem in Retinaculum.

Ut hunc casum æquilibrii determinemus, positis variis Corporibus, singu-
 lorum Actiones determinari debent; id est, sunt hæc Actiones conferendæ in-
 ter se.

1080. Relictâ nunc Penduli consideratione, ad solum Vectem attendendo, sit Cor-
 poris A Velocitas m , & a distantia AH; Corporis D Velocitas n , & d
 distantia HD. Eodem modo in Vectem agit Corpus A, utrum in A ad
 partem M, aut in L ad partem N, eadem Velocitate in hunc incurrat, po-
 sitis HA & HL æqualibus. Actio etiam erit eadem, si, servatis Corpo-
 rum Velocitatibus, concipiamus hæc rotari circa Centrum H, & ita agitata
 in Vectem incurrare per e L & f D. Continetur HF in G, ut HG &
 He, aut HA, sint æquales; æquilibrium dabitur, si Velocitas puncti e se
 habeat ad Velocitatem puncti G, ut Ddd ad Aaa *, id est Ddd, Aaa

* 1053. $:: m,$



$m, \frac{an}{d}$, hæc enim est Velocitas Puncti G; ergo $Aam = Ddn$; unde patet

Actionem sequi rationem producti Massæ Corporis p. v Velocitatem, & per distantiam à Fulcro.

In Pendulo Velocitas sequitur rationem distantia: à Puncto suspensionis; & distantia à Fulcro, est distantia à Centro Percussionis; ergo Actio Corporis sequitur rationem producti Corporis per suas distantias à Centris Suspensionis & Percussionis; daturque æquilibrium inter Actiones ab utraque parte Centri Percussionis, quando producta hæc ab utraque parte hujus Centri sunt æqualia; quam eandem cum *Centrum Oscillationis* habeat proprietatem *, sequitur, hoc cum Centro Percussionis coincidere.

1081.
* 472.

C A P U T VI.

De Congressu Corporum Elasticorum.

C Orpora elastica concurrentia, post Ictum, ut jam 1082.
notavimus, separantur *, sed Vi diversâ in circumstantiis similibus; nam in variis Corporibus Elasticitas differt. * 930.

DEFINITIO

Elasticitas dicitur perfecta, quando partes introcedentes ad pristinum situm redeunt Vi æquali illi, cum quâ fuere ictæ. 1083.

De perfectâ agimus Elasticitate, quamvis nulla Corpora, tali Elasticitate prædita, nobis nota sint; Regulæ enim generales nisi quoad perfectam Elasticitatem tradi non possunt; quo magis ad hanc Corpora accedunt, eo magis exactè Motus horum cum Regulis congruunt.

Imperfecta Elasticitas innumeros gradus habere potest; & Experimentis detegere debemus, quantum in Corporibus peculiaribus à perfectâ Elasticitate deficiat hæc; ut, quantum à Regulis recedunt horum Corporum Motus, determinemus. 1084.

Pp

Nulla

- Nulla Vis in Collisione Corporum perit, præter il-
 *934 lam, quæ intropremendo partes consumitur *; idèd,
 si Corpora sint Elastica, tota Vis hæc impenditur in
 inflexione partium Elasticarum; hæ autem æquali Vi
 ad pristinam figuram redeunt; ergo Vis destructa ite-
 1085. rum instauratur; & *summa Virium Corporibus insitarum post*
Ictum æqualis est summae Virium ante Collisionem; quæ de-
 monstratio universalis maximè est, & Collisionibus qui-
 buscumque applicari potest.
1086. Hinc sequitur *Corpus Elasticum, in Obicem firmum Ela-*
sticum impactum, eâdem celeritate redire, quâ accessit. Si di-
rectio perpendicularis sit ad Obicem, etiam in eâdem Lineâ
redibit; cum non magis unam quàm aliam partem ver-
 sùs possit deflecti.

In reliquis de directâ Impactione tantum in hoc Ca-
 pite ago. Ipsa autem partium Elasticarum Actio acu-
 ratè magis perpendenda est.

1087. *Elafterium flexum, positum inter duo Corpora quiescentia,*
dum sese expandit, ambo movet Corpora. Si Pressio, quâ
 partes Corporis cohærent, superet Pressiones quas Ela-
 sterium in Corpora hæc exferit, tota Elaſterii Actio,
 cum nulla detur partium introcessio, in movendis Cor-
 poribus consumitur, & *summa Virium, Corporibus com-*
municatarum, valet Vim, quâ Elaſterium fuit flexum.
1088. Elaſterium hocce, durante toto Tempore, quo sese
 expandit, continuò æqualiter premit ad utramque par-
 tem *; id est, exferit Pressiones, quarum Intensitates
 *361. sunt æquales; translationes Obſtaculorum, singulis mi-
 nimis momentis, sunt inversè ut Corpora, quæ hisce
 *138. Pressionibus moventur *; & in eâdem ratione sunt Ve-
 *119. locitates, hisce momentis communicatæ *; in eâdem
 etiam

etiam ratione sunt Actiones Elasterii ad utramque partem *; ut & Vires Corporibus impressæ *. Cum autem hæc ratio singulis momentis minimis obtineat, quamdiu durant Actiones Elasterii, *integræ Velocitates communicatæ*, *Viresque integræ impressæ*, in hac ipsâ sunt ratione inversâ *Massarum* *; quæ duo conveniunt inter se, ut antea demonstravimus *.

* 723.
* 700.

1089.

* 12. El. V.

* 791.

MACHINA,

Quâ Elasterium, inter Corpora suspensa flexum relaxatur.

Machina hæc conjuncta est cum Rectangulo, omnino simili illi, de quo supra egimus *; huic etiam eodem modo Cylindri cuprei, & Pondera plumbea, inferuntur *; & ipsum Rectangulum, cum adjunctâ Machinâ, exactissimè æqualiter ponderat, cum memorato Rectangulo, quando ipsi conjunctum est quoddam ex Corporibus, in explicatione Rectanguli memoratis *.

1090.

TAB.
XXVI.

Fig. 6.

* 769.

* 774.

* 771.

Machina, de quâ nunc agitur, constat ex Elasterio involuto E, illis simili, quibus Horologiis portatilibus Motus communicatur; eodem modo ut in his, illud cum Axe cohæret, cui circumvolvitur, & cum quo conjuncta est Rota dentata; hæc dum relaxatur Elasterium circumagitur, & Motu suo secundam agitat Rotam, ut, additis Rotis minoribus, Motus prioris temperetur, methodo vulgò usitatâ in similibus circumstantiis.

1091.

Motus autem Elasterii, ubi hoc ipsum involutum est, sistitur auxilio Lamellæ, quæ ultimam minorum Rotarum retinet, quæ facillimè relaxatur, quo Motus Rotarum instauratur; hæc autem omnia in Figurâ repræsentari non potuere, sed difficultatem non habent.

1092.

1093. Elasterium memoratum, cum omnibus Rotis, continentur inter duas Lamellas, in quibus Rotarum axium extrema inferuntur; hæc Machinæ pars non dimidium anterioris superficiei Rectanguli tegit, unumque hujus superficiei latus occupat, & ad interiorem partem terminatur Laminâ VV.

Axis Rotæ majoris t , cum quo Elasterium E cohæret, trajicit Laminam VV, extremitatique prominenti, jungitur Lamina i ; quam separatam, & juxta veram magnitudinem delineatam, in I exhibemus.

740. Lamina chalibea FG, quæ integram Machinam ab anteriori parte tegit, illa eadem est, quam suprâ explicavimus *, & quæ in Fig. 3. & 4. hujus Tabulæ exhibetur.

* 740. 741. Retinacula, quæ in Experimentis separanda sunt *, & hic etiam Malleo separantur m , qui, ut ille de quo in N. 741. egimus, etiam caudâ instructus est, quæ ad Angulos Rectos in o conjungitur cum Axe versatili; separatio quoque Retinaculorum eodem modo ut ibi habetur, deprimendo Malleum; quod quomodo in hoc casu fiat, dicam.

1094. Cum Mallei caudâ, in medio circiter, cohæret Uncus n , qui applicatur circumferentiæ Laminæ i , aut I, cujus circumvolutione Malleus elevatur, dum circumferentia plq juxta Uncum transit; ubi autem extremitas q Uncum n relinquit, subito Malleus deprimitur. Ut hoc autem impetu sufficienti fiat, & Retinacula, in Experimentis separentur, utimur cuspidē tenui, chalibea, elasticâ, sr , quæ in Laminâ laterali Machinæ, in s firmatur, ope Cochleæ Cuspidem, juxta caput s , circumdantis; extremitas altera Cuspidis libera est, & applicatur

atur caudæ Mallei, quem deprimat; sed dum hic elevatur, Cuspis flectitur, & Pressio ex Elasticitate augetur; hacque de causâ cum impetu descendit Malleus ubi liberatur.

EXPERIMENTUM I.

Elafterium suprà descriptum * Rectangulo applicatur, ut in Experimento secundo Capitis secundi hujus Libri *. Eandem, quâ in illo ipso Experimento usi fuimus, adhibemus Machinam, & eodem modo suspendimus Rectangulum *. Suspendimus quoque & aliud Rectangulum; illud nempe cui Machina cohæret, quam ultimum explicavimus *. 1095.
* 739.
* 778.
* 778.
* 1090.

Habemus nunc duo Corpora suspensa, ut in plerisque Experimentis Capitis præcedentis. Eodem modo illa disponuntur; & tunc Lingula Elaſterii respondet formini in medio Laminæ Retinaculis instructæ, ut in Experimento indicato *. Eodem etiam modo, ut ibi, & alibi distinctius, jam explicatum est *, Lingula in foramen intruditur; sed ita, ut primi Lingulæ dentes & hic, ut in aliis Experimentis *, usu veniant. * 778.
* 743.
* 745 778.

Ut autem Fila respondentia parallela sint, flexo jam Elaſterio, utimur methodo, alibi in peculiari casu, adhibitâ *. * 942.

Elaſterium, quo Motus Rotis communicatur, involvitur *; & impeditur ipſius Motus *. * 1091.
* 1092.

Relaxatur hoc, ubi Corpora suspensa quiescunt, quo quies paululum aliquando turbatur; sed durat Motus per aliquot momenta, ut interea Corpora ad quietem redeant; tandem Malleus sponte cadit *, & Corpora separantur Actione Elaſterii inter hæc inflexi. Variaturque hoc Experimentum mutatis Corporum suspensorum Modis. * 1094.

1096. In primo tentamine Cylindros * Corporibus inferimus, ut utraque Massa, R & S, valeat duo. Corpora, æqualibus Velocitatibus separantur, & valent hæ 8,4.

TAB.
XXXVI.
Fig 1.
* 774.

1097. In secundo tentamine, una ex his Massis servatur, nempe Corporis S; mutatur alia, ut sit sedecim; &, relaxato Elasterio; hujus Corporis Velocitas valet 1,4; dum S movetur Velocitate 11,2.

TAB.
XXXVI.
Fig. 2.

1098. Tertiâ vice si repetatur Experimentum, positis Massis, R tribus, S quatuor; Velocitates erunt, hujus 5,5; illius 7,3.

TAB.
XXXVI.
Fig 3.

1099. In hisce tribus occasionibus summa Virium est eadem, & Velocitates sunt inversè ut Massæ.

In primo Casu Massæ sunt æquales, tales quoque Velocitates. Corporis Vis unius cujusque est $2 \times 8,4 \times 8,4 = 141,12$. & summa valet 282.

In secundo, Massa Corporis R octies superat Massam S, & illius Velocitas eodem modo ab hujus Velocitate superatur. Vires sunt $16 \times 1,4 \times 1,4 = 31,36$, & $2 \times 11,2 \times 11,2 = 250,88$; & summa; iterum valet 282. Tandem in ultimo casu Massæ sunt ut 3 ad 4. Velocitates in eâdem ratione, sed inversâ, ut 7,3. ad 5,5: Vires sunt $3 \times 7,3 \times 7,3 = 159,87$, & $4 \times 5,5 \times 5,5 = 121$, & summa quæ vix differt à 281, nullum scrupulum circa æqualitatem Virium relinquere potest.

Casum hunc ipsum quem examinavimus habemus, quando duo Corpora Elastica, Motibus contrariis, in se mutuo directè incurrunt, Velocitatibus quæ sunt inversè ut Massæ; nam positis his non Elasticis, post Ictum quiescunt *; ergo in ipso momento concursus, ante Figuram instauratam, datur Elasterium flexum inter duo Corpora quiescentia. Separantur ideo hæc Velocitatibus

* 962.

bus quæ sunt inversè ut Massæ *, id est, Velocitates post Ictum in eâdem sunt ratione in quâ ante Ictum erant; unde sequitur *Corpus utrumque redire eâdem Velocitate quam ante Ictum habuit*; nam si minuatur in uno, non servabitur ratio, nisi & in altero minuatur; quare summa Virium minor erit, quod impossibile *. Demonstratio eadem est, si quis unius Corporis auctam Velocitatem dicat.

Experimentum, quo hanc confirmamus Propositionem, ut & reliqua, quæ sequuntur de Corporum Elasticorum Collisione, instituuntur auxilio ejusdem Machinæ, quâ Experimenta demonstrantur de Collisione Corporum non Elasticorum *.

Quando de illis agitur, eburnea adhibemus Corpora. Primum est Globus G, cujus diameter est Sesquipollicis; sex tales adhibemus. Reliqua Corpora sunt Cylindrica ut B & C; in extremitate unâ hemisphærio terminantur, Basis autem altera plana est; sed Diameter parum tantum excedit Pollicem unum. In formandis hisce Cylindris observandum, dentis Axem debere cum Axe Cylindri coincidere. Pondera Corporum G, B, & C, sunt inter se ut unum duo & tria.

Globi duobus uncis *v, v*, suspenduntur; singula alia quatuor Filis sustinentur, ut Rectangula, quæ in Experimentis de Collisione Corporum non Elasticorum usu veniunt *. Corpora, ut dixi, dantur sex ut G, unum ut B, & duo ut C.

Ut Corpora hæc suspendantur, firmamus Uncos medios *g, f*, & *b, i* *, attendendo ad illa quæ in N. 765, fuere dicta; tunc distantia datur Sesquipollicis inter *g* & *f*; ut & inter *b* & *i*. Si tunc duos Globos suspendamus,

* 1089.

* 1085.

1101.

* 760.

1102.

TAB.
XXVI.
Fig. 7.

1103.

* 769.

TAB.
XXVII.
Fig. 1.
* 764.

mus, reductis Filis respondentibus ad eandem altitudinem, hi sese mutuò tangunt.

1104.
TAB.
XXVI.
Fig. 7.

Si agatur de Cylindris B & C, Unci sequentes usu veniunt; qui ab Uncis mediis jam firmatis ponuntur ad distantiam æqualem distantiae vV in Corpore suspendendo; quæ distantia immediatè, admoto Corpore ipso, determinatur.

Corpora hæc, reductis Filis ad desideratam longitudinem, eodem modo, ut de Globis dictum, sese mutuò tangunt, quando liberè pendent, sive duo sint Cylindri ut C, aut ut B, sive unus ut C alter ut B, sive tandem alteruter cum Globo Machinæ applicetur; distantia enim Uncorum v, v , aut V, V , ab extremitatibus Corporum est trium partium quartarum unius Pollicis.

In reliquis circumstantiis, Experimenta cum Corporibus Elasticis ab Experimentis, in Capite IV. explicatis, non differunt; eodem modo, ac in his, Velocitates desideratæ Corporibus communicantur, & Velocitates post Percussionem mensurantur; cum autem in ipsâ Percussione Parallelismus nunquam turbetur ad illa non attendimus quæ in N. 942. fuere indicata.

EXPERIMENTUM 2.

1105.
TAB.
XXXVI.
Fig. 4.

Corpora duo P & Q, quorum Massæ sunt ut unum ad tria, in se mutuò incurrunt, in p, q , hoc Velocitate quinque, illud Velocitate quindecim; post Ictum utrumque ad eandem ferè à quâ cecidit altitudinem redit, in p & q .

Defectus Elasticitatis in causâ est quare non exactè ad easdem, à quibus cecidèrè Corpora, redeant altitudines.

In hoc Experimento, ut & in sequentibus, Velocitas, 1106.
 instauratione Figuræ generata, duodecimâ parte deficit
 ab illâ, quæ produceretur, si ipsa perfecta esset; si autem
 magna sit Corporum Velocitas respectiva, major est,
 servatâ proportionem, defectus Velocitatis.

Quæ de Elasterio, inter Corpora quiescentia sese ex-
 pandente, demonstrata sunt, ad Elasterium inter Cor-
 pora, eâdem cum his Velocitate translatum, & respec-
 tu Corporum quiescens, referri debent; si ergo in Nave 1107.
duo Corpora Elastica, Velocitatibus, quæ sunt inversè ut Mas-
sæ, in se mutuò impingantur, Velocitatibus iisdem in Nave
*redibunt **.

Positis quæ in N. 987. dicta sunt; in Nave, quæ Ve-
 locitate BI fertur, Corpora non Elastica post Ictum 1108.
 quiescunt, & mutationes Velocitatum sunt inversè ut
 Massæ, destructis Velocitatibus, quibus in Nave ad se
 invicem accessere: si nunc sint Elastica, in Nave à se
 mutuò recedunt iisdem hisce Velocitatibus, quibus in
 Nave ad se mutuò accessere *; id est, secunda in Ve-
 locitatibus datur mutatio æqualis primæ; quare utrum-
 que Corpus duplam patitur in Velocitate mutationem,
 & *Velocitas respectiva post Ictum æqualis est Velocitati respec-*
tivæ ante Ictum. In Fig. 1. Corpus motum Velocitate 1109.
 BN, in Nave ante Ictum habebat Velocitatem IN,
 hanc amisit, & huic æqualem in contrariam partem ac-
 quisivit IG; habet ideo Velocitatem BG. Corpus a-
 liud, cujus Velocitas erat BE, in Nave ante Ictum re-
 dibat, id est, lentius ipsâ Nave movebatur, quantita-
 te IE; post Ictum, æquali Velocitate IP in contra-
 riam partem, id est, celerius ipsâ Nave, fertur, Ve-
 locitasque est BP.

Eodem modo in Fig. 2. Corpus quod habebat Velocitatem BN, amisit Velocitatem IN, quam in Nave habebat; & Velocitate, huic æquali IG, nunc in Nave redit; id est, Velocitate BG post Ictum fertur: Corpus aliud cujus Velocitas erat BE, in Nave redibat Velocitate IE; nunc, mutato Motu, Velocitate huic æquali IP, in Nave à Puppi ad Proram fertur; & ipsius Velocitas absoluta est BP.

Ex hisce deducimus Regulas duas, quibus Corporum Elasticorum Velocitates post Ictum determinamus.

REGULA I.

1110. *Si Corporis Velocitas, positis Corporibus non Elasticis in se mutuo impactis, Ictu augeatur, augmentum duplicatum priori Velocitati est addendum, ut Celeritas post Impactionem determinetur, si Corpora fuerint Elastica.*

REGULA II.

1111. *Duobus Corporibus non Elasticis in se mutuo incurrentibus, si Corpus ex Velocitate amittat, pars amissa duplicanda est, quando Elastica sunt Corpora, & à priori Velocitate subtrahenda, ad determinandam Celeritatem post Percussionem.*
1112. *Circa secundam Regulam observandum, Corpus quod redit, non modo amittere pristinam Velocitatem, sed præterea pro Velocitate amissâ etiam haberi Velocitatem, in contrariam partem acquisitam; & in hoc casu, summa ambarum harum Velocitatum duplicanda est, & ex priori Celeritate subtrahenda. Quando autem major Velocitas ex minori subducitur, excessus in contrariam partem sumendus est.*

EXPERIMENTUM 3.

1113. *Corpus P, cujus Massa est duo, & Celeritas novem, impingitur in Corpus quiescens Q, cujus Massa est unum;*

TAB.
XXXVI.
Fig. 5.

num; si perfecta esset Elasticitas, post Impactum Q
 ferretur Celeritate duodecim, & P motum continuaret
 Velocitate tria; quod computatione juxta has Regulas
 detegitur; nam si Corpora non essent Elastica; Celeritas
 amborum post Occursum esset sex *; Corpus ergò * 992.
 Q acquireret sex gradus Velocitatis; ideo per Reg. I. * 1110.
 acquirat nunc duodecim gradus. Corpus P, quod se-
 positâ Elasticitate, amittit tres gradus Velocitatis, per
 Reg. II. * amittit sex, qui si subtrahantur à novem, * 1111.
 Velocitate priori, restant tres gradus Velocitatis. Im-
 perfecta autem est Elasticitas; & in ipso Experimento
 Velocitas Corporis Q, est undecim cum semisse; & P
 in Motu perseverat tribus gradibus Velocitatis cum
 quartâ parte; quod congruit cum iis quæ monuimus *; * 1106.
 mutationem ex Elasticitate oriundam duodecimâ parte
 esse minuendam.

EXPERIMENTUM 4.

Corpus P in aliud Q, quiescens, & triplum, Ve-
 locitate duodecim impingitur, & Velocitate sex, si per-
 fectè essent Elastica, rediret. In hoc casu Corpora non
 elastica moverentur Celeritate tria; Corpus ergò P a-
 misisset novem gradus Velocitatis, amittit ergò per
 Reg. II. * octodecim gradus; qui si subtrahantur à * 1112.
 priori Velocitate duodecim, dantur sex grad. in con-
 trariam partem *. Corpus Q, quod acquirat tres gra-
 dus Velocitatis, quando Corpora non sunt Elastica,
 nunc deberet acquirere sex. Secunda autem hæc mutatio
 duodecimâ suâ parte minuenda est, & Velocitas est quin-
 que cum tribus partibus quartis. Propter defectum E-
 lasticitatis, secunda mutatio Velocitatis Corporis P est
 tantum octo cum quartâ parte; & Velocitas, subtrahen-

1114.
 TAB.
 XXXVI.
 Fig. 6.

da ex duodecim, valet septemdecim cum quartâ parte, Corpusque redit Velocitate quinque cum quartâ parte; & hæc Experimento detegimus. Eodem modo, sequentibus Experimentis, confirmatur quod per Regulas detegitur; si ad defectum Elasticitatis attendamus.

EXPERIMENTUM 5.

III 15.
TAB.
XXXVI.
Fig. 7.

Corpus P, cujus Massa est duo, & Velocitas octo, incurrit in Corpus Q, cujus Massa est unum, & quod Velocitate quinque eandem partem versus fertur; si perfecta esset Elasticitas, post Occursum Corpus Q moveretur Velocitate novem, & P Velocitate sex gauderet, ut per Regulas præcedentes determinatur. Si enim Corpora non essent Elastica, ambo Celeritate septem post Impactum moverentur*: Corpus Q acquireret duos gradus Celeritatis, qui per Reg. I. duplicari debent, & priori Celeritati quinque addi, unde habemus novem: Corpus P amitteret unum gradum Velocitatis, per Reg. II. amittit duos, ei ergo restant sex. Attendendo ad defectum Elasticitatis, P habet Velocitatem sex cum unâ parte duodecimâ, & Q movetur Velocitate octo cum quinque partibus sextis. Experimentum hoc quoque demonstrat.

EXPERIMENTUM 6.

III 16.
TAB.
XXXVI.
Fig. 8.

Corpus P, Velocitate novendecim, fertur eandem partem versus cum Corpore triplo Q, moto Celeritate tria; post Impactum Corpus P regreditur Velocitate quatuor, Q motum continuat Velocitate decem cum duabus partibus tertiis.

EXPERIMENTUM 7.

III 17.
TAB.
XXXVI.
Fig. 9.

Corpus P Celeritate quinque, & Corpus Q tripulum Ce-

Celeritate undecim, in partes contrarias feruntur; post Occursum, Q motum continuat Celeritate, quæ valet tria cum parte tertiâ, & P regreditur Velocitate octodecim.

EXPERIMENTUM 8.

Eadem Corpora, P & Q, in contrarias partes feruntur, P Celeritate sedecim, & Q Velocitate octo; ambo post Impactum regrediuntur; Velocitas ipsius P est octodecim cum semisse, & Q habet Velocitatem, quæ valet tria cum semisse.

III 18.
TAB.
XXXVI.
Fig. 10.

EXPERIMENTUM 9.

Si in ultimo Experimento mutetur Velocitas Corporis P, & hæc sit octo, positis Corporibus perfectè Elasticis, Q amitteret integrum suum Motum, & P rediret Velocitate sedecim; in ipso autem Experimento Q servat tertiam partem unius Gradûs Velocitatis, & Corporis P Velocitas est quindecim.

III 19.

Omnes casus Percussionum Corporum Elasticorum Regulis memoratis determinantur; sequentem etiam ex illis deducimus Propositionem.

Quando Corpora sunt æqualia, & eandem partem versùs feruntur, permutatis Velocitatibus motum continuant; si in contrarias partes ferantur, permutatis Velocitatibus regrediuntur.

III 20.

Cas. I. Tendunt Corpora eandem plagam versùs, & sit AB Velocitas unius Corporis, AC Velocitas alterius Corporis; propter Massas æquales, sunt Velocitatum mutationes æquales *. Dividatur BC in duas partes æquales in D, & AD exprimet Celeritatem utriusque Corporis post Occursum, si non sint Elastica; Celeritas AB augetur quantitate BD, duplici quan-

III 21.
TAB.
XXXVII.
Fig 5.

* 987.

Qq 3 titate

- IIIO. titate tali augeri debet propter Elasticitatem *; in quo casu Velocitas AB mutatur in AC. Eodem modo Celeritas AC, in Corporibus non Elasticis, minuitur
- IIIL. quantitate DB; duplicatâ hac quantitate minui debet *, & fit AB.

EXPERIMENTUM IO.

1122. Corpora duo æqualia, primum Velocitate decem, alterum Velocitate quatuor, eandem partem versùs feruntur; mutatis Velocitatibus post Impactum motum continuarent, si perfecta esset Elasticitas; quod etiam detegitur computatione ex præcedentibus Regulis. Sed in Experimento Corpus antecedens minus acquirit, consequens minus amittit & utraque differentia valet quartam partem unius gradûs Velocitatis.

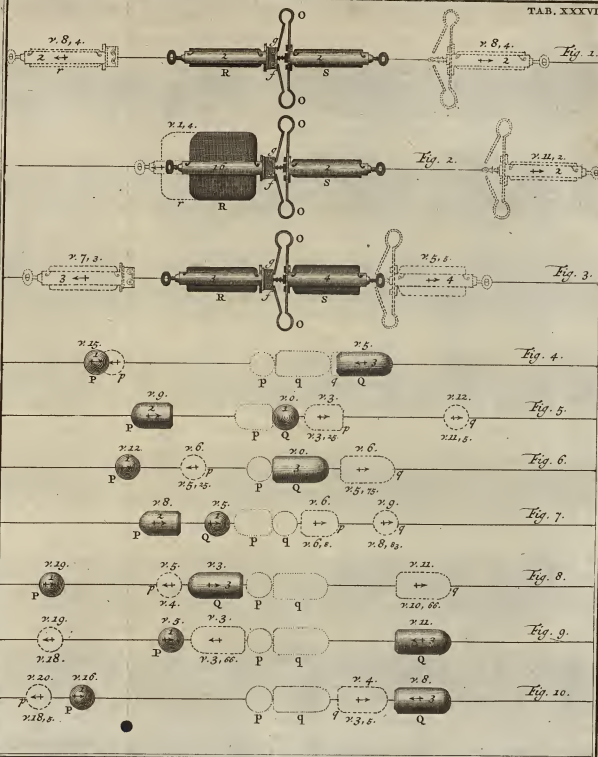
1123.

TAB.
XXXVII.
Fig. 6.

- Cas. 2. Sit AC Celeritas unius Corporis, AB Celeritas alterius; si BC dividatur in duas partes æquales, Velocitas utriusque post Occursum, eandem partem versùs est AD *, quando Corpora non sunt Elastica. Corpus ergò primum amisit Velocitatem DC, Corpus alterum amisit totam Velocitatem AB, & in contrariam partem acquisivit AD; tota ergò quantitas amissa est DB *, æqualis ipsi DC; hæc quantitas si duplicetur, erit BC quantitas Celeritatis ab utroque Corpore amissa *; quæ subtracta ex Velocitate utriusque Corporis, dat in utroque casu Velocitatem in contrariam partem *, æqualem illi, quam alterum Corpus habuit.

EXPERIMENTUM II.

1124. Si Corpora æqualia, unum Celeritate duodecim, alterum Velocitate sex, in contrarias partes ferantur, permutatis Velocitatibus ambo regrediuntur post percussionem,



fionem, deficiente utraque Velocitate, ab illâ, quam Corpus alterum habuit, tribus partibus quartis unius gradûs; quod computatione quoque detegitur, si ad defectum Elasticitatis attendamus.

Corpus impingitur in aliud æquale quiescens, si Velocitates permutentur, Corpus primum post Impactum quiescet, alterum verò cum Velocitate prioris movebitur. 1125.

EXPERIMENTUM. 12.

Si Corpus Velocitate duodecim impingatur in Corpus æquale quietum; primum dimidiato gradu Velocitatis movetur, secundum acquirit Velocitatem undecim cum semisse, si Elasticitas esset perfecta primum post Occursum quiesceret, & aliud Celeritate duodecim moveretur. 1126.

In Corporibus Elasticis subita admodum est Elastarii actio. 1127.
Ideo si varia Corpora Elastica sint contigua, & extremum percutiatur, omnia sequentia agitantur, quasi essent separata; etiam si ex variis contiguis, eâdem Velocitate motis, antecedens in Corpus quodcumque incurrat, agit ut à reliquis separatum ageret. Unde sequitur Corpus moveri solâ Actione Corporis vicini, & in vicinum Corpus tantum agere, partibus Elasticis ad Figuram redeuntibus, antequam Actio Corpori sequenti communicari possit. 1128.

EXPERIMENTUM 13.

1. Sint Corpora plurima, æqualia, Q, R, S, T, V, in eâdem Lineâ disposita, & sese mutuò tangentia; Corpus P, reliquis æquale, impingatur in Q, quacunque Velocitate; post Occursum P, Q, R, S, & T, quæta manent; aut potius parum agitantur, quod ex defectu Elasticitatis sequitur; & V solum movetur. 1129.

TAB.
XXXVII.
Fig. 7.

2. Moveantur æqualibus Velocitatibus Corpora duo contigua P & Q, ita ut Q impingatur in R, post Impactum

TAB.
XXXVII.
Fig. 8.

factum P, Q, R, & S, quiescunt, T & V verò simul moventur.

TAB.
XXXVII.
Fig. 9.

3. Eodem modo si tria moveantur, post Occursum tria etiam moventur.

TAB.
XXXVII.
Fig. 10.

4. Si quatuor moveantur, etiam quatuor post Percussionem à reliquis separantur.

TAB.
XXXVII.
Fig. 11.

5. Tandem si, P, Q, R, S, & T, simul moveantur, & T percutiat V, post Percussionem P solum quiescit, Q, R, S, T, & V, simul moventur. Generaliter, quicumque sit Globorum numerus, quot moventur ante Occursum, tot etiam post illum moventur.

1130.
TAB.
XXXVII.
Fig. 7.
* 1128.
L* 1125.

Agunt hæc Corpora quasi essent separata *. In primo casu P impingitur in Q, & quiescit *; Q, Ictu agitatatum, impingitur in R, & etiam quiescit; & sic de cæteris; donec tandem T percutiat V, quod, cùm nullo Obstaculo retineatur, solum in motu continuat.

TAB.
XXXVII.
Fig. 8.

In secundo casu, Corpus Q eodem modo Corpus V propellit; insequitur immediatè P, incurrens in Q, quod jam ex priori Impactu quiescit; Motus etiam eodem modo communicatur Corpori T, quod non potest percutere V jam in motu; & cum Motus Corporum P, & Q, æquè veloces sint, & illa Corpora quàm proximè sese mutuo insequantur, sensibile Tempus inter illas duas Motûs communicationes non datur; unde etiam Corpora V, & T, æquè Velociter moventur & non separantur.

1131. + Alio Experimento constat, ita subitam esse Elastarii actionem ut vix concipiatur.

EXPERIMENTUM 14.

1132
TAB.
XXXVII.
Fig. 12.

Globus eburneus cavus, diametri circiter duorum Pollicum, ex duobus constat Hemisphæriis A & B, quæ

quæ Cochleâ quàm arctissimè inter se conjungi possunt.

Hemisphærium B demittitur ita, ab altitudine quacunque, ex. gr. octodecim Pollicum, ut Plano marmoreo cœruleo, paululum madefacto, impingatur; & quidem ut punctum medium superficiiei in Planum incurrat. Hoc haud difficulter obtineri potest, si in eo loco majorem habeat crassitiem Hemisphærium quàm extrema versùs. Mensuretur Macula, quam in Marmore Corpus Impactu imprimit.

Conjungatur Hemisphærium A, & demittatur ab eadem altitudine Globus ita, ut idem Punctum, superficiiei Hemisphærii B, in Planum marmoreum incurrat; quod facile fiet, si Hemisphærium A alio levius fuerit: Macula priori quàm exactissimè æqualis erit, & Globus multo minus resiliet.

Tandem in Globi cavitatem inseratur Plumbi frustum P, ejusdem ponderis cum ipso Globo; ibique firmetur; demisso eodem modo Globo, etiam in hoc tertio casu Macula eadem erit, & Globus vix resiliet.

Demisso autem ab eadem altitudine Globo solido ex Ebore, Globo memorato æquali, Macula major est, & fere ad illam à quâ cecidit altitudinem Globus redit.

In hoc Experimento videmus, partes ictas Hemisphærii B ad Figuram rediisse, antequam huic Hemisphærio Actio Hemisphærii A, aut Plumbi inclusi, communicari potuerit, licet fatis arctè hæc Corpora cohæreant.

In Capite ultimo hujus Libri agam de Temporibus ipsis determinandis, in quibus inflexiones Corporum Elasticorum fiunt; & videbimus in hoc Experimento Tempus, quo partes intropremuntur, esse novem Minutorum quintorum; aut $\frac{1}{23593}$ unius Minuti secundi.

1133.

S C H O L I U M I.

In quo ad Corpora Elastica, demonstrata in Scholio 3. Cap. 1v. hujus Libri, extenduntur.

IN Scholio 3. Cap. 1v. hujus Libri demonstravimus quomodo Geometricè, quæ, durante mutuâ Actione Corporum, in Collisione contingunt, quando hæc non sunt Elastica, determinantur; quæ ibi de diminutionibus Velocitatum, & Virium, demonstrata sunt, ad Corpora Elastica possunt referri*; & facile erit determinare, quæ in instauratione Figuræ obtinent.

* 929.
1134.
TAB.
XXXVII.
Fig. 3. 4.
* 967.

Positis quæ in dicto Scholio sunt explicata, est *Ee* Velocitas quæ ambo Corpora moventur, in ipso momento integræ inflexionis partium. Dum partes ad pristinam Figuram redeunt, mutationes Velocitatum continuantur, & quidem juxta easdem Leges quàm in intropressionem*; quare continuatis *CE* & *DE*, ductæque *HR* Parallelæ ipsi *DA*, Lineæ *RS*, *RH*, Corporum Velocitates indicabunt; & Triangulum *ESH* repræsentabit Vim instaurationem. Vis hæc, si agatur de integrâ Actione partium Elasticarum, æqualis est illi, quæ Collisione destructa fuit*; sunt ergo æqualia Triangula *DEC*, *EHS*. Ideo si *eR* sit æqualis *eA*, Corporum Velocitates post separationem erunt *RS*, *RH*. In Casu Fig. 3. Corpus, quod habebat Velocitatem *AD*, redit Velocitate *RS*, alterum directionem servat; In Fig. 4. Corpus, cujus Velocitas erat *AD*, in Motu perseverat Velocitate *RS*, alterum regreditur Velocitate *RH*.

* 1085.

Hæc ita se habent, positâ perfectâ Elasticitate; si defectus detur, ducenda erit *rh*, parallela ipsi *RH*, ita, ut *er* se habeat ad *eR*, ut Velocitas, quæ revera, instauratione partium, generatur, ad illam, quæ, datâ perfectâ Elasticitate, produceretur. Tunc *rs*, *rh*, sunt Velocitates quæsitæ.

In figuris, quæ Experimentis hujus Capituli inservirent, *er* se haberet ad *eR*, aut *eA*, ut undecim ad duodecim.

S C H O L I U M II.

Uberior demonstratio N. 1085.

DEmonstravimus in Congressu Corporum Elasticorum summam Virium ante & post lctum esse eandem*; unde sequitur, positis explicatis in N. 1108. 1109. $AB \times BN^9 + BC \times BE^9 = AB \times BG^9 + BC \times BP^1$ *, cujus & hic geometricam dabimus Demonstrationem.

1135.
TAB.
XXXVII.
Fig. 1. 2.
* 1085.
* 757.
TAB.
XXXVII.
Fig. 1. 13.

Primò tendant Corpora eandem partem versùs. Formentur Quadrata Linearum *BE*, *BG*, *BN*, & *BP*; ducatur omnium Diagonalis *BV*. Ducatur *IS* parallela ad *PV*; & per *S*, Punctum in quo Diagonalem secat, ducatur *XSK*, parallela *PB*: continentur *GR* & *EQ* in *Z* & *K*. Quia

1N

IN & IG sunt æquales, ut & IP & IE, Triangula YST, RSZ, sunt æqualia; etiam Triangula SXV, SKQ. Idcirco Trapezium GRTN æquale est Rectangulo GZYN; & Trapezium EQVP æquale Rectangulo EKXP.

Semidifferentia Quadratorum Linearum BN, BG, est Trapezium GRTN, aut Rectangulum GZYN. Eodem modo semidifferentia Quadratorum Linearum BP, BE, est Rectangulum EKXP; sed Rectangula hæc, propter communem altitudinem IS, sunt ut Bases *; aut ut Basium semisces IN, IE; etiam, ut sunt semidifferentiæ Quadratorum, ita integræ differentiæ: Ergo $BN^2 - BG^2, BP^2 - BE^2 :: IN, IE$; id est, ut BC ad AB, ex constructione.

Idcirco $AB \times BN^2 - AB \times BG^2 = BC \times BP^2 - BC \times BE^2$; idcirco $AB \times BN^2 + BC \times BE^2 = AB \times BG^2 + BC \times BP^2$. Quod demonstrandum erat.

Tendant nunc Corpora in partes contrarias. Formentur iterum Quadrata Linearum BP, BN, BE aut B_e , & BG aut B_g . Propter æquales IN, IG, & IP, IE, æquales sunt NP, EG aut e_g ; addamus utrimque e_N , erunt æquales e_P, g_N . Differentia Quadratorum BV & BQ, id est, Quadratorum Linearum BP, BE, est Rectangulum, cujus Basis est PV & e_Q , id est, PE, & altitudo e_P ; differentia Quadratorum BT, BR, id est, Quadratorum Linearum BN, B_g aut BG, est Rectangulum, cujus Basis est NT & g_R , id est, NG, & altitudo g_N ; propter æquales altitudines Rectangula hæc sunt ut Bases PE, NG, aut ut harum semisces IE, IN, quæ sunt ut AB, BC; ergo

$$BP^2 - BE^2, BN^2 - BG^2 :: AB, BC.$$

Idcirco $AB \times BN^2 - AB \times BG^2 = BC \times BP^2 - BC \times BE^2$; unde deducimus $AB \times BN^2 + BC \times BE^2 = AB \times BG^2 + BC \times BP^2$. Quod demonstrandum erat.

SCHOLIUM III.

Illustratio circa mutuam Corporum Elasticorum Actionem.

Lect circa summæ Virium æqualitatem, ante & post Ictum, dubium superesse nullum possit, cum hæc ex ipsâ perfectâ Elasticitate sequatur *; & etiam, ut in præcedenti Scholio fecimus, ex Regulis computationis deducatur, obscurum quid nihilominus in hisce dari, non diffiteor; cum ex demonstratis non pateat, quomodo Elastrium, quod dum se inter Corpora expandit, & ad partes oppositas Vires, quæ sunt inversè ut Massæ, communicat *, possit sæpe unico Corpori integram non modò, quæ se expandit, imprimere Vim, sed præterea quantum ex Vi aliûs Corporis tollit. Si Ex. Gr. Corpus A, duobus gradibus Velocitatis, id est, cum quatuor grad. Vis *, incurrat in Corpus B, ipsi æquale & quiescens, post Ictum, sepositâ Elasticitate, ambo unico gradu Velocitatis gaudent *; & singula unicum gradum Vis habent *;

Rr 2

id est,

* I. El. VI.

II 36.
TAB.
XXXVII.
Fig. 2. 14.

II 37.
* 1083.

* 1089.

* 757.

* 692.
* 757.

id est, amborum Vis valet duo, & duobus reliquis gradibus Vis partes fuere compressæ *, & si Corpora sint Elastica, hac ipsâ Vi Elastrium fuit flexum, & eâdem Vi sese expandit *: Post lctum verò Corpus B duos habet gradus Velocitatis *, id est, Vim quatuor *; & quiescit A: Elastrium ergo ipsi B tres gradus Vis communicavit, & gradum unum ex A sustulit; quamvis duobus tantum gradibus Vis fuerit flexum; & licet propter Corpora æqualia, æquales impressiones ab utrâque parte exeruerit.

1138. Ut hæc tollatur difficultas, inter Vim absolutam & relativam distinguendum. Elastrium, inter Corpora positum, Vires ipsis communicat, quæ sunt inversè ut Massæ, si inter Corpora quiescat *; id est, si, translatis Corporibus, eodem Motu cum hisce feratur; quales idè Motus Corporibus communicantur in Nave, quæ eâdem Velocitate cum Corporibus fertur, & in quâ idcirco hæc cum Elastrio quiescunt *; sed Propositio hæc ad Motus absolutos referri non debet, quorum unus acceleratur, alter retardatur, translato jam ipso Elastrio, ante hujus Actionem.

1139. Circa Vires absolutas notandum, has Corpori sæpè communicari, causâ moventi quæ ipsâ transfertur, in quo casu *non sola Causa movens in Corpus agit, sed & in Corpus datur Actio illa, quæ ipsam transfert Causam moventem*; 706. Corporique communicatur Vis, quæ valet summam harum Actionum *; nam Vis hæc est Effectus ambarum Actionum conjunctarum; agitur enim de casu in quo hæc alium nullum Effectum edunt.

Quando Elastrium Obstaculo insistit, quod ad partem oppositam non cedit, totam Vim, quâ fuit inflexum, Corpori quod ab Obstaculo repellit communicat, ut hoc sequitur ex Demonstratione N. 1089. & confirmatur Experimento 2. Cap. 2. hujus Libri, collato cum Experimento 1. hujus Capituli

Si autem Elastrium quod ab unâ parte insistit Obstaculo, quod non cedit, totam suam ad oppositam partem Vim exerat, multo magis Elastrium, quod ad illam transfertur partem, ad quam agit, integram Vim, quâ relaxatur, Corpori communicabit, cui etiam imprimet Vim, quæ valet Actionem, quæ ipsum transfert Elastrium, dum relaxatur *.

1141. Ex quibus quoque sequitur, quando Obstaculo, non omnino immobili, insistit Elastrium, hoc ad partem oppositam exercere Vim suam totam, demtâ illâ, quâ Obstaculum potest movere.

1142. Si hæc applicemus ad casum memoratum, facile videmus, Corpori B communicari duos gradus Vis, quibus partes Elasticæ fuere flexæ; & præterea 1140. Impressionem, quâ Elastrium fuit translatum durante Expansione *, quæ impressio est Actio Corporis A in Elastrium, & valet Vim à Corpore A in hac Actione amissam *. 709. Amisit autem A unum gradum Vis, qui ergo ipsi B, præter duos memoratos, fuit communicatus; accipit ergo B tres gradus Vis, qui additi uni gradui, quem ante Elastrii Actionem habebat, dant quatuor gradus Vis Quod explicandum erat

1143. Ratiocinium omnino simile est in aliis casibus, in quibus post separationem ad eandem partem Corpora tendunt, aut unum quiescit; si autem ad partes oppositas post lctum moveantur, ex iisdem principiis difficultas tollitur, ut hoc patebit exemplo.

Sit Corpus A cujus Massa est 1. quod Velocitate 6., id est, cum Vi 36. *, incurrat in Corpus duplum quiescens B; ponimus Corpora perfecte Elastica. Post Ictum B habebit Velocitatem 4., id est, Vim 32, & A redibit Velocitate 2., habebitque Vim 4. *. Hoc, jam ante demonstratum, nunc est illustrandum.

Ante instauratam Figuram, Corpora ambo cum duobus gradibus Velocitatis moventur *, & Elastrium fuit flexum Vi 24. *. Si Navem concipiamus in qua Corpora post Ictum, ante separationem, quiescunt; id est, cujus Velocitas etiam est duo; Corpora in hac separantur Viribus, & Velocitatibus, quæ sunt inversæ ut Massæ *; B Velocitate 2., & A Celeritate 4; Si Elastrium minus fuisset flexum, etiam Vires fuissent inversæ ut Massæ *; ergo, pro parte relaxato Elastrio, in hac ratione sunt Vires, ideoque Velocitates *; idcirco ubi B habet unum gradum Velocitatis in Nave, A duos habet, & Actio Elastrii valet 6. gradus Vis; hæc enim est summa Virium hucusque communicatarum.

Tum, Motus absolutos considerando, B habet Velocitatem 3., & A quiescit; Elastrium verò Vim 18. supersitem exserit, dum in Nave Corpori B secundum gradum Velocitatis, & Corpori A tertium & quartum communicat. Habet nunc B, seposita Nave, Velocitatem 4. & redit A Velocitate 2.

Corpus B, ante Elastrium relaxatum, Vim habet 8 *; dum Elastrium primos 6. gradus Vis exserit, nondum redit A, versamurque in casu N. 1142. ideo sex hi gradus Corpori B communicantur, & præterea quantum amittit A, ut hoc in N. 1142. explicavimus, id est, 4; habetque B, in hoc instanti, Vim 18, quæ respondet Velocitati 3 *; Massa enim est duo.

Elastrium nunc ab unâ parte insilit quiescenti, ad alteram Corpori agitato, ipsumque Elastrium, huc usque, totum fuit translatum; nunc autem pro parte tantum transfertur, & potest repellere Corpus A, Vi 4; ideoque reliquam tantum Vim 14 poterit ipsi B imprimere *; hi additi gradibus 18, jam communicatis, dant gradus 32, quos, ut ex ante demonstratis liquet, revera habet.

Eodem modo illustramus casum Analogum. Homo Corpus projiciens ipsi imprimit duos gradus Velocitatis; ergo Vim quatuor. Si hoc in Nave Velocitate octo translata præstaret, Corporis Velocitas fieret decem, & Vis Corporis, quæ valebat sexaginta quatuor, quamdiu Corpus eandem Velocitatem cum Nave habuit, nunc valet centum, & eadem Actio, quæ in Nave Corpori communicavit quatuor gradus Vis, si ad Navem non attendamus Corpori dedit Vim, quæ valet triginta sex. Si pro Hominis Actione, ut hæc magis regularis sit, ponamus Elastrium, quod, Corpori duos gradus Velocitatis communicat dum ipsi Navi insilit, computatio iniri poterit, simili methodo cum præcedentibus, determinatis ad libitum Massis Corporis & Navis; sed facilius difficultatem tollimus, si consideremus, Corpus in Nave quiescere, & si ad hanc non attendamus, moveri; effectumque ejusdem Pressionis, cujus Intensitas determinata est, sequi rationem Velocitatis puncti cui applicatur *. Actionemque, non attendendo ad Navem, eo esse majorem, quo Elastrium majori Velocitate cum Nave transfertur.

1144.

* 757.

* 992. 1110.

1111.

* 992.

* 985. 934.

933.

* 1089.

* 1088.

* 791.

* 757.

* 757.

* 1147.

1145.

* 723.

Paradoxi explicatio.

1146.

EX Corporum Elasticorum proprietate in N. 1128. memoratâ, deducitur Paradoxi, quod non minus notabile est quàm vulgare, explicatio.

Fabri argentarii, qui Domûs cujuscunque partem superiorem occupant, Incudem Pulvino superimponunt, quo magis lætibus mallei Incus resistit, & minus tremat Doinus.

Ponamus, sublato Pulvino, Trabi Incudem imponi, Incus Corpus est Elasticum; & Trabs, quæ in extremitatibus fixa est; etiam Corpus est Elasticum. Ponamus Malleo Incudem percuti.

Dicatur Mallei Massâ M; Incudis Massâ I; & Massâ Trabis cum Corporibus coherentibus, & quæ cum ipsâ agitantur, T; sit etiam Velocitas Mallei v . Multiplicando M per v , & dividendo productum per summam Massarum

*992.1110.

• 1128.

Mallei & Incudis, habemus dimidium Velocitatis Incudi communicatæ *; nam, licet Trabi imposita sit Incus, agitur quasi sola esset *; & ipsius Velocitas est $\frac{2 M \times v}{M+I}$; quâ Velocitate Incus percutit Trabem & Corpora cum hac conjun-

cta; multiplicando Velocitatem Incudis per Massam habemus $\frac{2 M \times I \times v}{M+I}$; dividendo duplum hujus producti per summam Massarum habemus $\frac{4 M \times I \times v}{M+I+T}$;

*992.11128.

Trabis Velocitatem *. Denominator hujus fractionis $M \times I + I \times I + T \times M + T \times I$, propter M exiguum respectu I & T, vix ab hoc alio differt $M \times I + I \times I + T \times I$; quo posito, Velocitas detecta mutatur in hanc $\frac{4 M \times v}{M+I+T}$.

Interposito Corpore molli, Pulvino nempe, inter Trabem & Incudem, Corpora hæc unicam quasi formant Massam; ideòque, cum nunc Malleus majus percutiat Corpus majorem patitur Resistentiam, & Velocitas Trabi communicata habetur dividendo $2 M \times v$ per summam Massarum $M+I$

*992.11110. $+T$ *; & Velocitas est $\frac{2 M \times v}{M+I+T}$, dimidium Velocitatis sublato Pulvino;

*753.712. quare agitatio, sublato hoc ipso, quadruplum potest edere Effectum *.

C A P U T VII.

De Motu composito.

SI Corpus moveatur, & hujus Celeritas augenda, aut 1147.
minuenda, sit, manente directione, evidens est, Impressionem requiri, quæ proportionalis sit differentiæ Quadratorum Velocitatis, quam Corpus ante Actionem habuit, & illius, quam post Actionem habet; huic enim differentiæ Vis communicata, aut sublata, proportionalis est *.

* 753.

Ponamus duas Actiones, eodem Tempore, in Corpus, juxta eandem directionem agere. Dum augetur Velocitas, crescit in hujus ratione duplicatâ Vis Corpori insita *; id est, augmentum ipsius Vis sequitur proportionem augmenti Trianguli, quod, dum augetur, eisdem servat angulos, & cujus latus unum Velocitatem repræsentat *; Vis dum Velocitas est Ag , est ad Vim, ubi Velocitas est Al , ut arèa Agr ad Als . 1148.

* 753.

TAB.
XXXVIII.
Fig 1.
* 19. El. VI.

Concipiamus Actiones alternatim in Corpus agere, per intervalla Temporis æqualia; Actione primâ communicari Vim Ado , secundâ Vim $dope$; iterum Actione primâ communicari Vim $pefq$, & secundâ $fqrq$, & sic ulterius: summa Arearum albarum repræsentat Vim integram, primâ Actione communicatam; & summa nigrarum designat Vim integram, secundâ Actione Corpori impressam. Cum per Tempora æqualia Actiones egerint, Vires hæ, nempe summæ Arearum, sunt ut ipsæ Actiones; in quâ etiam ratione est Area quæcunque alba ad suam vicinam nigram. Si momenta Temporum fuerint infinitè exigua, ut sunt, quando

quando Actiones simul agunt, Areae hæc pro Parallelogrammis haberi possunt, & Parallelogramma vicina eandem habebunt altitudinem; ideoque erunt inter se ut Bases *: ergo Basis albi ad Basim vicini nigri, *ut Actio prima ad secundam*; & in eadem ratione summa Basium Parallelogrammorum alborum ad summam Basium nigrorum; id est, *ita se habet Velocitas, quam communicavit Actio prima, ad Velocitatem, ex secundâ oriundam*. Quæ eadem demonstratio in Acceleratione quacunque Corporis, quando plures Actiones simul hoc propellunt, locum habet.

1149. Si in Corpus motum, Actio detur juxta directionem diversam à directione Motûs primi, mutationem in directione dari superius vidimus *; &, quæ Velocitates in hisce casibus spectant, examinavimus *; de Viribus nunc agendum. Moveatur Corpus per AD, Celeritate quam hac Lineâ designamus; & Vis nova hoc pellat per AE, Celeritate quam hac aliâ Lineâ designamus; Corpus duabus Celeritatibus latum, mo-

1151. vetur per AB *. *Non tamen in omnibus casibus, Impressionem æquali, æqualis communicatur Velocitas lateralis*. Ponimus AB & AE, in tribus hisce Figuris, respectivè æquales: in Fig. 3. Motus secundus, pro parte cum Motu primo conspirat; ita ut in hoc Motu contineatur acceleratio Motûs per AD. Eodem modo retardatio Velocitatis per AD continetur in Motu per AE in Fig. 4. Idcirco Impressiones, quibus Corpora per AE pelluntur, ut Velocitatem hac Lineâ designatam Corporibus singulis communicent, non sunt æquales inter se *, neque Impressioni, quâ Corpori quiescenti hæc posset communicari Velocitas *.

In

In solo casu Fig. 2., in quo Angulus EAD est re-
ctus, Motus lateralis neque conspirat, neque contra-
riè agit, cum Motu per AD; & Impressio, quâ Cor-
pus movetur, in Corpus agit, quasi quiesceret: idcir-
cò, in hoc casu, Vis Corpori communicata propor-
tionalis est Quadrato suæ Velocitatis *; & cùm Impres-
sio, quâ Motus, in hoc casu, mutatur, nihil commu-
ne habeat cum Motu primo, non potest hæc Vim pri-
mam, in directione AD agentem, minuere: ergo Vis
integra, quâ Corpus nunc gaudet, proportionalis est
ambobus Quadratis Linearum AD & AE, quod con-
gruit cum demonstratis, nam fertur Corpus Celeritate
AB *, cujus Quadratum valet memorata duo Qua-
drata *.

Ex his Virium mensura, si hæc ignota esset, detegi
posset. Corpori, quod habet Vim, quæ respondet Ce-
leritati AD, communicatur Vis, quæ Velocitati AE
respondet; quæ cùm Corpori communicetur, quasi
quiesceret, Vim primam mutare non potest; valet i-
dèd Corporis Vis integra summam harum Virium, dum
ipsius Velocitas est AB; ergò Vis quæ huic respon-
det Velocitati, memoratæ summæ æqualis est. Quod
fieri non poterit in omni casu, nisi Quadratis Veloci-
tatum Vires proportionales sint *.

Deducimus ex his non interesse; neque respectu Im-
pressionum, quibus Corpus agitur, neque respectu
Virium, neque Velocitatum, utrum Corpus per AB
feratur Celeritate AB, an per AD & AE. Celerita-
tibus hisce Lineis proportionalibus, quæ inter se An-
gulum rectum continent. Quare Motus per AB, juxta
directionem ut AD, nil continet præter Motum Velocitate AD.

Si

De

1151.

* 752.

* 360.

* 47. El. I.

1152.

* 47. El. VI

1153.

TAB.
XXXVIII;
Fig. 2.

1154.

1155. Deducimus etiam *Motum Corporis* resolvi posse in duos alios, innumeris modis; quod fiet, si *Linea*, in *directione Motus* dati posita, & *longitudine Celeritatem* designans, sit *Hypotenusa Trianguli Rectanguli*; nam *hujus reliqua duo Latera* situ *Motuum* quæstorum *directiones* dabunt, & *longitudinibus suis respectivè Velocitates* horum expriment: eruntque *Vires*, juxta *has directiones*, *Quadratis Velocitatum* proportionales.

1156. Ut nunc determinemus, quâ *Vi* *Corpus* per *AE* sit agitandum, ut ei communicetur *Celeritas AE*, in casu in quo *Motus* hic cum primo *Motu* pro parte conspirat; *Motum* per *AE* in duos resolvo * per *Af* & *Ag*, *Angulum rectum* continentès, & ducitur *Eg* parallela *Af*. Per *Af* tantum *Corpori* *Vis* communicanda est, quâ *Corpus*, si quievisset, hac *Celeritate* potuisset ferri, & quæ proportionalis est *Quadrato Af* *; per *Ag* autem *Vis* communicanda est, quâ *Celeritas AD* quantitate *Ag* augeatur, id est, fiat *Ab*; quæ *Vis* proportionalis est *differentiæ Quadratorum Ab, AD* *. Hæ *Vires* simul communicandæ erunt juxta *AE*, ut *Corpus* hac *Celeritate* possit ferri; & *Vis* integra *Corporis* proportionalis erit *Quadrato Lineæ AD*, *differentiæ Quadratorum Linearum Ab & AD*, & *Quadrato Af*; primis duobus ex hisce tribus quantitatibus in unam summam collectis, habemus *Quadratum Lineæ Ab*; cui si addatur *Quadratum Lineæ Af*, aut *bB*, habemus *Quadratum Lineæ AB*; cui proportionalem esse *Vim* *Corpori* insitam, ex ante demonstratis sequitur *; cum constet, *Corpus* *Celeritate AB* fer-

1157. Si *Motum* per *AE*, eodem modo, in duos resolvamus

TAB.
XXXVIII.
Fig. 4.

vamus per Af & Ag *; Motu hoc secundo retardatur Motus per AD ; unde sequitur, ut Corpus per AE , Celeritate hac Lineâ designatâ, feratur, illi communicandam esse Vim, quæ proportionalis sit Quadrato Af , & Impressionem, quâ agitur, ulterius tantum valere debere, ut quantitate Ag possit minuere Velocitatem AD : in hoc casu, Corpus juxta directionem AD tantum superstitem habebit Vim proportionalem Quadrato Ab *, cui si addatur Vis proportionalis Quadrato Af *, habemus Vim proportionalem Quadrato AB ; quod iterum cum ante demonstratis congruit *.

Propositionem hanc, Vim sequi proportionem Quadrati Velocitatis, non posse referri ad illam, cum quâ alia in eâdem Lineâ agit, facile ex ante demonstratis sequitur *; hac de causâ, ubi Vim in duas resolvimus, hæ Quadratis Velocitatum proportionales non erunt, nisi ambarum directiones Angulum rectum contineant, ne aliter pro parte conspirent, aut contrariè agant *.

Ex quibus deducimus; *Vim resolutam non iterum posse ita resolvi, ut singulæ Quadratis Velocitatum proportionales sint.* Motus per AB resolvitur in duos Motus ejusdem Corporis per AD & AE , & Vires quadratis Velocitatum sunt proportionales; sed si Motus per AE iterum in duos, per AF & AG , Angulum rectum continentes, separetur, non erunt hæ ultimæ Vires quadratis Velocitatum proportionales; & non poterit hîc applicari N. 1155., in quo agitur de Viribus, quæ non modo inter se non conspirant, neque contrariè agunt, sed quæ cum tertiâ nil commune habent. Hîc autem ipse Motus Corporis per AB in tres Motus resolvitur, per AD , AF , & AG ; in quibus AF &

Sf 2

AD

* 369.

* 1147.

* 1151.

* 360. 753.

I 158.

* 1147.

1148.

* 1151.

I 159.

TAB.
XXXVIII.
Fig. 2.

AD pro parte conspirant, AD & AG partim contrariè agunt; & Resolutionem, quæ ad Velocitates potest applicari, cùm demonstratio N. 360. eadem sit, siue Motus in Resolutione conspirent, siue contrariè agant, ad Vires non posse referri, ex ante demonstratis clarum est *.

* 707. 714.

I 160.

TAB.
XXXVIII.
Fig. 3. 4.

In N. 1156. 1157. Motum per AB compositum habemus ex duobus, quorum unum in alios resolvimus, sed ita, ut post Resolutionem omnes Motus darentur in duabus Lineis, Angulum rectum continentibus: quare Motus in singulis Lineis, separatim considerari potuere; quod nunquam fieri potest, ubi Motus varii in pluribus quàm duabus Lineis dantur; tunc enim quidam Motus necessariò pro parte conspirant, aut contrariè agunt; de his nihil demonstravimus, ex eadem tamen theoriâ Virium deduci possunt. Sed hæc non sunt hujus loci; non enim datur unius Vis solutio in tres alias, nisi dentur tres Actiones, quæ separatim determinari non possunt, sed semper simul considerari debent; in Capite autem sequenti videbimus, sæpius unam tantum dari Actionem, ubi Vis resolvitur in duas; quæ ergo separatim considerari, & determinari, possunt.

C A P U T VIII.

De Percussione obliquâ.

DEFINITIO I.

1161.

Angulus dicitur incidentiæ, quem directio Motus Corporis, ad aliud accedentis, efficit cum perpendiculari ad superficiem hujus in puncto, in quo percutitur.

DE.

DEFINITIO 2.

Angulus reflexionis est, quem, cum eâdem perpendiculari, efficit directio Motûs Corporis post Percussionem. 1162.

*Si Corpus Elasticum P in Obicem firmum Elasticum FG incurrat obliquè, juxta directionem Pa, redibit per ap ita, ut Angulus incidentiæ PaB æqualis sit Angulo reflexionis Bap. Motus per Pa, quam longitudine Celeritatem Corporis designare ponimus, potest resolvi in duos, quorum unius directio parallela sit Lineæ Ba, alterius huic perpendicularis; & Corpus in Obicem incurret in a, quasi Celeritatibus Ca, Ba, & juxta hæc directiones, ad hunc accederet *. Motus per Ca Ictu non mutatur, & Celeritate aE Corpus Motum continuat, positis Ca & aE æqualibus; Motu per Ba directè in Obstaculum incurrit, & per eandem Lineam, eâ quâ accessit Celeritate, redit *, id est per aB; hisce autem duobus Motibus agitatum Corpus redit per ap, diagonalem Rectanguli Lineis aE, aB, formati *: Triangula verò BP a, Bap esse æqualia liquet; unde constat propositum. Simili methodo detegimus Motus Corporum obliquè in se mutuo impactorum.*

*Corpus Q quiescit; Corpus P, directione & Celeritate PA, in illud impingitur. Per centra amborum Corporum, cum P in A pervenerit, ducatur Linea DB, & ad illam perpendicularis PB, & absolvatur Parallelogrammum ABPC; Motus per PA resolvitur in duos alios, per PB & PC, aut BA, CA *. Motu per CA Corpus P non agit in Corpus Q; Actio ergo oritur ex solo Motu per BA, id est, Corpus P, Impactu obliquo per PA, Celeritate PA, in Corpus Q agit, eodem modo ac si directè in illud incurreret per BA,*

Sf 3

Cele-

1163.
TAB.
XXXVIII.
Fig. 5.

* 1155.

* 1086.

* 360.

1164.
TAB.
XXXVIII.
Fig. 6 7.

* 1155.

1165.

Celeritate BA. Quare Motus Corporis Q ex illâ Actione, siue Corpora sint Elastica, siue non, determinatur ex iis, quæ de Impactu directo dicta sunt.

1166. Motus Corporis P post Impactum ex iisdem principiis deducitur. Motus per CA non mutatur; ergo Motu illo, æquali Celeritate, Corpus P fertur, directione AE; sit idcò AE æqualis CA. Mutatio in Motu BA determinatur respectu Corporis P, eodem modo ac Motus Corporis Q, ex iis, quæ de Collisione directâ explicata sunt. Sit Celeritas post Impactum AD, in Fig. 6., quando Corpus progreditur, & in Fig. 7., quando regreditur. Ex hoc Motu, & Motu per AE, oritur Motus compositus per diagonalem Ap, quæ situ, & longitudine, directionem, & Celeritatem, Corporis P post Impactum denotat *.

1167. *Quando Corpora sunt æqualia, & Elastica*, totus Motus per BA Percussione destruitur *, & solus Motus per CA superest; quâ directione tunc etiam fertur Corpus P. In hoc casu semper, post Impulsum, Corpora ambo, *quocumque modo Corpus P ad aliud accedat, separantur directionibus, Angulum rectum continentibus.*

MACHINA,

Quâ Experimenta quædam de Collisione obliquâ, & compositâ, instituuntur.

1168. Duo Plana lignea CDE, CDE, quorum latera CD, CD, sunt longitudinis circiter trium pedum cum semisse, & latera DE, DE, unius pedis cum semisse, verticaliter posita, Verticulis A & B juncta, disponuntur ita, ut Angulum quemcumque efficiant.

Experimenta in hac Machinâ, Globis eburneis diametri unius Pollicis cum semisse, instituuntur.

Plana

Plana ita conjunguntur, ut si hisce alia parallela, ad distantiam, quæ paululum semidiametrum Globorum excedit, concipiantur, horum intersectio sit ipse Axis circumvolutionis: quod præstatur si Verticuli adhibeantur ut G (Fig. 2.), quorum partes b, b , ad majorem firmitatem, ligno inseruntur.

In Centro Verticuli superioris A , huic conjungitur Cylindrus parvus a , (Fig. 2.), in cujus basi foramen datur, quod cum alio laterali conjungitur ita, ut per ambo transeat Filum ib , quo Globus P suspenditur, & quod Paxillo annectitur.

Ope Cochlearum F, F, F, F, F , Machina in situ verticali disponitur ita, ut Filum hi cum Axe Machinæ coincidat.

In m, m , Clavi duo Planis memoratis inseruntur; his Globi Q, Q , suspenduntur, ad talem distantiam à Planis, ut unumquodque illud, cui applicatur, ferè tangat; id est, ut Linea, quæ concipitur per Centra Globorum P & Q , huic Plano sit Parallela; requiritur ulterius, ut hi Globi, ad eandem altitudinem positi, sese mutuò tangant.

Fila, quibus Globi Q & Q suspenduntur, trajiciunt foramina in prædictis Clavis, & Paxillis l & l annectuntur, ut commodè elevari, deprimique, & omnium Globorum Centra in eodem Plano, ad Horizontem Parallelo, disponi possint. Regula ænea R , ita inflexa, ut juxta illam Globus P in suo Motu adscendat, convertitur circa extremitatum alteram, & Centrum Motûs cum Axe Machinæ coincidit. Inservit ad notandam viam Globi P , & altitudinem ad quam adscendit.

Globus

Globus uterque Q juxta Planum, cui applicatur, demittitur; & altitudo, à quâ demittitur, notatur Indice Plano infixio; ad quod in utroque Plano foramina quatuor dantur, quæ Angulos æquales, respectu Motûs filorum, indicant.

Quando Globus Q à certâ altitudine demittitur, in Globum P impingitur; illumque secundum eandem directionem propellit.

EXPERIMENTUM I.

116). Exhibetur hîc Horizontalis sectio hujus Machinæ, cui suspenduntur Globus P, & unus ex Globis Q; Planis ad Angulum rectum dispositis, quâcunque directione, & à quâcunque altitudine cadendo, Corpus P impingatur in Corpus Q, post Impactum Corpora directiones Planorum sequuntur.

1170. Ex iisdem Principiis, ex quibus Motus Corporum deducimus, quando unum quiescit, quoque determinamus Motus duorum Corporum post Percussionem, quando ambo moventur, quomodocumque in se mutuò ferantur. Casus præcipui representantur in Tab. XXXVIII, & omnes eodem modo resolvuntur.

1171. Corpus P moveatur directione, & Celeritate, P A; Corpus Q directione & Celeritate Q a; ducatur Linea B b, transiens per amborum Corporum Centra, ubi sese mutuò tangunt; ad hanc sint C A & c a perpendiculares, & absolvantur Parallelogramma P B A C & Q b a c. Motus Corporis P resolvitur in duos alios, quorum Celeritates, & directiones, designant C A, B A. Motus, in quos resolvitur Motus Corporis Q, designantur per c a, b a *. Motibus, per C A & c a, Corpora non agunt in se mutuò; non mutantur ergò
hi

hi Motus, & post Occursum designantur per AE & ae ,
 ipsis CA & ca æquales. Percussio ex Motibus per
 Lineas BA , ba , est directa, & determinatur in Ca-
 pitibus IV, & VI. Sit Corporis P Motus D versus, &
 ejus Celeritas AD ; Corporis Q Motus d versus, & ejus
 Celeritas ad ; post Occursum ergo Motus Corporis P
 componitur ex Motibus per AE & AD , & movetur
 per diagonalem Ap . Corporis Q Motus post Impactum
 componitur ex Motibus per ae & ad , & Corpus hoc
 fertur per diagonalem aq ; & longitudines illarum dia-
 gonalium Celeritates Corporum post Occursum deno-
 tant *. In Fig. 8, 9, & 10, Corpora non elastica ponun-
 tur. Fig. 11, 12, & 13, eosdem casus, datis Corporibus
 Elasticis, repræsentant. In Fig. 8. litteræ quædam de-
 ficiunt; quia puncta, ipsis designata, cum aliis coinci-
 dunt. * 360.

Hac Methodo obliquas Impactiones ad directas re-
 ducimus in Lineâ, in quâ si Corpora agitata forent, re-
 vera directe concurrerent; in hac Lineâ Velocitatum mu-
 tationes sunt inversæ ut Massæ *, non mutatis Velocitatibus
 lateralibus. Hoc nunc demonstravimus in casu pecu-
 liari, in quo directiones motuum lateralium cum dictâ
 Lineâ angulum efficiunt rectum. 1172.

Estque Universalis hæc Propositio, quomodocunque
 Resolutio Motuum fiat, si modò ambo ad dictam Li-
 neam reducantur. * 987.

Sint duorum Corporum in C concurrentium dire-
 ctiones AC , BC ; Ff Linea in quâ Percussio dire-
 cta est; AL , BM ad hanc perpendiculares; habemus
 nunc Motuum Resolutionem Rectangulam; primi in
 AL & LC , secundi in BM , & MC , ut in N . 1173.

T t

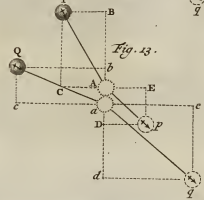
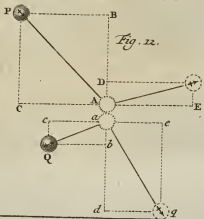
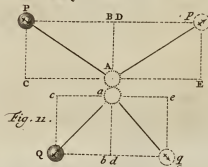
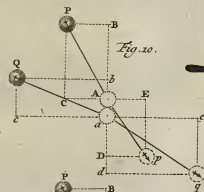
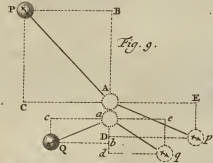
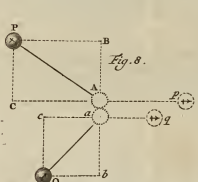
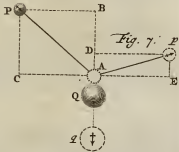
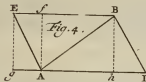
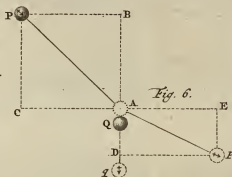
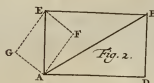
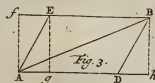
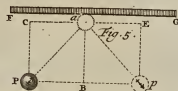
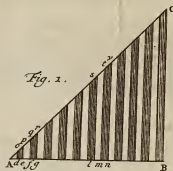
Moti-

1173.
 TAB. XL.
 Fig 1.

Motibus LC, MC, Corpora directè concurrunt, & positis LC, Cl, æqualibus, ut & MC, Cm, si dividatur m in O ita, ut m O se habeat ad Ol, ut Massa A ad Massam B, erit CO Velocitas communis ^{*987.} ambobus Corporibus post Ictum *. In O erectâ ad Ff perpendiculari, fiant, Ob æqualis BM, & Oa æqualis LA; habemus Ca, directionem, & Velocitatem, Corporis A, post percussionem, designantem; & Cb eadem pro Corpore B exhibentem ^{*1171.} *.

^{1174.} *Quando Corpora non sunt Elastica*, de quibus hic agitur, hæc non separantur post Percussionem, relatis Motibus ad Lineam in quâ Percussio est directâ; id est, versantur continuè, dum in Motu perseverant, in eâdem perpendiculari, ad hanc ipsam Lineam, in quâ Percussio directâ est.

^{1175.} Redeamus nunc ad primos Motus per AC, BC, quorum Velocitates hæ Lineæ exprimunt; resolvimus hos ad libitum, in Motus per AF, FC, & BG, GC, ita ut, pro utroque Corpore, unus ex Motibus detur in Lineâ Ff, in quâ Percussio directâ est. Hoc nobis nunc demonstrandum est; Laterales Velocitates AF, BG, servari, mutatis directis FC, GC, in ratione inversâ Massarum Corporum A & B. Fiat Motuum Resolutio post Percussionem; Motus per Ca, ductâ AI parallelâ ad AF, resolvitur in Motus per Cl & Ia; & ductâ bH, parallelâ ipsi BG, Motus per Cb resolvitur in duos per CH & Hb. Triangula aIO & ALF sunt æquiangula, quia latera sunt respectivè parallela; latera autem aO, AL, fecimus æqualia ^{*34. El. I.} *; ergò quoque æqualia sunt Ia, AF ^{*26. El. I.} *. Eodem modo demonstramus æquales esse Velocitates, quæ Lineis BG, Hb, repræsentantur; & utrumque Corpus suam servare



servare lateralem Velocitatem manifestum est.

Ponamus Cf æqualem FC ; & Cg æqualem GC :
Velocitates in Lineâ Ff , ante Percussionem erant Cg ,
 Cf ; post Percussionem sunt CH , CI ; mutationes er-
gò sunt gH , If , quas dicimus esse inversè ut Massas,
id est, directè ut A ad B . Propter æquales FC , Cf ,
ut & LC , CI , sunt æquales FL , If . In Triangulis
 AFL , aOI , æquiangulis & æqualibus, sunt æqualia
latera FL , OI ; ergò sunt æquales If , OI ; sublatâ
(aut additâ si Figura exigat) communi II , æquales
superfunt OI , If . Eodem modo demonstramus æ-
quales esse mO , gH . Sed mO ad OI , ut A ad B ;
ergò quoque gH ad If in eâdem ratione A ad B . Quod
demonstrandum erat.

L I B E R II.

Pars III. De Collisione Compositâ.

C A P U T IX.

De Collisione duplici.

DEFINITIO.

Compositam dicimus Collisionem quando plures Ictus, re- 1176.
spectu ejusdem Corporis, eodem Tempore, locum habent.

Contingit hæc, ubi plura dantur quàm duo Corpora
concurrentia; aut ubi Corpus unum in plura plana,
eodem Tempore, incurrit.

In hoc Capite quædam examinabo circa Impactionem Corporis in duo Plana, & circa Collisionem trium Corporum, in casibus in quibus duæ tantum dantur Impactiones; de tribus Collisionibus postea dicam.

1177.
TAB XLI.
Fig. 1.2.

Corpus P, Velocitate AP, incurrit in Angulum GCF, juxta directionem AP; determinandum quæ Actione in utrumque Planum GC & FC incurrit.

Notandum Corpus, integram suam amittere Vim; ponimus enim Obstaculum fixum.

Ductis AB & AD, quæ cum CG & CF Angulos efficiunt rectos; sint PE & PH ad has respectivè parallele.

Si nunc concipiamus Corpus P, eodem Tempore ferri per AE & AH, Velocitatibus hisce Lineis proportionalibus, revera movebitur per AP, Velocitate AP*; ideò possumus considerare Corpus, dum pergit ad P, agitari Velocitatibus HP & EP, & juxta hasce directiones in Plana CG, CF, incurrere directè; ita ut quæstio eò reducatur, quibus Viribus Corpus, eodem Tempore, per AE & AH agere possit?

Si Angulus FCG esset rectus, & rectus esset Angulus EAH; idcirco Motus hi neque contrariè agerent, neque ad eandem partem tenderent; & Quadratis Velocitatum AE, & AH, Actiones proportionales essent*.

Ubi autem Angulus, quem Plana continent, est acutus, aut obtusus; ut in hisce Figuris, ducendæ sunt ad AP perpendiculares EL, HI. In Motu per AE continetur Motus per AP, Velocitate AL; in Motu per AH continetur Motus per AP, Velocitate AI; & nil præterea, ex Motu per AP, in his Motibus continetur.

inetur, propter Angulos rectos ALE, & AIH *; ita * 1154.
 ut non interfit, quantum ad Motum Corporis, utrum,
 eodem Tempore, moveatur per AH & AE, Velo-
 citatibus hisce Lineis proportionalibus; an in Lineâ
 AP moveatur, Velocitatibus AI & AL. In utro-
 que casu revera movetur Corpus per AP, Velocitate
 AP; quæ ergo valet ambas Velocitates AL, AI,
 quod & aliunde constat: Nam AL & IP sunt æqua-
 les propter Triangula similia & æqualia AEL, HIP
 habentia latera respectivè parallela, quorum AE &
 HP sunt æqualia *.

* 34. III. E.

Jam cum Motus per AL contineatur in Motu per
 AE, quo agit in Planum GC; & Motus per AI con-
 tineatur in Motu per AH, quo in aliud Planum Cor-
 pus agit; sequitur Actiones in Plana esse Vires, quibus
 Corpus, eodem Tempore, fertur Velocitatibus AL &
 AI: Vires verò hæ sunt ut ipsæ Velocitates *; & in- * 1148.
 tegra Vis Corporis, quæ Quadrato Velocitatis AP
 proportionalis est *, secari debet in duas partes, quæ * 753.
 sint inter se ut AL & AI; partes hæ sunt Rectangu-
 la AP per AL, & AP per AI.

Si, posito Angulo GCF obtuso, directio Motûs
 AP cum Crure uno, ut CF, Angulum etiam efficiat
 obtusum in hoc ultimum Planum tantum Actionem exfe-
 rit Corpus, proportionalem Quadrato Lineæ AD, per-
 pendiculari, ad FC, & Ictu non integram amittit Vim;
 sed per CF Motum post impactionem continuat, Ve-
 locitate Lineæ DC proportionali.

1178.
 TAB. XLII.
 Fig. 3.

Hæc ex Resolutione Motûs * sequuntur; nam aliun- * 1155.
 de demonstramus in Planum GC nullam dari Actionem.

In casu Fig. 2. ubi Angulus, quem AP cum CF
 efficit,

efficit, est acutus, Actio in Planum GC minuitur, aucto Angulo hoc; si hic rectus sit, ut in Fig. 3. datâ Corporis directione aP , Parallelogrammi $AEPH$ diagonalis AP coincidit cum latere AH , & latera AE & AL evanescunt, & cum hisce Actio in Planum

* 1177. GC etiam tollitur*; quæ ergo, auctâ inclinatione viæ Corporis respectu hujus Plani, etiam nulla erit.

In determinandis quæ spectant directam Collisionem trium Corporum, in eâdem Lineâ motorum, illi simili utimur methodo, quam circa duorum Corporum Collisionem in Cap. iv. adhibuimus. Ubi tria dantur Corpora, duæ dantur Velocitates respectivæ, à quibus pend-

* 943. dent Actiones Corporum in se mutuò*, & partium introcessionem, quæ, manentibus Corporibus, & hisce duabus Velocitatibus, eadem semper est; ideoque & Vis

* 934 936. Ictu destructa*.

1180. Quando Corpora post Ictum quiescunt, summa Virium est, datis Velocitatibus respectivis, omnium minima; si enim summa minor daretur, minor Vis Ictu destrueretur, quod

* 960. fieri non potest*.

1181. Demonstramus autem in Scholio 1. hujus Cap. Vm, datis Velocitatibus respectivis, esse omnium minimam, si motis duobus Corporibus unam partem versus, aliud in contrariam partem ita feratur, ut hujus Massæ productum per suam Velocitatem valeat summam productorum Massarum reliquorum duorum, singularum multiplicatarum per suas Velocitates.

In hoc autem casu Corpora post Ictum quiescere, & ideo summam Virium esse omnium minimam, etiam deducimus ex demonstratis circa Collisionem Corporum duorum, ad quam trium Corporum Collisionem referimus.

Sint

Sint Corpora tria A, B, C; Velocitas primi *fb*; 1182.
 secundi *gi*; tertii *li*. Ponimus producta A per *fb*, & TAB.XLI.
 B per *gi*, simul sumta, valere productum C per *li*. Fig. 4.

Concipiamus Corpus C in duas partes resolvi D & TAB.XLI.
 E ita, ut D per *li* valeat A per *fb*, & E per *li* æ- Fig. 5.
 quale sit B per *gi*; id est, sit D ad E, ut A per *fb*
 ad B per *gi*. In hoc casu A ad D, ut *li* ad *fb* *; & *16.ELVL.
 Corpora hæc concurrentia post Ictum quiescunt *: *961.
 quiescunt etiam B & E *; quia B ad E, ut *li* ad *gi*. *962.
 Hæc autem quatuor Corpora à tribus datis, memora-
 tis Velocitatibus agitatibus, non differunt.

Vis in Ictu quocumque amissa, datis Velocitatibus
 respectivis, valet summam Virium, in casu in quo Cor- * 1179
 pora quiescunt *: hæc autem summa, solis datis Velo-
 citatibus respectivis exprimi potest; & , ut in Scholio 1.
 demonstramus, in omni Concursu directo trium Corporum, 1183.
Vis amissa proportionem sequitur summæ trium productorum,
quæ efficiuntur, multiplicatis duabus Massis in se mutuo, &
per Quadratum Velocitatis respectivæ harum ipsarum, divisâ
summâ hac per summam trium Massarum.

Datis Corporibus A, B, & C; 1. multiplicari debet
 Massa A per Massam B, & productum hoc per Quadra-
 tum Velocitatis respectivæ A & B; 2. productum Mas-
 sæ A per Massam C multiplicandum est per Quadratum
 Velocitatis respectivæ horum Corporum; 3. tandem
 ductis Massis B & C in se invicem, productum multi-
 plicari debet per Quadratum Velocitatis respectivæ ho-
 rum Corporum; summa verò trium horum producto-
 rum dividenda est per summam Massarum, & habebi-
 mus Vim Ictu amissam.

Si non fuerint Elastica tria Corpora, de talibus enim agi- 1184.
 mus,

- ^{939.} mus, *post Ictum eâdem Velocitate feruntur **, & hæc est Velocitas, quam Navis haberet, in quâ Corpora juxta Legem in N. 1181. indicatam agitata forent; quia post Ictum in Nave Corpora quiescerent, translatis ipsis eâdem cum Nave Velocitate. Navis *Velocitatem* in Scholio 1. *detegimus*, & habetur, *multiplicando singulorum Corporum Massas per suas Velocitates, & dividendo per summam Massarum summam productorum, si tria Corpora ad eandem partem tendant; sin minus, Motuum contrariorum producta à se invicem subtrahi debent.*
1185. Videmus quæ spectant trium Corporum Collisionem, in multis cum iis, quæ de duobus Corporibus demonstrata sunt, convenire, quod etiam referri potest ad demonstrata de mutationibus Velocitatum in ratione
- ^{987.} inversâ massarum *. Nam ut in Scholio 1. demonstramus; *Mutationes Velocitatum duorum Corporum, oriundæ ex Actione mutuâ horum Corporum in Collisione, sunt inversæ ut Corporum Massæ, licet & aliâ Actione, eodem Tempore, unus Motus mutetur.*
1187. Si nunc concipiamus Corpora perfectè Elastica, hæc in Nave memoratâ, solâ Elasterii Actione moventur, & à se invicem recedunt iisdem Celeritatibus, & Viribus, quibus ad se invicem accessere; in hoc enim casu singula Elasteria, quæ, dum relaxantur, Vires generant æquales illis, quibus fuere flexa *, desideratam, ut hunc præstent Effectum, patiuntur Resistentiam, æqualem nempe illi, quam in inflexione passa sunt; nam eodem modo Corpus resistit, dum certam
- ^{713.} amittit Vim, & dum eandem acquirit *.
1188. Unde generalem hanc deducimus conclusionem, *mutationem Velocitatis, in Impactione Corporum Elasticorum quorum-*

rumcumque, respectu singulorum duplam esse illius, quæ in eodem Incurfu, datis Corporibus non Elasticis, locum haberet: idèd Regulæ N. 1110. 1111. & hîc applicari possunt.

In demonstratione hac ponimus Actione mutuâ duorum Corporum, ut A & B , Elasticas horum Corporum partes tantum intropremi; id est, illud tantum flecti Elasterium, quod datur inter hæc Corpora, ubi in a , b , concurrunt; nullamque hujus Actionis partem transferri ad inflectendas partes Elasticas inter b & c .

Hæc sic sese revera habere, sequi videtur ex subitâ admodum partium Elasticarum inflexione, & instauratione, quam superius demonstravimus*.

Si autem concipiamus partes lentius intropremi, ut intropremuntur partes Corporum mollium, non separantur Corpora Elastica, ut ad se mutuò accessere, & difficilior est Motûs determinatio.

In Concurfu enim trium Corporum mollium A , B , & C , eodem momento ad se mutuò accedentium, introcessioniones sunt æquales inter a & b , & inter b & c ; licet Actiones sint inæquales: nam dum C agit in B , si hæc Actio Actionem superet, quam A in B , ad partem oppositam, exferit, non modo c intropremit partes inter b & c , sed & premit b ita, ut augeatur Actio inter b & a ; quare, Actione mutuâ Corporum c & b , non modò partes inter hæc Corpora intropremuntur, sed & augetur introcessio partium inter a & c ; & hæc Actio dispergitur ita, ut b , quod inter a & c quiescit, æqualiter ab utraque parte prematur; quare, ab utraque parte, introcessioniones, si æquè facîle partes introcedant, æquales sunt; summa verò Cavitationum ambarum sequi-

1189.
TAB XLII.
Fig. 4.

* 1127.
1128.

1190.

*841. 934. tur proportionem Vis destructæ in his efficiendis *.

EXPERIMENTUM I.

1191.

TAB.
XXVII.
Fig. 11.

Utimur in hoc Experimento Pyxide cylindricâ O, cujus longitudo est duorum Pollicum cum quartâ parte, quæ in utraque extremitate excavata est, ad profunditatem quæ Pollicem dimidiatum superat. Cava hæc replentur Argillâ, ut in Experimentis aliis vidimus *. Uncis quatuor suspenditur Cylindrus hic, quorum v, v , ab unâ extremitate removentur, quantum V, V , ab aliâ distant; distantia autem inter v , & respondentem V , est Sesqui-pollicis.

*939. 969.

TAB.
XXVII.
Fig. 1.
*760.

Adhibenda nunc est Machina, quâ sæpius usi fuimus *, dictamque Pyxidem in medio suspendimus, junctis Uncis mediis, g, f , ut & h, i ; ita ut distantia inter hos sit Sesqui-pollicis *.

*764. 765.

Unci sequentes hisce admoventur ita, ut Lamellæ superiores convenient; reliqui ab his removentur, ut distantia inter Uncos sit trium Pollicum; quod commodè præstari poterit, si longitudo Regularum bb & dd ita determinata sit, ut hæc inter Uncos detur distantia, quando ultimi Tubuli, quibus Unci adhærent, à medio Regulæ, quantum possunt, removentur; ut in Figurâ exhibemus.

TAB. XL.
Fig. 2.

TAB. XL.
Fig. 3.
*769.

*738. 771.

Suspendimus nunc ad latera Pyxidis Rectangula duo *, quibus sæpius in Experimentis usi jam fuimus; & ipsi jungimus Conos similes b, b *, quorum unum in Experimentis, 2. 7. 8. &c. Cap. 111. hujus Libri, adhibuimus. Talis autem est Uncorum in Machinâ dispositio, ut, reductis filis ad debitam longitudinem, Corpora, quando quiescunt, in eâdem Lineâ horizontali sint disposita, & Conorum vertex Argillam tangent,

gant, in centrīs bāsiū Cylindri, ipsā continentis. Velocitates mēsuramus, ut in aliis Experimentis similibus fecimus.

Sint nunc Massa R duo, Massa S novem; ambo Corpora eodem momento demittuntur ita, ut simul, hoc duobus gradibus Velocitatis, illud Velocitate novem, incurrant in Corpus quiescens O; post Ictum quiescent quoque, ut in Experimento 4^{to}. Cap. iv. hujus Libri *: Cavitates autem erunt æquales inter se, & simul valebunt Cavitationem, quam in memorato Experimento habuimus, si eandem adhibeamus Argillam; ut mēsuratis Cavitatibus detegitur, & ex Experimento sequenti facile deducitur.

Vis, in dicto Experimento *, destructa est 198 *; eadem & hīc destructa est; ergo singulæ Cavitates valent 99 *: quod & sequenti Experimento demonstramus.

EXPERIMENTUM 2.

Planis factis iterum Argillæ superficiebus in Corpore O, sint Massæ singulæ R, & S, quatuor; demissis his, eodem momento, ut Velocitatibus æqualibus, quæ parum admodum deficient à 5, in Corpus O incurrant, quiescent Corpora; & Cavitates, quæ singulæ effectæ sunt destructione Vis, quæ paululum deficit à $4 \times 5 \times 5 = 100$ *, ideoque valet 99, sunt æquales inter se, & illis, quas in præcedenti Experimento habuimus.

Si nunc concipiamus partes Elasticas flecti, ut memoratorum Corporum mollium partes introcedunt, inflexio inter a & b æqualis erit illi, quæ datur inter b & c; & consideranda sunt Corpora quasi separatâ Actione Elastriorum

1192.

* 969.

* 969.
* 979.

* 841.

1193.
TAB. XL.
Fig. 4.

* 757.

1194.
TAB. XLI.
Fig. 4.

duorum, æquè potentium, inter hæc positorum. Quomodo, in hoc casu separatio determinetur in Scholio 2. videbimus.

1195. In Collisione directâ trium Corporum, datis omnibus Motibus in eâdem directione, casus dari potest diversus ab illo, quem hûc usque examinavimus; si enim unum Corpus sit perforatum, duo Corpora simul, quorum unum per alterum penetrat, eodem momento in tertium agere poterunt.

Ut determinemus quid in hoc casu contingere debeat, pro tribus quatuor Corpora ponam; sed ita determinata, & agitata, ut Motus omninò conveniat cum ipso proposito; casum quoque simplicem seligam.

1196. Sit C Corpus in quod alia agunt; hoc quiescere ponimus; Corpus A in hoc incurrit directè, Velocitate quacunque; duo Corpora B, B, æqualia, æqualibus Velocitatibus, diversis à primâ, ita incurrunt, ut Actiones simul pro directâ haberi possint. Superficies Corporis C plana est; Corpora A, & B, B, Cylindricè terminantur, & extremitates sunt Cylindri recti, & juxta horum Axium directiones moventur Corpora.

TAB.
XLII.
Fig. 1.

Tria hæc Corpora eodem momento accedunt ad C in *a, b, b*; Actionesque eodem momento inchoantur. In casu autem hujus Figuræ, Velocitas Corporum B, B, quæ minuitur, dum ex omnibus Actionibus continuò augetur Velocitas Corporis C, ad æqualitatem reducitur cum hac ultimâ Velocitate, eo Tempore, quo Velocitas Corporis A hanc, communem Corporibus C, & B, B, Velocitatem, superat. Hoc momento cessat Actio Corporum B, B, & horum Velocitas non amplius minuitur; sed A continuat Actionem.

nem in C, quo Velocitas hujus adhuc augetur; quare C separatur à B & B; & omnis Actio cessat, ubi Velocitates Corporum C, & A, ad æqualitatem pervenire, quæ hac eâdem Velocitate Motum continuant.

Computatio Velocitatum, in similibus casibus, est paulò intricatior; Constructio Geometrica, quâ easdem determinamus, magis plana est; ipsam hîc dabo, demonstrationis in sequenti Scholio. 3. reperietur.

Ductis Lineis DX, DE, quæ Angulum rectum efficiant; pono, determinato puncto E ad libitum, Lineam DE Corporis A Velocitatem exhibere, & determinatur DF, ut repræsentet Velocitatem Corporum B, B.

I 197.
TAB.
XLII.
Fig. 2.

Ad distantiam ad libitum sumtam, ducitur GO parallela FD; & determinantur puncta O & M, Lineis, per E & F, parallelis ipsi DX.

Sumtâ GH ad libitum, sequentibus proportionibus alia puncta in Lineâ GO determinamus.

GH ad HI, ut Basis Cylindri *d*, quo terminatur Corpus A, ad summam Basium Cylindrorum *e, e* (Fig. 1).

GH ad ON, ut Massâ Corporis A ad Massam Corporis C.

HI ad ML, ut summa Massarum Corporum B, B, ad Massam Corporis C.

Ductis nunc Lineis DH, DI, FLT, ENX, duæ mediæ sese mutuò interfecant in Q; & QP, perpendicularis ad DX, repræsentat Velocitatem communem Corporum B, B, & Corporis C, in momento in quo hæc separantur.

Si PQ sursum continuetur ut secet EX in R, Linea PR Corporis A Velocitatem exhibebit, eodem illo momento.

Vv 3

Du-

Ducuntur tunc QS , parallela DH , & secans EX in S ; ut & SV , parallela ED , aut QP ; & SV indicat Corporum A & C Velocitatem communem, post cessatam omnem Actionem.

1198. Aliquando, Linea EX secat DI inter D & Q , & tunc hæc ipsa EX , intersectione hac suâ cum DI determinat punctum Q .

TAB.
XLII.
Fig. 3.

Sumtâ Gi æquali HI , ducitur Di , cui parallela ducitur QS ; & determinatur punctum S in Lineâ FT . In hoc casu QP repræsentat Velocitatem Corporis A post Impactum, & SV Velocitatem, quâ Corpora B, B , & C , simul in Motu perseverant.

Quomodo duo Corpora, directionibus diversis mota, in tertium eodem momento directè incurrentia, hoc agitent, etiam explicabimus.

1199.
TAB XLII.
Fig. 6. 7.

Dentur Corpora A, B , directè, eodem momento, Velocitatibus quibuscunque, incurrentia in Corpus quiescens C , directionibus AK, BK . Productis hisce directionibus, sint KD Velocitas Corporis A , & KE Corporis B Celeritas; erigantur DF ad KD normalis, & EG cum KE Angulum rectum efficiens; dividatur KD in H ita, ut KH se habeat ad HD , ut Massa Corporis A ad Massam C ; eodem modo dividenda est KE in L , ut KL sit ad LE , ut Massa B ad Massam C . Ductis nunc FH, GL , sese mutuò interfecantibus in N , Linea KN situ directionem, & longitudine Velocitatem, demonstrabit Corporis C post Impactum.

1200. Corpora autem A, B , in Lineis KD, KE , Motum continuant, cum nullâ Actione horum directio mutari possit. Velocitates verò determinantur demis-

sis

sis ex N, ad KD & KE, perpendicularibus NI, NM; estque KI Corporis A, & KM Corporis B, Velocitas post Ictum.

Nulla datur Actio, quâ Corpora A & C, in Ictu directo, cum non sint Elastica, separari possint *; & licet Actione Corporis B moveatur Corpus C, eo quidem minuitur Actio Corporis A, sed non C ab A, juxta directionem KD, separatur; tunc enim C ab Actione ipsius A subduceret; ergò post Ictum A & C eâdem Velocitate moventur juxta directionem KD: idcirco si C percurrat AN Velocitate, quam hac Lineâ exprimimus, movebitur A Velocitate KI; Motus enim per KN, juxta directionem KD, nil continet præter Velocitatem KI *; & Corpus A amittet Velocitatem DI. 1201.
* 931.

Uterius ad hoc debemus attendere, ductis Lineis NO, NP, parallelis KE & KD, Corpus C, Impetu Corporum A & B, eodem Tempore juxta directiones KO & KP propelli, & quidem Velocitatibus hisce Lineis proportionalibus, si per KN, Velocitate KN, moveatur *; mutatio autem Velocitatis Corporis quiescentis C, ex Actione Corporis A, erit KO; ergò KO ad ID, si N ritè sit determinatum, ut Massa A ad Massam C *; id est, ut KH ad HD; quod tantum obtinet si punctum N detur in FH: productâ enim PN donec secet FD in Q, habemus PN ad NQ, ut KH ad HD; sed PN æqualis est KO, & NQ ipsi ID *. Eodem modo demonstramus quæsitum punctum N dari in Lineâ GL; ideoque in intersectione hujus Lineæ cum Lineâ FH. Quod demonstrandum erat. * 360.
* 1186;
* 34. El. 11

1202. Si Corpora sint Elastica, mutationes Velocitatum duplicæ sunt * : ergò si producat, & duplicetur KN , habebimus Motum Corporis C pèr Kn , Velocitate Kn ; & sumtis, Ii ipsi ID , & Mm Lineæ ME , æqualibus, habebimus Ki & Km Corporum A & B Velocitates. *In hoc casu summæ Virium ante & post*
- * 1188. *Istum sunt æquales* *; quod etiam ex hac Velocitatum determinatione sequi, in Scholio 4. demonstrabimus.
1203. Quando Angulus EKG est obtusus, cùm Corporum A & B Motus pro parte contrarii sint, & hîc referri debent, quæ in N. 1189. notata fuere.
1205. In hisce, Velocitatum Mutationes in utraque Collisione æquali Tempore fieri, posuimus; id est, Actiones ambas eodem momento cessare: hoc ita se habet si superficies Corporis C plana sit in locis, in quibus impactio datur, & Corpora A & B terminentur figuris Paraboloidis, de quibus supra diximus *, positis Parabolæ Parametris directè ut A ad B , & inversè ut summa A & C ad summam B & C , ut in Scholio 5. demonstramus.
- * 861.
1206. Si Actionum Tempora sint inæqualia, primum determinandæ sunt Velocitates singulorum Corporum, in momento in quo Actio una cessat, ut vidimus in N. 1196, detectâ quoque directione Corporis C , in hoc momento. Inquirendum tunc in secundam mutationem, ex solâ Actione superstiti oriundam. Determinatio autem momenti, in quo Actio una cessat, inter difficillima Problemata referri debet, si quosdam peculiare casus excipiamus.
1207. Difficile admodum foret demonstrata de duplici Collisione

Visione Experimentis confirmare. Experimenta circa Corpora mollia institui non possunt, quia omnia talia Corpora, quæ à nobis in his adhiberi possent, si omni Elastério destituantur, quod in Experimentis desideratur, post Ictum cohærent inter se; & præterea, quod etiam in Corporibus Elasticis locum habet, nunquam an exactissimè eodem momento ambo Corpora ad tertium accesserint, nisi ex Viâ quam sequitur Corpus C, detegere possumus; quæ Via ergò Experimento determinari nequit. In eo solo casu, in quo Corpora A & B sunt æqualia, & æqualibus Velocitatibus mota, primo intuitu patet, Corpora hæc eodem momento in C impacta fuisse, si hujus Via Angulum DKE in duas partes æquales dividat: de hoc casu sequens institui potest Experimentum.

EXPERIMENTUM 3.

Sectio horizontalis Machinæ, in N. 1168. descriptæ, hîc repræsentatur. Applicatis huic Machinæ tribus Globis Eburneis, in descriptione memoratis, si Corpora Q, Q, eodem momento demittantur ab æqualibus altitudinibus, & formetur Parallelogrammum *abcf*, cujus latera *ab*, *ac*, sunt directiones Corporum Q, Q, continuatæ, & æqualia subtenfis Arcuum, per quos Corpora Q, Q, descendunt; Corpus P, si Angulus QPQ sit acutus, minori adscendit Velocitate, quàm quâ adscendendo posset percurrere Arcum, cujus subtensa memorati Parallelogrammi foret diagonalis.

1208.

TAB.
XXXIX.
Fig. 4. 5.

Posito autem Angulo obtuso, ad majorem adscendit altitudinem, quàm quæ Diagonali Parallelogrammi determinatur.

1209.

X x

Quæ

1210.
TAB. XLI.
Fig. 6. 7.

* 1165.
1171.

Quæ cum Explicatis in N. 1199. 1202. conveniunt. Posuimus in his omnibus, ambo Corpora, quæ in Corpus quiescens impinguntur, in hoc directè impingi; sed si obliquæ impactiones essent, hæ ad directas reducerentur, ut de duobus Corporibus demonstratum *, & sepositis Motibus lateralibus, mutationes ex impactionibus solis directis deducerentur, quasi hisce solis Corpora agitantur; postea Velocitates laterales iterum considerandæ forent, ut in impactionibus duorum Corporum.

1211. Si Corpus C etiam agitatam foret, Problema eodem modo solveretur, considerando Navem, in quâ Corpus hoc quiesceret, & determinando Motus in Nave; quibus datis Motus extra Navem faciliè habentur.

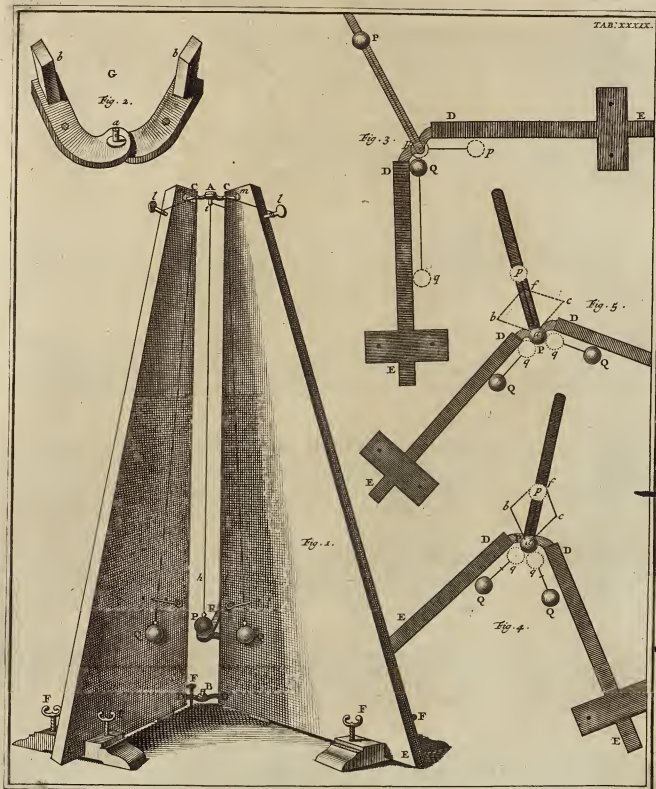
Non magis difficile foret, directam in hisce adhibere solutionem; sed Methodos multiplicare, non magnam haberet utilitatem.

S C H O L I U M I.

Demonstrationes N. 1181. 1183. 1184. 1186.

1212. **D**Entur tria Corpora A, B, C, directè in se mutuò incurrentia; positâ primi Velocitate a , secundi b , tertii c : summa Virium est $Aaa + Bbb + Ccc$ *. Si A & B ad eandem partem, & C in contrariam, tendant, diximus in N. 1181. summam hanc fore, datis Velocitatibus respectivis, omnium minimam, si $Aa + Bb = Cc$; quod ex quiete Corporum post lctum, in N. 1182. demonstratâ, quidem sequitur; sed directè etiam probatur, si Velocitatem quamcunque concipiamus auctam, aut imminutam, quantitate quacunque ut x , & computatio ineatur de summâ Virium.

Sit Ex. Gr. Corporis A Velocitas $a+x$; ut serventur Velocitates respectivæ, movetur B Velocitate $b+x$; & Corporis C Velocitas erit $c-x$. Summa Virium est $Aaa + 2Aax + Axx + Bbb + 2Bbx + Bxx + Ccc - 2Ccx + Cxx$, quæ excedit primam, quantitate $Axx + Bxx + Cxx$, sublati $2Aax + 2Bbx - 2Ccx$, quæ sese mutuò destruunt; cum autem excessus detur quomodocumque



cūque Velocitates mutatas, servatis Velocitatibus respectivis, concipiamus; sequitur summam in casu memorato fuisse minimam.

Iisdem positis, Velocitas respectiva Corporum A & B est $a-b$ *; Corporum A & C est $a+c$ *; & tandem Velocitas respectiva Corporum B & C valet $b+c$ *. Vis amissa, datis hisce Velocitatibus respectivis, valet in omni casu summam Virium in hoc casu peculiari, in quo summa hæc est minima *, & in quo $Aa+Bb=Cc$. Vim hanc amissam diximus æqualem esse.

$AB \times \overline{a-b} + AC \times \overline{a+c} + BC \times \overline{b+c}$ *. Quod ut demonstremus; probandum, quantitatem hanc æqualem esse $Aaa + Bbb + Ccc$; aut

$$AB \overline{a-b} + AC \overline{a+c} + BC \overline{b+c} = Aaa + Bbb + Ccc \times A+B+C.$$

Quia $Aa+Bb=Cc$, etiam $AAaa+2ABab+BBbb=CCcc=ACac+BCbc-2ABab$. Sed multiplicatis $Aaa+Bbb+Ccc$ per $A+B+C$, habemus $AAaa+BAaa+CAaa+ABbb+BBbb+CBbb+ACcc+BCcc+Ccc$, & substituendo pro $AAaa+BBbb+CCcc$ valorem detectum, habemus $Aaa+Bbb+Ccc \times A+B+C = ABaa-2ABab+ABbb+ACaa+2ACac+ACcc+BCbb+2BCbc+BCcc = AB \times \overline{a-b} + AC \times \overline{a+c} + BC \overline{b+c}$. Quod demonstrandum erat.

Sint iterum tria Corpora A, B, C; Velocitas primi m ; secundi n ; & tertii p . Ut Regulam N. 1184. demonstremus, dicimus x Velocitatem Navis ibi memoratæ; & Velocitates Corporum A & B in Nave, si concipiamus hæc ipsa Nave celerius ferri, erunt $m-x$ & $n-x$; C verò, si hoc Nave lentius moveatur, in hac in contrariam partem fertur Velocitate $x-p$. Cum agatur de casu, in quo post Ictum Corpora quiescunt, habemus $Am-Ax+Bn-Bx=Cx-Cp$ *.

Unde deducimus $x = \frac{Am+Bn+Cp}{A+B+C}$. Quod demonstrandum erat.

Si non omnia Corpora ad eandem partem tendant, illorum quæ in contrariam partem feruntur Velocitates sunt negativæ, & producta in Numeratore negativa.

Ponamus, ut in præcedentibus Demonstrationibus, Corpora A, B, & C; & concipiamus hæc ad eandem partem ferri ita, ut in Nave, quæ movetur eâ Velocitate, quâ Corpora post Ictum agitantur, Velocitates Corporum A & B, à puppi ad proram, sint fb , gi , Corporis C Velocitas à prora ad puppim, li . In hoc casu Corpus solum C lentius Nave movetur, & Actione amborum aliorum acceleratur. Cum in Nave Corpora post Ictum quiescant, summa productorum A per fb , & B per gi , valet C per li *.

Diviso C in duas partes D & E, ut supra *, quæ sint inter se, ut A per fb ad B per gi ; si A agat in D, & B in E, etiam Corpora in Nave quiescunt *, id est, considerando Motus absolutos, non attendendo ad Navem, agitatis D & E, ante Ictum, æqualibus Velocitatibus, & æqualiter accelerantur hæc

xxz

Actione

1213;
* 918.
* 919.
* 919.
* 1179.

* 1183;

1214.

* 1180.
1181. 1212;

1215;

1216.
TAB. XLII
Fig. 4.

* 1180.
1181. 1212;
TAB. XLII
Fig. 5.
* 1182.
* 1182.

* 748.
TAB. XL.
Fig. 4.

* 1148.

Actionibus Corporum A & B, quantitate nempe *il*; & Vires iis communicantur, quæ sunt inter se, ut Massæ D & E *; id est, ut producta A per *fb* & B per *gi*. Unde sequitur, in Collisione trium horum Corporum, Actiones Corporum A & B in C, dum simul accelerant Motum hujus Corporis, esse inter se, ut A per *fb* & B per *gi*; in quâ ratione sunt etiam Velocitates, quæ hisce Actionibus Corpori C communicantur *.

Divisâ integrâ Velocitate communicatâ *il* in duas partes *im*, *ml*, quæ sint inter se, ut A per *fb* ad B per *gi*, erit *im* Velocitas communicata Actione Corporis A.

Multiplicando *im* & *ml* per C, quo ratio non mutatur, habemus *im* per C ad *ml* per C, ut A per *fb* ad B per *gi*; unde deducimus *im* per C plus *ml* per C, id est, ad *im* per C, ut A per *fb* plus B per *gi* ad A per *fb*: antecedentia autem sunt aequalia, ergo & consequentia.

Idcirco A ad C, ut *im*, mutatio Velocitatis Corporis C ex Actione Corporis A, ad *fb*, mutationem Velocitatis Corporis A. Id est, mutationes in Velocitatibus horum Corporum, oriundæ ex Actione mutuâ in Collisione, sunt inversæ ut Massæ, ut hoc notavimus in Num. 1186.

SCHOLIUM II.

Investigatio Motus memorati in N. 1194.

1217

C Oncipiamus tria Corpora A, B, C, perfectè Elastica; sit primi Velocitas *m*; secundi *n*; tertii *p*; tendant hæc ad eandem partem: Post Ictum,

* 1184
1214.

ante instauratam Figuram, Velocitas est $\frac{Am+Bn+Cp}{A+B+C}$ *; dicatur hæc *v*.

* 1183.
1213.

Vis Ictu destructa est $\frac{AB \times m - n^2 + AC \times m - p^2 + BC \times n - p^2}{A+B+C}$ *. Sit hæc

æqualis $2Aff + 2Bff + 2Cff$.

Si non omnia Corpora ad eandem partem tenderent, Velocitas post Ictum; & Vis destructa, iisdem Regulis determinari possent.

Sepositis Elasteriis, post Ictum Corpora in Nave, Velocitate *v* motâ, quiescerent; solis ergo Elasteriis in hac post Ictum moventur, & iisdem Velocitatibus in Nave moventur, quibus iisdem Elasteriis Corpora, si revera quiescerent, agitantur; determinatis ergo Motibus in hoc ultimo casu, habebimus Motus in Nave, unde Motus absoluti facilè deducuntur.

1218.

Ponimus igitur Corpora quiescentia A, B, C, & inter hæc Elasteria flexa, Viribus, quibus in Ictu partes fuere compressæ, quæ valent $2Aff + 2Bff + 2Cff$. Cum agatur de casu, in quo inter A & B, & inter B & C, partes æqualiter inflectuntur, Vis, quâ Elasterium utrumque comprimitur, est $Aff + Bff + Cff$; talemque Vim Elasterium, dum sese expandit, Corporibus communicat *.

* 1087.

Elasterium, inter A & B sese expandens, Corpori A communicat Vim

* 1089.

$Bff + Cff$, & in Corpus B Actionem exerit, quæ valet Vim Aff *. Eodem modo

modo Elastrium aliud Corpori C communicat Vim $Aff+Bff$, & in B exferit Aëtionem quæ valet Vim Cff *.

Corpus B premitur ergò duabus Aëtionibus in partes oppositas; si A superet C, magis hoc Corpus versùs premitur Corpus B, Aëtionem quæ valet differentiam Aëtionum Aff & Cff ; de cætero Aëtionem in utramque partem sunt æquales inter se, & valent Cff .

Dum Elastria Aëtionibus æqualibus in se mutuò premunt, utrumque agit quasi Obstaculo immobili insisteret; & integram suam Vim in partem oppositam exferit *; id est, Elastria agunt in Corpora A & C ita, ut singulis, præter memoratas Vires, communicent Vim Cff ; quare Vis Corpori A communicata valet $Bff+2Cff$, & C movetur Vi $Aff+Bff+Cff$, dum B ad partem C pellitur Aëtionem quæ valet $Aff-Cff$.

Sed B non potest moveri, quin eadem Velocitate propellatur Elastrium inter B & C; & ab Elastrio, ita agitato, accipit Corpus C Vim statim memoratam; eodem modo ac in Nave, in quâ Elastrium Obstaculo, quod cedere non posset, insisteret, Aëtionem Elastrii moveretur; id est, Velocitas, quâ Corpus C à B recedit, aut B celerius movetur, illa est, quæ competit Im-

pressioni statim memoratæ; quæ Velocitas est $f\sqrt{\frac{A+B+C}{C}}$ *. Si Corporis

B Velocitas dicatur x , erit $x+f\sqrt{\frac{A+B+C}{C}}$ Velocitas Corporis C. Summa Vi-

rium Corporum A & B, est $Aff+Bff+Cff$ & præterea $Aff-Cff$,

id est, valet summa hæc $2Aff+Bff$; Unde deducimus $Bxx+Cxx+$

$2fx\sqrt{AC+BC+CC}+Aff+Bff+Cff=2Aff+Bff$ *; aut

$xx+2fx\sqrt{AC+BC+CC}=\frac{Aff-Cff}{B+C}$; &

$x=\frac{f\sqrt{AB+2AC}-f\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C}$; additâ Velocitate $f\sqrt{\frac{A+B+C}{C}}$,

quâ C recedit à B, habemus ipsius C Velocitem

$\frac{fC\sqrt{AB+2AC}+fB\sqrt{AC+BC+CC}}{BC+CC}$.

Corporis autem A Velocitas, ex ipsius Vi ante determinata, detegitur; est-

que Velocitas hæc $\frac{f\sqrt{AB+2AC}}{A}$.

Velocitates hæ ex Velocitate v sunt subtrahendæ, aut ipsi sunt addendæ,

prout cum Motu Navis conspirant, aut contrariè agunt.

Si in primo Motu A celerius B feratur, id est, m superet n , Velocitas Cor-

poris A, post Ictum, erit $v-\frac{f\sqrt{AB+2AC}}{A}$; reliquæ Velocitates detectæ

Corporum B & C ipsi \varnothing addendæ sunt.

In Scholio 2. Capitis sequentis demonstrabimus summam Virium post Ictum æqualem esse $Amm+Bnn+Cpp$; quod cum ante demonstratis congruit *.

Demonstratio N. 1197.

1220.

TAB.

XLII.

Fig. 2.

* 1014.

* 1036.

* 967. 1186.

1216.

POfitis quæ in N. 1196. 1197. fuere explicata, cùm de Corporibus agatur Cylindricè terminatis, clarum est, singula Corpora, quæ simul in C agunt, hujus Velocitatem mutare, ut si sola agerent; nam mutatio eadem est, quomodocunque moveatur C*. Mutationes Velocitatum Corporis C, ex Actionibus Corporum A, & B, B, sunt inter se ut GH, ad HI*: ita ut GI exprimat integram Velocitatem quam C, certo Tempore, acquisivit. Mutatio Velocitatis Corporis ex Actione Corporis A, ad mutationem Velocitatis Corporis A, eodem Tempore, ut GH ad ON*; & mutatio Velocitatis Corporis C, ex Actionibus Corporum B, B, ad mutationem Velocitatis horum Corporum, eodem Tempore, ut HI ad ML. Ergo eo momento quo Corporis C Velocitas est GI, reliquorum Corporum diminutiones Velocitatum sunt ON, ML; & Corporis A Velocitas est GN; Corporum B, B, Velocitas est GL. Mutationes hæ Velocitatum constantem inter se rationem servant; ergo Lineæ DI, EN, FL, secando Lineam quamcumque parallelam ipsi ED, determinabunt Corporum singulorum Velocitates eodem momento. Unde patet Corporum C, & B, B, Velocitates ad æqualitatem reduci, ubi C acquisivit Velocitatem PQ; tumque inter hæc Corpora omnem Actionem cessare. Corporis autem A, hoc ipso momento, Velocitas est PR, & Actio hujus in C continuatur, cujus Velocitas nunc tantum augetur Actione ipsius A; hac de causâ QS, parallela DH, augmentum hoc Velocitatis indicat, & ubi Velocitas hæc est VS, eadem Velocitate etiam movetur A, & nulla Corporum Actio ulterius datur; Motuque communi C, & A, separata à B, B, in Motu perseverant.

S C H O L I U M IV.

Demonstratio N. 1203.

1221.

TAB. XLII.

Fig. 6.

* 12. EL II.

12. EL II.

DIximus summam Virium post Ictum, æqualem esse summæ Virium, ante Ictum, in Collisione in N. 1203. explicatâ: Positâ igitur Velocitatum determinatione ibi traditâ, demonstrandum Corpus C tantum Virium acquirere, quantum amittunt A & B.

Quadratum Lineæ KN æquale est Quadratis Linearum KO & ON, aut KP, & bis Rectangulo IOK*; etiam æquale est idem Quadratum Quadratis KO & KP & bis Rectangulo MPK*: unde sequitur æqualia esse Rectangula hæc; & Quadratum KN valere Quadratum KO, & Rectangulum IOK, ut & Quadratum KP cum Rectangulo MPK; ergo Quadratum KN æquale est Rectangulis IKO & MKP; & Quadratum KN, duplè ipsius KN, quod Quadruplum est Quadrati KN, valebit quater summam Rectangulorum IKO & MKP. Multiplicatis his per C, habemus

* 757. Vim Corporis C, Ictu acquisitam, æqualem $4C \times KO \times KI + 4C \times KP \times KM$ *

Vis,



Vis, quam Ictu amisit Corpus A, habetur multiplicando A per differentiam Quadratorum KD, Ki, Velocitatum ante & post Ictum *: Differentia autem hæc, propter æquales DI, li, valet quater Rectangulum KID *: & Vis amissa est $4A \times ID \times KI$: Sed in N. 1201 vidimus A, C :: KO, ID; ergò $A \times ID \times C \times KO$, & Vis quam amittit A est $4C \times KO \times KI$. * 1147. * 8. El. II.

Eodem modo demonstramus, Vim quam amittit B, æqualem esse $4C \times KP \times KM$; ideoque summam Virium amissarum valere Vim, quam C acquisivit. Q. D. E.

Vix differt demonstratio, quando agitur de casu Fig. 7.

SCHOLIUM V.

Demonstratio N. 1205.

IN N. 1205. casum indicavimus, in quo, datâ duplici Collisione, ambæ æqualiter durant. 1222.

Agitur de Corporibus, quæ terminantur figuris, revolutione Parabolarum, effectis; in quibus Tempus Actionis à Velocitate non pendet *: quare singulas Collisiones separatim considerare possumus; cum mutatio Velocitatis ex unâ Actione non possit mutare durationem alius, quæ à Velocitate non pendet. * 861. 915. 1027.

Collisio datur inter Corpora A & C; ut & inter B & C. Sit a Parameter Parabolæ, quæ determinavit Figuram Corporis A; b Parameter Figuræ Corporis B. Si Corpora in obstacula plana, & fixa, incurrent, Tempora forent $\frac{A}{a}$, & $\frac{B}{b}$ * sed, propter Collisionem, nunc sunt $\frac{AC}{aA+aC}$, & $\frac{BC}{bB+bC}$ *. * 915. * 1027

In Casu in quo Tempora hæc sunt æqualia, est a, b :: $\frac{A}{A+C}$, $\frac{B}{B+C}$. Q. D. E.

CAPUT X.

De Motu Centri Gravitatis.

Sint A, & B, Centra Gravitatis duorum Corporum; si ad C, Centrum Gravitatis commune, accedant ambo, Velocitatibus, quæ sunt inter se ut distantie suæ ab hoc Centro, nempe ut AC ad BC, id est, inversè ut Massæ ipsorum Corporum *, quiescit in hoc Motu Centrum Gravitatis. TAB. XLII. Fig. 8. 1223. * 192, 199.

Gravitatis ; nam dum, eodem Tempore, percurrunt *Aa*, *Bb*, quæ sunt ut *AC*, *BC*, restant *aC*, *bC*, in eâdem ratione inversâ *Massarum* ; quare, & in hoc
 * 192. situ, *C* est commune *Gravitatis Centrum* *, quod in Motu hoc non fuit translatum.

1224. Eadem demonstratio potest applicari ad Motum *Corporum à commune Gravitatis Centro recedentium*, *Velocitatibus*, quæ sunt inversè ut *Massæ* ; in quo casu ergo etiam *Centrum* hoc *quiescit*.

1225. Si juxta directiones diversas, & non per *Centrum Gravitatis* transeuntes, *Corpora* moveantur ; talibus poterunt transferri *Velocitatibus*, ut augmenta, aut diminutiones, distantiarum à *Centro Gravitatis* sint in ratione inversâ *Massarum*, in quo casu quoque quiescet *Centrum Gravitatis*.

1226. Si plura dentur *Corpora*, ut *A*, *B*, *D*, & hæc in eâdem lineâ mota, accedant omnia ad *C commune Gravitatis Centrum*, aut recedant ab hoc, *Velocitatibus*, quæ in singulis *Corporibus* sunt ut distantia ab hoc *Centro*, quiescit etiam hoc ipsum. Nam, cum in situ *A*, *B*, *D*, summa *Productorum Massarum* per distantias à *C*, ad unam partem hujus *Puncti*, æqualis sit simili summæ ad
 TAB XLI. Fig. 9.
 * 199 202. aliam partem *, & hoc locum habebit mutatis omnibus distantis, ut hîc fit, in eâdem ratione ; quare
 * 199. *C* manet *Centrum commune Gravitatis* * ; quod ergo quiescit.

In hoc casu, multiplicatis singulis *Massis* per suas *Velocitates*, summa *Productorum*, ab una parte *Centri Gravitatis*, æqualis est simili summæ ad aliam partem ; ponimus enim *Velocitates* ut distantias à *Centro* hoc. Quæ *Productorum æqualitas*, ut & indicata ratio inter *Velocitates*,
 1227. ex

ex *Quiete Centri Gravitatis*, si hanc dari ponamus, eodem modo *deducitur*.

Ex hisce sequitur, in Nave, Velocitate quacumque, uniformiter, motu rectilineo, translata, Corpora duo, per Lineas quascumque rectas, uniformiter ita posse moveri, ut horum commune Centrum Gravitatis in hac ipsâ Nave quiescat: & in hoc casu, si Corporis 1228.
unius, servata directione, mutetur Velocitas, non in Nave Centrum commune Gravitatis duorum Corporum quiescet: si verò per momentum Temporis quiescat hoc, manentibus Velocitatibus, & directionibus Corporum, Centrum Gravitatis in quiete perseverabit; quia uniformiter ab ipso hoc Centro recedunt, aut ad hoc accedunt, Corpora in Lineis, quæ situm servant respectu ejusdem Centri.

Tunc autem extra Navem habemus duo Corpora, 1229.
in Lineis rectis uniformiter mota, quorum Centrum Gravitatis commune quoque uniformiter progreditur in Lineâ rectâ.

Relictis nunc his, ponamus duo alia Corpora quæ 1230.
cumque, utcumque uniformiter, in lineis rectis, ad libitum dispositis, mota, patet commune Centrum Gravitatis quoque uniformiter progredi, si moveatur. Concipiamus enim Navem, quæ per momentum Temporis, quantumvis exiguum, cum ipso Centro hocce moveatur, in hac Centrum quiescet, per hoc momentum; & in quiete continuabit, si Navis uniformiter, servata directione, in motu perseveret *; id est, cum 1228.
Nave Centrum progreditur.

Si tertium Corpus concipiamus, quod etiam uni- 1231.
formiter, juxta directionem quamcunque, moveatur,

- commune trium Corporum Centrum Gravitatis movebitur, quasi duo prima in horum commune Gravitatis Centro darentur*, & cum hoc Centro progredierentur; ita ut Centrum Gravitatis trium Corporum moveatur eodem modo, ac si de duobus ageretur, id est, uniformiter *: cùm verò demonstratio hæc ad quatuor, & plura Corpora, possit referri, sequitur *Corporum quorumcunque, per Lineas rectas utcumque uniformiter motorum, Centrum Gravitatis, aut quiescere, aut uniformiter per Lineam rectam progredi.*
1233. In Collisione Corporum, Motus respectivos, à Motibus absolutis distingui, in variis occasionibus jam notavimus; his nunc ulterius addendum, Corporum ipsorum Motus absolutos cum Motu absoluto omnium Corporum, simul consideratorum, non debere confundi.

DEFINITIO.

1234. *Motum absolutum Corporum quorumcunque, simul consideratorum, vocamus Motum Centri Gravitatis communis.*

In singulis Corporibus Motum determinamus ex Motu Centri Gravitatis, & hoc ad plura simul considerata applicari posse clarum est.

- Circa Motum hunc Centri Gravitatis observamus, quod in Scholio sequenti 1. demonstramus: *summam Virium, Corporum quorumcunque, æqualem esse summæ Vis, quam haberent omnia Corpora simul agitata eâ Velocitate, quâ fertur commune Gravitatis Centrum, & omnium Virium, quibus Corpora respectu Centri hujus moventur.* Id est, si summa Massarum per Quadratum Velocitatis Centri Gravitatis multiplicetur, & singulæ Massæ multiplicentur per Quadrata Velocitatum, quibus, respectu Gravitatis Centri, moventur, aut quibus in Nave,

quâ Centrum Gravitatis quiesceret, agitata forent, summa omnium Productorum æqualis erit summæ Productorum singularum Massarum ductarum in Quadrata Velocitatum suarum. Idcirco si, mutatis Motibus, summa Virium in hac Nave non mutetur, neque mutabitur summa Virium absolutarum.

Quædam alia quoque de hoc ipso Motu Centri communis Gravitatis demonstrabimus.

Dentur Corpora duo quæcumque mota, quorum 1237. Centrum Gravitatis, aut quiescit, aut uniformiter progreditur; manifestum est in singulis momentis, Lineam, quæ transit per singulorum Centra Gravitatis, etiam transire per commune Gravitatis Centrum; & dictorum Centrorum distantias, ab hoc ultimo, esse in ratione inversâ Massarum Corporum *.

* 192. 2021

In hoc quoque casu, si Corporum mutantur Motus, & 1238. mutationes sint in eâdem directione, sed oppositæ, & sint in hac directione Velocitatum mutationes in ratione inversâ Massarum, eo Motus Centri Gravitatis non mutabitur. Sint Corpora in H & I; commune Gravitatis Centrum G; moveantur hæc, primum per HD, secundum, eodem Tempore, per IE; communis Gravitatis Centri via erit GF. Concipiamus nunc mutari Motus in ipsis punctis D, & E; mutationesque fieri per Dd, Ee, quas parallelas concipimus, & in ratione inversâ Massarum; & illas ipsas indicare Spatia, quæ, novis his impressionibus, potuissent à Corporibus percurri, eo Tempore, quo primis Motibus DB, EA, percurrissent. Corporum Motus nunc sunt per Db, & Ea*; 3601 sed via Centri Gravitatis est eadem. Ductâ enim AB, transit hæc per Centrum Gravitatis C, posito
Y y 2 hujus

TAB. XL.
Fig. 5.

* 1232. hujus Motu non mutato *; hunc autem Motum non fuisse mutatum constabit, ubi demonstratum erit idem hoc Punctum C, esse Centrum commune Gravitatis Corporum, positis his in *b* & *a*.

Ductis *Ca*, *Cb*, in Triangulis *ACa*, & *BCb*,
 * 29. El. I. habemus angulos *CAa*, *CBb*, æquales *; & latera proportionalia *AC*, *BC*::*Aa*, *Bb*; quia utraque ratio est inversa Massarum. Alternando *AC*, *Aa*::*BC*,
 * 6. El. VI. *Bb*; & Triangula sunt similia *; ergo Anguli *ACa*, & *BCb*, æquales; & *aC*, *Cb*, unicam efficiunt Lineam rectam *. Sunt quoque inter se *AC*, *aC*, ut
 * 15. El. I. *BC*, *bC* *; ideoque ut *AC*, *CB*, ita *aC*, *Cb*; quæ ergo sunt in ratione inversâ Massarum; & est C quoque Centrum Gravitatis Corporum, ubi ad *a* & *b* pervenire. Quod demonstrandum supererat.

1239. Si plura dentur Corpora, horum omnium non mutatur commune Gravitatis Centrum, quamvis duo Corpora situm mutant, si modò horum duorum commune
 * 212. Gravitatis Centrum maneat *. Ergo Motus Centri Gravitatis plurimorum Corporum, uniformiter agitatorum, non turbatur, mutatis motibus duorum quorumcunque

* 1238. ex his, juxta conditiones supra memoratas *; neque repetitis ad libitum talibus mutationibus. Omnes autem Actiones Corporum mutæ, sunt in eâdem Lineâ, & oppositæ *, sunt quoque Velocitatum mutationes, inde oriundæ, in ratione inversâ Massarum *; ergo

* 361. * 967. 1186. 1240. nunquam ex mutuis Corporum Actionibus communis Centri Gravitatis Motus turbari potest.

1241. Constat ergo Motum absolutum plurimorum Corporum, simul consideratorum, in Collisione quacunque, non mutari; ideoque

1242. Centrum Gravitatis commune variorum Corporum in eâdem

c Lineâ,

Lineâ, eâdem Velocitate, ante & post Ictum, moveri. Quod in singulis Collisionibus ante explicatis, ex iis quæ de his exposuimus, quoque deduci potest.

Hoc nunc demonstrabo, ut eo magis illustrentur quæ ad hanc materiam pertinent.

Corporum duorum, aut trium, in se mutuò directè incurrentium ita, ut post Ictum, si non sint Elastica, quiescant, ante Ictum quiescit Centrum Gravitatis *. In hoc eodem Concurſu, etiam post Ictum quiescit Centrum hoc, si Corpora sint Elastica *.

Si Corpora duo, aut tria, directè in se mutuò incurrant, & Navis concipiaturs ita agitata, ut Corpora, positis his non Elasticis, in hac post Ictum quiescant, in hac ipsâ ante Ictum quiescit Centrum Gravitatis *: & in tali Conflictu post Ictum etiam quiescit idem hoc Centrum, si Corpora sint Elastica *. Unde sequitur Navem hanc moveri, eâ Velocitate, quâ ante, & post Ictum, commune Corporum Gravitatis Centrum fertur, cujus ergo Centri Motus non mutatur.

Eodem modo, in casu explicato in N. 1196. & 1197., concipere debemus Navem, eâdem Velocitate translatam cum Centro Gravitatis commune omnium Corporum. In hac Nave omnia Corpora ad hoc Centrum Gravitatis tendunt Velocitatibus, quæ sunt ut distantia ab hoc Centro *; & productum Corporis C, per suam Velocitatem in Nave, valet producta aliorum Corporum, etiam multiplicatorum per Velocitates, quas in Nave habent *. In hac ipsâ Nave, durante Percussione, minuuntur Corporum omnium Velocitates, dum C amittit GI, A amittit ON, & Corporum B, B, Velocitas minuitur quantitate ML. Sed productum C per GI valet producta A per GN, & B, B, per ML; diminutiones ergo

Y y 3 sunt

1243.

1244.

* 962. 1223.
1180. 1181.
1226.

* 1100.
1188. 1224.
1226.

1245.

* 1243.

* 1244.

1246.

TAB.
XLII.
Fig 1. 2.

* 1227.

* 1227.

- sunt ut primæ Velocitates, & Velocitates superstites
 * 119. EL. V. in eâdem ratione *; & in quiete perseverat Centrum
 Gravitatis, quamdiu mutæ durant trium Corporum
 * 1226. Actiones *. Cessante unâ ex his, duo Corpora in se
 mutuò tantum agunt, quorum Centri Gravitatis non
 * 1245. mutatur Motus *; quare trium Corporum Centri Gra-
 vitatis quies in Nave non turbatur.
 1247. Propositionem, de quâ agitur, quoque locum habere
 in Motibus memoratis in N^{is}. 1194. 1199. 1202. de-
 monstrabimus in Scholio sequenti secundo.
 1248. *In Concurſu obliquo duorum Corporum* duos consideravi-
 mus Motus, unum quo directè in se mutuò incurrunt,
 * 1171. alterum lateralem *, qui in Impactu non mutatur;
 quare neque mutatur Centri Gravitatis Motus latera-
 lis; sed neque juxta aliam directionem Centri Gra-
 vitatis Motus mutari potest, quia Impactu directo non
 * 1245. mutatur *. Idcirco nullo respectu Motus hic variat, &
Velocitatem directionemque suam servat commune Corporum
Gravitatis Centrum.

S C H O L I U M I.

Demonstratio N. 1235.

1249. **Q**uamdiu Corpora moventur in eâdem Lineâ, Propositio, in N. 1235. me-
 morata, simplici algebraicâ computatione patet.
 Sint Corpora A, B, C; primi Velocitas m ; secundi n ; tertii p ; Centri
 Gravitatis Velocitas d Tendant Corpora ad eandem partem; & sint m & n ma-
 jores ipsâ d ; p verò minor: Ergo Velocitates, quibus Corpora ad Centrum Gra-
 vitatis tendunt, sunt $m-d$, $n-d$, $d-p$; & $A \times m - d + B \times n - d = C \times d - p$ *;
 * 1227. quare $2 A m d - 2 A d d + 2 B n d - 2 B d d = 2 C d d - 2 C d p$, multiplicando
 integram æquationem per $2 d$. Demonstrandum autem $A m m + B n n + C p p =$
 $A + B + C \times d d + A \times m - d^2 + B \times n - d^2 + C \times d - p^2$. Ultima hæc quantitas
 sic

fic potest exprimi $Amm - 2Amd + 2Add + Bnn - 2Bnd + 2Bdd + Cpp - 2Cpd + 2Cdd$. Sed $- 2Amd + 2Add - 2Bnd + 2Bdd$ & $- 2Cpd + 2Cdd$ se se mutuò destruunt, & quantitas hæc tantum valet $Amm + Bnn + Cpp$. Quod demonstrandum erat.

Sint iterum tria Corpora A, B, C, quorum tantum Gravitatis Centra consideramus; sit commune Gravitatis Centrum D; ponamus Corpora ita moveri per AE, BE, CE, Velocitatibus, hisce Lineis proportionalibus, ut in unum punctum concurrant. Directio & Celeritas Centri Gravitatis D est DE. Velocitates, quibus Corpora ad Centrum commune Gravitatis tendunt, sunt AD, BD, CD; hæ enim essent Corporum Velocitates in Nave, in quâ Centrum Gravitatis quiesceret. Idcirco demonstrandum $A \times AE^q + B \times BE^q + C \times CE^q = \overline{A+B+C} \times DE^q + A \times AD^q + B \times BD^q + C \times CD^q$.

Ad DE ducantur perpendiculares AF, BG, CH, LDL. Distantia Corporum A, B, C à Lineâ LDL sunt FD, GD, HD; ergo, quia D est Centrum commune Gravitatis, $A \times FD + B \times GD = C \times HD$ *; unde patet D eorum Corporum esse commune Gravitatis Centrum, positis his in F, G & H*. Si in hoc situ concipiamus Corpora moveri, A Velocitate FE, B Velocitate GE, & tandem C Velocitate HE; Centri Gravitatis Velocitas erit DE; Ergo $A \times FE^q + B \times GE^q + C \times HE^q = \overline{A+B+C} \times DE^q + A \times FD^q + B \times GD^q + C \times HD^q$ *; addendo utrumque $A \times AF^q + B \times BG^q + C \times CH^q$, & substituendo Triangulorum rectangulorum AFD, BGD, CHD, AFE, BGE, CHE, Quadrata Hypotenusarum pro Quadratis laterum*, habebimus propositum.

Demonstratio similis esset, si ex uno puncto exirent Corpora.

Ponamus tandem Corpora utcumque moveri, A per Aa, B per Bb, D per Dd; hæcque, eodem Tempore, percurrere hæc Lineas, dum Centrum Gravitatis percurrit Cc: demonstrabimus & in hoc casu Propositionem locum habere.

Ex C, Centro Gravitatis Corporum in A, B, & D, positorum, concipio Lineas ductas, CE parallelam & æqualem Bb; CF parallelam & æqualem Aa; tandem CG parallelam & æqualem Dd. Si Corpora agitata forent, A per CF, B per CE, & D per CG, eodem modo hæc recederent à Lineis, ad libitum ductis, HI & IL, aut ad has accederent, quàm in motibus per Aa, Bb, & Dd: Ergo, in utroque casu, eodem modo mutatur communis Centri Gravitatis distantia ab hisce Lineis*. Idcirco, cum in primo casu Centrum hoc translaturum sit à C in c, & in secundo casu eodem modo erit translaturum; & quoque est Centrum Gravitatis commune Corporum positorum in F, E, G.

Propositio, de quâ agitur, Corporibus his applicari poterit, si Motus dentur per CF, CE, CG*; ideo quoque his applicari poterit dum moventur per Aa, Bb, Dd; nam, in utroque casu, iidem sunt ipsi Motus Corporum, eadem translatio Centri Gravitatis, & iidem Motus respectu Centri Gravitatis; propter parallelas & æquales vias Corporum in utroque casu.

1250.
TAB. XLI.
Fig. 10.

* 199. 217.

* 199.

* 1249.

* 47. El. I.

1251.
TAB. XL.
Fig. 6.

* 217.

* 1250.

1252.

* 1247.

Diximus * in casu N. 1194., quem in N. 1217. peculiariter explicavimus, etiam Motum Centri Gravitatis non mutari; quod ut demonstretur, probandum Corpora ita à se invicem separari, ut, consideratis solis Motibus, quibus separantur, quiescat Centrum Gravitatis; tunc enim, si concipiamus Corpora separari in Nave, eâ Velocitate motâ, quâ Corpora conjunctim ante separationem moventur, commune Gravitatis Centrum in Motu perseverabit, eâ Velocitate, quâ Navis fertur.

1253.

Positis quæ in N. 1218. fuere explicata, demonstrandum A multiplicatum per Velocitatem ibi determinatam, quod productum est $f\sqrt{AB+2AC}$, valere summam productorum Corporum B & C, singulorum multiplicatorum per Velocitates ibi detectas. Producta hæc sunt

$$\frac{fB\sqrt{AB+2AC} - fB\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C} \text{ \& } \\ \frac{fC\sqrt{AB+2AC} + fB\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C} \text{ quorum summa est } \\ \frac{fB\sqrt{AB+2AC} + fC\sqrt{AB+2AC}}{B+C}, \text{ id est, } f\sqrt{AB+2AC}. \text{ Quod de-}$$

monstrandum erat.

1254.

Hiscæ demonstratis facile patet, quod in fine N. 1219. indicavimus, summam Virium, ante & post Ictum, in Motu in N. 1217. & seq. memorato, esse eandem. Vires, quibus partes Elasticas inflexas posuimus, sunt Vires,

* 1213.

1226.

Virium summâ à se invicem, uti ex computatione ipsâ sequitur, fuere separata: id est, illa ipsâ fuit summa Virium quibus à Centro Gravitatis recessere, cum hujus Centri Velocitas Ictu non fuerit mutata *: unde sequitur, summam Virium absolutarum etiam eandem esse ante & post Ictum *.

* 1252.

1253.

* 1236.

1255.

In N. 1247. diximus, etiam Centrum commune Gravitatis Corporum, in Collisionibus compositis in N. 1199. 1202. memoratis, eâdem Directione & Velocitate, Motum post Corporum Concursum continuare.

TAB.XLI.

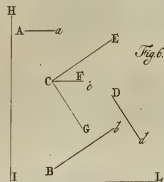
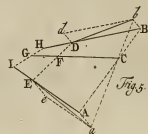
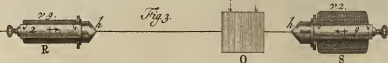
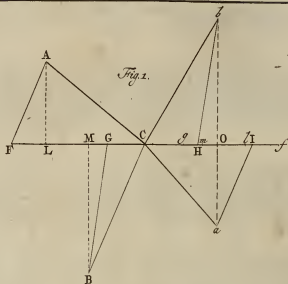
Fig. 6.7.

* 1245.

Si concipiamus Corpora A & B ultra K, eâdem Velocitate, quâ ante Ictum movebantur, Motum continuare, quiescente eodem modo Corpore C, neque directio neque Velocitas Centri Gravitatis communis mutata erit *. Constat ergo propositum, si demonstremus, in eodem puncto versari Centrum Gravitatis, positis Corporibus, C in K, A in D, & B in E; aut positis his, C in N, A in I, & B in M; aut tandem positis, C in n, A in i, & B in m. Patebit autem, in hisce tribus occasionibus, idem esse Gravitatis Centrum, si demonstremus hujus distantias à Lineis Kf' & Kg non mutari.

Respectu Lineæ utriusque demonstratio eadem est, quare de Kf tantum agam.

Di.



Distantia puncti N ab hac Lineâ est NM; puncti n est 2 NM; puncto-
rum D, I, & i, distantia ab eâdem KF deteguntur hitce proportionibus,

$$PN, NM :: \begin{cases} KD, \frac{NM \times KD}{PN} \\ KI, \frac{NM \times KI}{PN} \\ Ki, \frac{NM \times Ki}{PN} \end{cases}$$

Quibus detectis, distantia Centri Gravitatis communis Corporum, à memo-
ratâ Lineâ KF, in tribus memoratis Corporum dispositionibus, deteguntur
 $\frac{NM \times KD \times A}{PN \times A + B + C} + \frac{NM \times C}{PN \times A + B + C} + \frac{NM \times Ki \times A}{PN \times A + B + C}$, & $\frac{2NM \times C}{A + B + C} + \frac{NM \times Ki \times A}{PN \times A + B + C}$ *; * 1171
quas æquales demonstramus.

Ex constructione sequitur PN, NQ :: A, C; ergo $PN \times C = NQ \times A$.
Sed NQ æqualis est ID, & valet $KD - KI$; ergo $PN \times C = KD \times A - KI \times A$; & $PN \times C + KI \times A = KD \times A$.

Eodem modo 2 NQ valet 2 ID, id est, iD, & æqualis est $KD - Ki$;
unde deducimus $2PN \times C + Ki \times A = KD \times A$.

Multiplicatis hitce tribus quantitativis æqualibus $KD \times A$, $PN \times C + KI \times A$, & $2PN \times C + Ki \times A$, per NM, & divisis productis per $PN \times A + B + C$, habebimus quotientes æquales, à distantis detectis non diversos, Q. D. E.

SCHOLIUM III.

Investigatio Motuum post Concursum in N. 1004. memoratum.

SI demonstratam in hoc Capite propositionem *, ante, & post mutuum
Corporum Actionem, Centrum Gravitatis eâdem Velocitate ferri, appli-
cemus ad Actionem in N. 1004. memoratam, Corporum post Concursum
Velocitates determinare possumus.

Tria Corpora, post Ictum, juxta directionem primi Motûs, feruntur Ve-
locitate, quâ ante Ictum Centrum Gravitatis fertur *; nam nulla datur Actio,
quâ directè separari possint; Velocitas hæc detegitur Regulâ in N. 992. tra-
ditâ. Itaque moventur ut Corpora mollia post Impactionem directam; sed,
quæ in hac Corporum mollium Impactione destruitur, Corpora impacta Vim
servant, in casu quem examinamus; & hac idcirco lateraliter feruntur *: hæc
Vis datur *; quare lateralis Velocitas, quæ nempe cum primâ directione an-
gulum efficit rectum, detegi potest: ideoque directiones & Velocitates abso-
lutas, quibus Corpora impacta post Ictum moventur, faciliè determinamus.

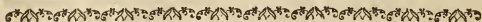
Dicatur Q massa Corporis quiescentis; sint aliorum massa: P, P; & ho-
um Velocitas v.

TAB.
XXXV.
Fig. I.

Zz

Post

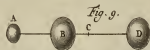
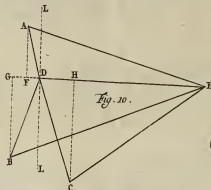
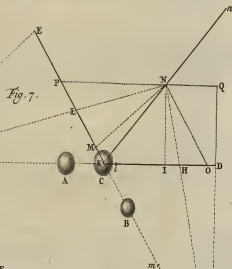
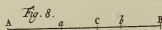
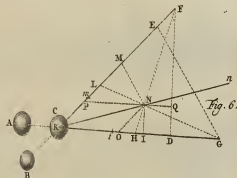
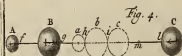
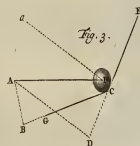
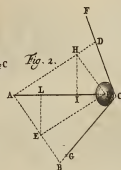
2992. Post Ictum Corpus Q movetur Velocitate $\frac{2Pv}{2P+Q}$ *; eâdem Velocitate;
 juxta eandem directionem, feruntur Corpora P, P; sed hæc præterea late-
 10985.1010. raliter feruntur Viribus quæ valent $\frac{2PQvv}{2P+Q}$ *; quare utriusque lateralis Ve-
 * 757. locitas est $\frac{v\sqrt{Q}}{\sqrt{2P+Q}}$ *, & Velocitas absoluta $\frac{v\sqrt{4PP+2PQ+QQ}}{2P+Q}$ *.
 * 1151. Exemp. Sit Q=6; 2P=10; v=8; tunc Velocitas ipsius Q post Impac-
 ctionem erit 5; Corporum P erit 7.



C A P U T XI.

De trium Corporum Collisione triplici.

1257. **C**orpora in Motibus obliquis concurrere posse, sine ullâ
 mutuâ Actione, ex iis, quæ supra de Collisione
 1170. obliquâ duorum Corporum explicavimus *, deducitur
 facile. In hunc casum semper incidimus, quando, reductis
 1171. Motibus ambobus, Methodo ibi explicatâ *, ad eandem Li-
 neam, transcurrentem per amborum Centra Gravitatis in situ
 concursûs, consequens Motus non antecedentem Velocitate superat.
 1258. Agimus nunc de tribus Impactionibus; si ergo den-
 tur Corpora tria concurrentia ita, ut tres dentur Con-
 cursus, ante omnia separatim hi sunt examinandi,
 * 1257. juxta hanc ipsam Regulam *, ut constet, ubique Im-
 pactioem dari. Si enim tres non darentur, referenda
 * 1210. 1211. esset Collisio ad unam, aut alteram, ex ante explicatis*.
 1259. Sint tria Corpora A, B, D; horum commune Gra-
 vitatis Centrum C; sint hæc mota per A_a, B_b, D_d,
 TAB. XLII. Velocitatibus, hisce Lineis proportionalibus, ita ut
 Fig. 4. Concursus detur in a, b, d. Examinatis separatim
 folis Motibus Corporum A & B; deinde folis Moti-
 bus Corporum B & C; ut & folis Motibus Corpo-
 rum A & C; detegimus tres dari Collisiones, quas
 ponimus æqualiter durare. Ut



Ut nunc Motus post Impactum determinemus, quæ- 1260.
rimus commune Centrum Gravitatis *, ubi Corpora * 222.
fefe mutuò tangunt; sit hoc c . Per C & c ducitur
Linea, quæ continuatur ad c ita, ut æquales sint Cc ,
 cc .

Ducendæ Lineæ sunt, in quibus Impactiones sunt di- 1261.
rectæ; & unius cujusque Corporis Motus resolvendus
est in duos in ipsis Lineis, in quibus Corpus hoc di-
rectè incurrit in duo alia. Motus per Aa resolvitur
in duos per AI & AL *, aut La & Ia ; Motus per Bb * 363.
in duos per Eb , Fb ; tandem Motus per Da in duos
per Gd , Hd ; Velocitates verò horum omnium Mo-
tum ipsis hisce Lineis proportionales sunt.

Per c Lineæ ducuntur perpendiculares ad dictas Li- 1262.
neas, in quibus Impactiones dantur, continuatas si
requiratur. Hæ sunt ei perpendicularis ad EI ; bl nor-
malis ad HL ; & tandem fg cum FG Angulum effi-
ciens rectum.

Uni ex hisce, ut ei , ad distantiam ad libitum deter-
minatam, ducitur parallela mo , quæ secatur reliquas duas
in x & z .

In hac ipsâ parallelâ determinamus puncta o & m ita, 1263.
ut ox , xz , zm , sint inter se ut Massæ B , D , A . In
quâ determinatione hanc observamus Legem; Linea om
parallela est ie , perpendiculari ad ba , relationemque
peculiarem habet ad Corpora A & B ; & ponitur xz ,
quæ jam determinata est, proportionalis tertio Corpo-
ri D . Linea lb , perpendicularis Lineæ da , & quæ
ergo peculiarem ad Corpora D & A relationem ha-
bet, determinat punctum x ; & tertio Corpori B pro-
portionalem quærimus Lineam xo : id est, ut D ad B ,

Zz 2

ita

ita zx se habet ad xo . Eodem modo zm detegitur proportionalis alii Corpori A.

1264. Massa B determinavit punctum o , per hoc ducimus op , parallelam da , transeunti per Centra aliorum Corporum. Et per m , quod ope Massæ A fuit determinatum, duco mp parallelam ab , eodem modo transeunti per Centra aliorum Corporum; & hæ novæ Lineæ sese mutuò secant in p : ducimusque Lineas co , cp , cm , quas indeterminatè producimus.

1265. Per Centrum Gravitatis c ducimus cV , parallelam Ea , cui perpendicularis est om ; & in hac notamus puncta Q & V ita, ut cQ æqualis sit Ia ; & cV æqualis sit Eb . Per hoc punctum V ducimus VT parallelam ipsi bd ; & per Q ducimus QT parallelam ad ; hæ mutuâ interfectione determinant punctum T .

1266. Partem QV , Lineæ cV , dividimus in R ita, ut QR sit ad RV , ut Massa Corporis B ad Massam Corporis A; à T per R ducitur Linea, quæ continuata Lineam cp continuatam secat in P . Per hoc punctum ducitur PO , parallela po & ad , quæ secat in O , Lineam co continuatam; eodem modo PM , parallela pm & bd , in Lineâ cm continuatâ, determinat punctum M . Junctis punctis O & M , Linea hæc parallela erit Lineis om , *ie*; per O & M quoque Lineæ ducuntur ON , MN , parallelæ respectivè Lineis lh , *fg*. Ita ducendæ hæ sunt, ut Triangulum ONM punctum c includat; hac de causâ, in hac Figurâ ON parallela ducitur lh , non ipsi *fg*.

1267. Ductis nunc cO , cM , cN , hæ Motus trium Corporum post Percussionem indicant, sepositis Corporum magnitudinibus; Veri autem Motus demonstrandi sunt.

Pun-

Punctum O commune est Lineis OM, ON, perpendicularibus ba , da ; punctum a his ultimis Lineis commune est, & cO motum indicat Corporis A; ductâque a A, parallelâ, & æquali, cO, habemus veram Viam Corporis A, cujus Velocitatem hæc ipsa Linea exprimit. 1268.

Eodem modo M spectat ad Corpus B; ductâque bB , parallelâ, & æquali cM, habemus Viam, & Velocitatem, Corporis B, post Percussionem.

Sic etiam dD, parallela & æqualis cN, indicat Viam & Velocitatem Corporis D post Impactum.

Hæc ita se habent, quando Corpora non sunt Elastica. Positis his Elasticis, continuandæ sunt Corporum Viæ ante Concursum, & ipsis Viis continuationes æquales ponendæ sunt. Aa continuatur ut aa æqualis sit ipsi Aa; ductâque aA , producitur hæc in a , ut aA & Aa æquales sint: Motus Corporis A, si Elasticitas sit perfecta, erit per aa , Velocitate huic Lineæ proportionali. 1269.

Eodem modo detegimus reliquorum Corporum Motus per bb , & dd .

S C H O L I U M

Demonstratio præcedentis Constructionis.

Primum Corpora esse mollia; ergo mutuâ Actione non separantur; & cum agatur de casu, in quo Actiones omnes æqualiter durant, neque aliis Actionibus separantur. Idcirco, in hisce tribus Collisionibus, Corpora concurrentia, post Impactum, eadem Velocitate feruntur in Lineis, in quibus directè concurrunt: id est, sepositis Corporum magnitudinibus, continuo ambo manent in eadem perpendiculari ad dictam Lineam, in qua concurrunt *. Ergo Corpora A & B, quæ in Lineâ EI concurrunt, respectu hu-

Zz 3

jus

1270.
TAB.
XLII.
Fig. 4.
1174

jus, ut & respectu cV , non separantur, quamvis ab his lateraliter recedant.

1272. Corpora hæc ultima, positis horum Motuum resolutionibus ante memoratis *,
 * 1261. concurrunt Velocitatibus, Ia, Eb, quæ Ictu mutantur; factâ autem simili re-
 * 1172. solutione post Impactum, mutationes sunt in ratione inversâ Massarum *. quam-
 * 1186. vis & alia Actio, eodem Tempore, in Corpus detur *.

Hæc omnia locum habent in tribus Collisionibus; si verò non tres hæc da-
 rentur, ratiocinia, quæ hac nituntur Hypothesi, ipsas tres Collisiones dari,
 falsa essent; hac de causâ, in antecessum examinandum diximus, an revera
 dentur *.

- * 1258.
 1273. Quæ diximus de Velocitatum mutationibus in ratione inversâ Massarum *,
 * 1272. locum habent, quæcumque sit Motuum solutio *; hæc verò talis concipi po-
 * 1172. test, ut Impactio sit impossibilis; ut in hoc nostro casu respectu Motuum per Fb,
 Gd; sed, si modò de Impactione verâ agatur, demonstratio N. 1175. uni-
 versalis est, quæcumque fuerint resolutiones Motuum.

- * 1271. Duæ, quas indicavimus Conditiones *, pro Solutione Problematis, de quo
 1272. agitur, sufficiunt; si enim ita Motus post Concursum sint determinati, ut hæ
 ipsis tribus Collisionibus conveniant, habemus quod quærimus; nam Solutio
 talis unica est.

1274. Cum autem hac Methodo Constructio difficilis admodum fiat, melius est ter-
 tiam quoque addere Conditionem; nempe Centrum Gravitatis ante, & post Oc-
 * 1240. cursum, eâdem Velocitate moveri *.

1275. Motus hujus Centri ante Percussionem est per Cc, quæ Linea quoque illius
 Velocitatem exprimit. Motus ergo post Impactionem est per cc ; nam æqua-
 lis est hæc Linea ipsi Cc.

Per o ducatur parallela ad ON, & per m parallela ad MN; concurrunt hæc
 in puncto n , quod datur in Lineâ quæ à c ad N ducenda est; ut hoc facile pa-
 tet ex triangulis similibus, quæ in hac Figurâ occurrunt.

Concipiamus nunc Corpora posita esse, A in o , B in m , D in n ; Corpora
 hæc habebunt commune Gravitatis Centrum c ; nam 1^o. sunt hæc in æquilibrio
 circa Lineam lb ; Corporum enim A & D distantia ab hac Lineâ se habet ad
 Corporis B distantiam ab hac eâdem, ut xo ad xm ; sed xo ad xm , ut Mas-
 sa B ad summam Massarum A & D *; unde dictum æquilibrium deduci-

- * 1263.
 * 197. 217. tur *. 2^{do} Distantia Corporum B & D, in m & n positorum, à Lineâ fg ,
 se habet ad distantiam Corporis A, in o positi, ab eâdem Lineâ, ut mz ad

- * 1263. zo ; id est, ut Massâ A ad summam Massarum B & D *; Ergo Corpora
 * 197. 217. quoque in æquilibrio sunt circa Lineam fg *. Unde sequitur in intersectione
 Linearum fg , lb , id est, in c , dari commune Gravitatis Centrum trium
 Corporum.

Triangulum OMN simile est Triangulo omn , & punctum c respectu ut-
 riusque eodem modo se habet; ergo hoc quoque est commune trium Corpo-
 rum Gravitatis Centrum, si disposita sint A in O, B in M, D in N.

1276. Si nunc ponamus, sepositis magnitudinibus Corporum, hæc post Impactio-
 * 1267. nem moveri, A per cO , B per cM , D per cN , ut in Solutione diximus *.
 * 1274. Conditioni terciæ satisfactum erit *; ut & etiam Conditioni primæ *; si nunc
 * 1271. demonstremus, Conditionem secundam * in unâ Collisione locum habere, de-
 * 1272. ter-

terminata erit Solutio; id est, non in aliâ Solutione hæc omnia concurrere poterunt; unde constabit Solutionem esse veram, & secundam Conditionem in aliis quoque Impactionibus locum habere.

Consideramus Corpora A & B; post motuum resolutiones *, Velocitates, in Lineâ in quâ Impactio fit, sunt Ia, Eb; prima est æqualis cQ, & est Velocitas Corporis A; secunda, quæ est Velocitas Corporis B, æqualis est cV

Post Impactionem Motus sunt solvendi ut ante Impactionem; id est, per O ducenda est parallela Lineæ AI, aut ad, id est, OP continuanda est in S*; & Velocitas in Lineâ cV, parallela Lineæ ba, in quâ Impactio datur, erit cS; & Corporis A mutatio Velocitatis in hac Lineâ est QS. Motus Corporis B resolvitur ductâ parallela Lineis BE, bd; est hæc MP*, quæ fecat cV in X; & mutatio Motûs in Lineâ cV est XV. Triangula PRS, QRT sunt similia, propter parallelas PS, QT*. Eodem modo, propter parallelas PX, TV*, similia sunt Triangula PXR, TVR. Unde deducimus,

$$RS, QR::RP, RT::XR, RV.$$

$$\text{Comp. } RS+QR=QS, QR::XR+RV=XV, RV.$$

$$\text{Altern. } QS, XV::QR, RV::B, A*;$$

id est, Velocitatum mutationes QS & XV, prima Corporis A, secunda Corporis B, sunt inversæ ut hæc Corpora: Quod demonstrandum super erat.

Unicam autem esse hancce Problematis Solutionem ex hoc patet, quod Demonstratio hæc ultima non procedat, nisi Lineæ OS, MX, sese mutuò secant in communi intersectione Linearum cp, TR, id est, in P.

L I B E R II.

Pars IV. De Legibus Elasticitatis.

C A P U T XII.

De Fibris Elasticis.

Quid sit Elasticitas, & unde oriatur, jam vidimus*; etiam quid ex hac in Congressu Corporum, sive directè, sive obliquè, in se mutuò impactorum, sequatur; superest ut ipsius Elasticitatis

tatis Leges examinemus, illudque ex Phænomenis.

Omnia Corpora, in quibus Elasticitatem observamus, constant ex Filamentis tenuibus, aut saltem quasi ex talibus constantia considerari possunt; Corpus enim in Fila divisum concipi potest; illaque Fila, inter se lateraliter juncta, Corpus efficere. Ut ergo, in casu omnium minimè composito, Elasticitas examinetur, Chordæ considerandæ sunt, & quidem Metallicæ; Chordæ enim ex intestinis Ovium Spiram formant, quæ circumdat Filum rectum in medio, cum quo pars externa contorta certo modo cohæret; quare hæ Chordæ non ut fibræ, ex quibus Corpora formantur, considerari queunt.

1279. *Fibrarum Elasticitas in eo sita est, quod extendi possint; & sublatâ Vi, quâ producuntur, iterum ad pristinam Longitudinem redeant.*

1280. *Fibræ nullam habent Elasticitatem, nisi certâ Vi tensæ sint; hoc patet in Chordis parum tensis, & quarum extremitates fixæ sunt; hæ si à situ paululum removeantur, ad illum sponte non redeunt: quisnam verò sit gradus Tensionis, in quo Elasticitas inchoetur, Experimentis nondum fuit determinatum.*

1281. *Quando nimîâ Vi fibra tenditur, Elasticitatem amittit; & neque gradus hicce Tensionis notus est; illud constat, Tensionem Fibrarum, quæ Elasticitatem constituit, certis limitibus terminari.*

1282. *Ex hisce patet differentia inter Corpora Elastica & Corpora non Elastica; quare Corpus Elasticum Elasticitatem amittat; & quomodo Elasticitate destitutum proprietatem hanc acquirat. Lamina Metallica, repetitis mallei ictibus, quibus Fibræ tenduntur, fit Elastica; calefacta Vim hanc amittit; dum Actione Ignis situs partium turbatur.*

In-

Inter limites Tensionis, quibus Elasticitas terminatur, quæritur Vis, quæ, pro vario Tensionis gradu, requiritur, ad Chordam certâ quantitate producendam; proportio quæ hîc locum habet Experimentis determinari debet; quæ, ut jam dictum, cum Chordis Metallicis instituenda sunt. Cum verò hæ Chordæ vix sensibilibus producantur, directè Productionum proportionem mensurari nequeunt; aliâ methodo hæ determinantur.

Sit Chorda horizontalis AB, certâ Vi tensa; cujus extremitates in A & B fixæ sunt; pondere in medio Chordæ appenso inflectatur Chorda, ut situm ACB acquirat.

TAB.
XLIII.
Fig. 1.

DEFINITIO.

Linca, ut Cc, à puncto medio Chordæ, post inflexionem, ad punctum medium, in situ naturali, vocatur Chordæ Sagitta. 1283.

Sit *ce* Circuli portio, centro B, & radio Bc, descripti. Inflexione dimidia pars Chordæ producta fuit quantitate Ce, quæ quantitas cum Sagittâ Cc certam relationem habet, quam suo loco indicabimus. 1284.

Pondus etiam, quo Chorda inflectitur, certam cum Vi, quâ fibra tenditur, id est, per BC trahitur, relationem habet; & ita in variis Experimentis ex comparationibus Sagittarum, & Ponderum, quibus Chordæ inflectuntur, Productionum proportionem determinari possunt, ut in sequentibus patebit. 1285.

Antequam autem distinctius hæc proportionem determinemus, generalia quædam explicanda sunt Phænomena, quæ ab Elasticitate pendent; & quæ eodem modo locum habent, quæcumque sint Elasticitatis Leges.

A a a

Quâ

Quâ de causâ eodem modo observantur, five Chordæ sint Metallicæ, five ex intestinis Ovium effectæ.

1286.

TAB.

XLIII.

Fig 2.

Sit Chorda tensa AB: & variis vicibus inflexa, in A ϵ B, A ϵ B, ACB; sed ita semper, ut Sagitta sit admodum exigua. Ponamus ϵ B Tensionem repræsentare; cum in his agatur de Sagittis minimis Lineæ, ϵ B, ϵ B, CB, vix superant ϵ B, & Productiones sunt insensibiles; quare positâ Lege Elasticitatis quacumque, exiguæ admodum Vires hæc dabunt Productiones: Error ergo non erit sensibilis, si in hisce dicamus ϵ B, ϵ B, CB, repræsentare respectivè Tensiones Fibræ, in hisce singulis Inflectionibus. Tensio autem Fibræ, in situ ut ACB, est Vis quæ punctum C per CB & CA trahit; & duplicata Sagitta repræsentat Vim, quæ idem punctum deorsum trahit *; quæ est *Vis inflectens*.
 *332. Hæc igitur, *quamdiu Sagitta est exigua, ad Vim tendentem, ante inflectionem, illam habebit rationem, quæ datur inter Sagittam duplicatam & dimidiatam Chordam*. Ex quâ Propositione sequentes deducimus conclusiones.

1288.

Pondere ad libitum tendatur Chorda, & minori quocumque inflectatur; mutatis hisce Ponderibus utcumque, si in eâdem ratione mutantur, non variatur Sagitta; si nempe hæc sit exigua, de hoc enim casu in his omnibus agitur.

1289.

Etiam, manente eâdem Tensione, Sagittæ minimæ sunt inter se, ut Vires inflectentes.

1290.

Chordæ etiam, quæ utcumque differunt, si sint ejusdem Longitudinis, & æqualiter tendantur, æqualibus Viribus æqualiter inflectuntur.

1291.

*Si Chordæ plures diversas habeant Longitudines, sed æquæ tensæ sint, & æqualibus Ponderibus flectantur, erant in singulis Sagittæ duplicatæ ut Chordæ dimidiatæ *; ideo*

*1287.

&

& ipsæ Sagittæ, ut Chordarum Longitudines.

Si Chorda utcumque tensa AB flectatur, ut Figuram ACB acquirat, & sibi relinquantur, Elasticitate ad primam Figuram redit; & in hoc casu Motus puncti C est acceleratus: nam in situ ACB Chordæ, Punctum hoc propellitur Vi, quâ in illo situ retineri potest; Motus hicce non destruitur, & ei superadditur, in singulis punctis Sagittæ, Velocitas communicata Vi, quâ Punctum C in illis retineri posset. Celeritas omnium maxima est in c; & eâ Punctum C ulterius fertur, deinde redit, variasque *Vibrationes* peragit; in quibus Punctum C, nisi parva Spatia non excurrit: quâ de causâ Vis, qua in omnibus distantis à c agitur Punctum C, est ut hæc distantia *. Et quia causa movens est Elasticitas Chordæ, transfertur causa hæc cum ipsâ Fibrâ ita, ut hanc, licet agitatam, premat, quasi quiesceret; quare Vis hæc est ejusdem generis cum Gravitate *. Congruit ergo Motus hicce cum motu Corporis in Cycloïde vibrati *, & *Vibrationes, licet inæquales, sunt æquæ diuturnæ.*

Positis duabus Chordis similibus, & æqualibus, sed inæqualiter tensis; Vires inæquales requiruntur, ut æqualiter inflectantur; ergo *Vibrationes* Temporibus inæqualibus peragunt.

Motus Chordarum harum conferri possunt cum Motibus Pendulorum in Cycloïdibus Vibratorum *, & similes Cycloïdes, Viribus diversis, describentium; quæ Vires sunt inversè ut Quadrata Temporum *Vibrationum* *: in Chordis ergo etiam *Quadrata Temporum Vibrationum sunt inter se inversè*, ut vires quibus æqualiter inflectuntur; quæ sunt ut *Vires quibus Chordæ tenduntur* *.

1294. *Quando Chordæ sunt similes, æquè tensæ, sed diversæ Longitudinis*, harum Motus cum Motu Pendulorum etiam confertur. Quando de diversis Gravitatibus in Motu Pendulorum agimus, attendimus ad Velocitates in similibus circumstantiis Corporibus communicatas; & quia Velocitates hæ sunt ut ipsæ Vires, ideo proportionem Virium memoramus; quod etiam ad præcedentis numeri demonstrationem referri potest.

In præsentī autem casu debemus ad Velocitates, in similibus circumstantiis generatas, attendere, & rationem Velocitatum cum ratione diversarum Gravitatum conferre.

TAB.
XLIII.
Fig. 1. 3.

Chordæ, ACB , adb , quæ Ponderibus æqualibus inflectuntur, agitantur ut Corpora in quibus Gravitates agerent, quæ forent inter se ut ab , ad AB ; in hac enim ratione sunt Velocitates infinitè exiguæ, quæ,
 138. Viribus æqualibus, hisce Corporibus communicantur: Chordæ etiam hæ moventur ut Pendula, quorum Longitudines sunt ut cB ad Db , aut AB ad ab *: ergo
 *1291. Quadrata Durationum Vibrationum, quæ sunt inversè
 433. ut Vires, & directè ut Longitudines Pendulorum, sunt in ratione compositâ ex inversâ ratione ab ad AB , id est, AB ad ab , & directâ ipsius AB ad ab ; quæ ratio composita est ratio Quadratorum Longitudinum. Chordarum igitur Longitudines sunt, ut Vibrationum Tempora.

1295. Simili ratiocinio comparantur Tempora Vibrationum Chordarum diversæ crassitie, positis Chordis æqualibus, & æqualibus Viribus tensis; hæ æqualibus Viribus æqualiter
 1290. inflectuntur; & ideo agitantur ut Pendula æqualia, in quæ agunt Gravitates, quæ sunt inversè, ut quantitate

tates materiæ in Chordis *; id est, inversè ut Quadrata Diametrorum; quæ ratio iterum invertenda est ad habendam proportionem Quadratorum Durationum Vibrationum *; Ideo *Diametri* ipsæ sunt ut Durationes. 138.
432.

*Datis Chordis ejusdem generis quibuscunque, Vibrationum Durationes inter se possunt comparari; sunt enim in ratione compositâ ex ratione inversâ Radicum Quadratarum Virium, quibus Chordæ tenduntur *, ratione Longitudinum Chordarum *, & ratione Diametrorum *. Multiplicando Diametrum per Longitudinem, dividendo productum per Radicem Quadratam Vis, quâ Chorda tenditur, & pro variis Chordis operationem hanc incundo, quotientes divisionum erunt inter se ut Vibrationum Tempora.* 1296.
1293.
1294.
1295.

De ipsis Legibus Elasticitatis nunc agam.

MACHINA.

Quâ Experimentis Leges Elasticitatis explorantur.

Pars hujus Machinæ præcipua est Assis AB, longus circiter Pedes tres; latitudinem habens unius Pedis, & crassitiem fere unius Pollicis. Pedibus insistit. 1297.
TAB.
XLIII.
Fig. 4.

Cum hoc Assē conjungitur Lignum crassius EF, cui inseritur Vectis ferreus, tres partes quartas Pollicis latus, & crassus; Hujus extremitates sunt inflexæ ita, ut ad angulos rectos ipsi Vecti insistant, & efficiant Brachiola duos Pollices longa. Vectis longitudo post inflexionem est trium Pedum. Hic in ligno EF absconditur; sola Brachiola D, D, apparent, non tamen integra. Ipsum Lignum EF cum Assē conjungitur Cochleis, quarum capita apparent in c, c.

Unicuique Brachio imponitur Lamella, qualem separatim 1298.

A a a 3

ratim

ratim exhibemus in G G; caudata hæc est in K; Cauda hæc Brachio inferitur, & Cochleâ M, auxilio Manubrii S, ita firmatur, ut omnino immobilis sit.

Cum hac ipsâ Lamellâ ansa cohæret H, per quam trajicit Cochlea I, cujus ope secunda Lamella L, prior minor, ipsi primæ G G conjungitur.

Lamella L, in medio superficiei superioris, ad exiguam profunditatem excavata est, ut Cochlea I, quæ in hanc Cavitatem penetrat, semper in eodem loco premat. Lamellæ ambæ chalibæ sunt, & superficies contiguas asperas habent.

1299. Fibra, aut Lamina, cujus Elasticitas exploratur, tenditur, & ipsius extremitates, ab utraque parte, inter indicatas Lamellas firmantur, ipsas comprimendo Cochleis *i, i*.

Fibra ita tensa parallela est superficiei E F, & trajicit Laminam cupream *n*, quam separatim in N exhibemus; & quæ in medio Fibræ suspenditur.

1300. Lamina major cuprea P cum ipsâ Machinâ conjuncta ita est, ut parallela sit plano E F, & superficies anterior paulò minus distet ab hoc plano quàm ipsa Fibra.

1301. Super hac Laminâ liberrimè rotatur Index Q R; hujus Motus mensuratur divisionibus portionis Circuli, cujus Diameter est unius Pedis. In hujus circumferentiâ centum divisiones occupant Pollices sedecim; quæ divisiones in minores subdividi possunt.

Axis Indicis ad partem posticam Laminæ P retinetur, ne motus Indicis impediatur; nam hic caudatus desideratur, ut in omni situ sit in æquilibrio.

1302. Inter Laminæ P superficiem & ipsum Indicem, cum eodem

eodem axe cohæret Trochlea tenuior, quæ cum Indice movetur: si tamen illa retineatur, hujus situs mutari potest; ut in Horologio, manentibus Rotis, Indicis situs mutatur.

Duobus fulcis angustis circumdatur Trochlea; qui superficiei proximus est, recipit Catenam, illis similem, quæ in Horologiis portatilibus adhibentur; Diameter, in fundo fulci mensurata, additâ latitudine Catenæ, est trium partium quartarum Pollicis. Sulcus alter recipit Filum sericum, & Diameter Trochleæ in fundo hujus fulci mensurata, additâ Diametro Fili, quoque est trium partium quartarum Pollicis.

Catenæ extremitas una in sulco firmata est, & ipsa 1303. pro parte Trochleam circumit; pars Catenæ reliqua verticaliter deorsum tensa, ipsi Laminæ N, suspensæ in medio Fibræ, respondet. In Laminæ hujus N superiori parte prominentia datur o; in quâ juxta crassitiem incisio datur; hanc trajicit Fibula tenuissima, quam amplectitur Uncus, in extremitate Catenæ cum hac cohærens. Filo, quod juxta contrariam Directionem circumdat Trochleam, conjungitur Cylindrus cupreus T, exactissimè ejusdem ponderis cum Laminâ N & adhærente Unco V. Duplicem usum Cylindrus hic habet; tensam semper servat Catenam, & sustinet Laminam N cum Unco V; quibus ergo non gravatur Fibra.

Adhibitâ hac Machinâ Leges Elasticitatis explorari 1304. posse, ex ante explicatis * sequitur.

* 1284.
1285.

Si Fibra, aut Chorda, metallica tensa sit, applicatis in medio successivè variis Ponderibus, Sagittæ notari poterunt. Lamina N trahit Catenam; hæc circumdat Tro-

^{*1301.}
^{1302.} Trochleam, cujus Diameter decimam sextam partem valet Diametri Circuli divisi, quem Indicis extremitas percurrit *; singulæ autem Divisiones hujus Circuli, respondent centesimis partibus Pollicis in Sagittâ.

Datis autem Sagittis, inter se Productiones conferri possunt; & Tensionum augmenta, quibus illæ debentur, determinari poterunt; sed maximis incommodis obnoxia est hæc Methodus. Hac ipsâ, mutatis Ponderibus juxta progressionem Arithmeticam, ad regularem seriem Productionum, & Tensionum, pervenire non potui, nisi adhibitis correctionibus in Sagittis, minoribus quidem, & millesimam Pollicis partem vix superantibus. Cùm tamen, neglectis his correctionibus, quæ difficulter deteguntur, & tamen investigandæ sunt, quia minimi hi errores vix evitari possunt, nihil regulare detegamus, aliam Methodum quæsi; hoc ipsum eo magis necessarium duxi, quod, ubi Sagittæ sunt majores, id est, ad Pollicem unum accedentes, aut hunc superantes, & alia irregularitas detegatur, quam nimis inflexioni in medio tribuendam credo.

1305. Hisce de causis mediam quandam Sagittam selegi, juxta quam in omnibus Experimentis inflexi Fibræ; nullasque alias desiderari inflexiones, in ipsis Experimentis patebit.

1306. Minores autem Sagittas usu venire, ubi de ipsâ Tensione, ante inflexionem, determinandâ agitur, ex ante dictis sequitur *.

^{*1287.}
1307. Sagitta media quam adhibeo, est 0,4. Pollicis. Productio *Ce*, partis *CB*, in hoc situ detegitur, dividendo Quadratum Sagittæ *Ce* per Diametrum Circuli, cujus Arcus est *ce*, id est, per *AB* *; quæ longitudo in-

nostrâ

nostrâ Machinâ est 34,5 Poll. Est ergo Cæ æqualis 0,0046. Poll.; id est, non attingit ducentesimam Pollicis partem, & totius Fibræ Productio parum deficit à centesimâ Poll. parte; valet 0,0092. Pollicis.

Hanc autem detegimus Elasticitatis generalem Legem, *Productionem Fibræ, cæteris paribus, sequi proportionem Vis producentis.* 1308.

Fibra, ut vidimus, non habet Elasticitatem, nisi certâ Vi tensa sit *; dum ita tenditur, producitur; * 1280.

Ponimus Fibrâ ita tensam ut sit Elastica; superadditâ Vi quâcumque, dicimus Productionem, ex hac oriundam, sequi proportionem hujus ipsius Vis.

EXPERIMENTUM

Utimur Chordâ æneâ, quales in quibusdam Instrumentis Musicis adhibentur. In Experimento, quod nunc exponam, talem adhibui, quæ ponderabat Grana 24. Erat hoc pondus partis tensæ inter Lamellas quæ ipsam retinent; hujusque partis Longitudo est, ut diximus, triginta quatuor Pollicum cum semisse *.

1309.
TAB.
XLIII.
Fig. 4.

Chorda Machinæ applicatur *; primùm firmatur extremitas una, Forficibus trahitur extremitas altera, quæ inter Lamellas, ut GG, & L, transit, tenditurque Chorda, cujus tunc extremitas hæc altera quoque firmatur, conversione Cochleæ i.

* 1307:

1310.
* 1299.

Transit Chorda per aperturam O, ut diximus; in hujus parte superiori levis datur incisio, ut eidem puncto Laminæ semper respondeat Chorda.

Pondere, quod Drachmam valet, aut hanc paulò excedit, gravatur Uncus V Laminæ N, notatur divisio cui Index respondet; & duabus, tribus, aut quatuor

1311.

Drachmis gravatur ulterius Lamina, & spatium ab Indice percursum notatur. Eo determinamus augmentum Sagittæ minoris, ex additione unius Drachmæ; variisque tentaminibus inter se collatis omne dubium removetur. Quamdiu Sagitta decem divisiones non excedit, id est, minor est decimâ parte Pollicis, crescit, & minuitur, hæc juxta rationem Ponderis inflectentis; unde sequitur Tensionem in hisce Inflexionibus non mutari *.

* 1289.

Augmentum Sagittæ detectum valet ipsam Sagittam, ubi integrum Pondus inflectens valet Drachmam unam.

1312. Hac detectâ, determinandum augmentum Sagittæ ex pondere ipsius Chordæ. Hæc, sibi permixta, incurvatur pondere suo; sed, quando in medio gravatur, haberi potest pro constante ex duabus Lineis rectis; quæ, cum in extremitatibus aliis sustineantur, dimidiato suo pondere in Medio agunt; neglectâ nempe exigua inclinatione ad Horizontem.

1313. Tentaminibus indicatis detexi, tres Drachmas dare Sagittam, quæ valet 4; appendo hoc Pondus trium Drachmarum, & habeo Pondus inflectens trium Drachmarum, cum duodecim Granis, aut quintâ Drachmæ parte, propter Chordæ pondus. Huic respondens Sagitta est $4\frac{1}{4}$, si huic divisioni respondeat Index, ipsæ divisiones veras magnitudines indicant Sagittarum. Si cum aliâ divisione Index conveniat, situs ipsius mutari potest *; sed, cum difficulter hoc ita fiat, ut exactè desiderato puncto respondeat, satis in hisce est observare, in hoc Experimento, initium divisionum removeri à puncto, cui nunc Index respondet, quatuor divisionibus cum quartâ parte; & habebimus de-

* 1302.

tectum

testum situm Indicis, quando Sagitta valebit quadraginta, aut quatuor decimas Pollicis partes. Situm hunc habuimus, quando Pondus inflectens valuit Uncias quatuor cum semisse; id est, Drachmas triginta sex.

Repetitum eodem modo fuit Experimentum, auctâ 1314.
Chordæ Tensione ita, ut, appenso Pondere unius Unciæ, Sagitta esset quinque; hanc habuimus quadraginta, appenso Pondere octo unciarum cum Drachmis sex.

Iterum Tensio fuit ita aucta, ut, appensâ Unciâ unâ, 1315.
Sagitta esset quatuor; fuit hæc quadraginta, appenso Pondere decem Unciarum cum Drachmis sex.

Initâ computatione cum Sagittis minoribus *, 1316.
degitimus Tensiones ante ullam inflexionem, hisce proportionibus. In primo Casu *, * 1287,

$0,04 : 8,625 :: 3.Dr. : 6486.Dr. = 5.Lib. \& 7.Drach. fere.$
In secundo casu,

$0,05 : 8,625 :: 8.Dr. : 1380.Dr. = 11.Lib. demta dimidiata Unc.$
In tertio casu,

$0,04 : 8,625 :: 8.Dr. : 1725.Dr. = 13\frac{1}{2}.Lib. demtis Dr. tribus.$

Si in hisce tribus occasionibus, auctâ inflexione, Tensio non augeretur, cresceret Sagitta ut Pondus inflectens *. Tunc Sagitta valeret $0,40$, in primo casu, * 1287,
appenso Pondere Drachmarum triginta. In secundo casu Pondere semi Libræ. In tertio Pondere decem Unciarum. In his autem tribus casibus, augenda fue-
re hæc Pondera æqualiter, sex nempe Drachmis. Augmentum autem Tensionis ex his sex Drachmis detegimus, hac Proportionem *, * 1287,

$0,40 : 8,625 :: 6.Dr. : 129,4.Dr. = 1.Lib. cum 1\frac{1}{2}.Dr. fere.$

1317. Experimentum eodem modo procedit datâ aliâ Tensione quacumque; unde sequitur, auctâ Tensione quantitate, quæ valet Libram unam cum sesqui Drachmâ, semper Productionem Fibræ valere 0,092. Poll.; si æquale Pondus iterum superaddatur, Productio nova quoque priori æqualis erit, duplumque Pondus duplicatam dat Productionem; & Experimentum evincit, hanc illius
- * 1308. Proportionem sequi; ut supra diximus *.
1318. *In Chordis ejusdem generis, crassitie, & æqualiter tensis, sed diversæ Longitudinis, Productiones, quæ ex superadditis æqualibus Ponderibus oriuntur, sunt inter se ut Chordarum Longitudines.* Chorda enim in omnibus punctis est æquē tensa: Productio ergo integræ Chordæ est dupla Productionis hujus partis dimidiæ, aut Chordæ dimidiæ Longitudinis.
1319. *Productiones Fibrarum ejusdem generis, & crassitie, sunt ergo in ratione compositâ Longitudinum, & Ponderum quibus*
- * 1308. *producuntur* *.
- Si crassitie Fibræ differant, quamvis sint ex eâdem
1320. *Materiâ, Vires, quæ æqualiter producunt Fibras, Longitudine æquales, non sunt inter se, ut Materiæ quantitates in Fibris; & in Experimentis, quæ adhibitis diversis Chordis tentavi, hanc rationem aliquando majorem, aliquan-*
1321. *do illâ minorem, detexi. Unde sequitur majorem, aut minorem, Elasticitatem, in Corporibus ejusdem generis, cæteris paribus, pendere à peculiari quâdam partium dispositione. Quod etiam deducitur ex iis quæ de Elasticitate, in initio hujus Capituli, observavimus* *.
- * 1182.

C A P U T XIII.

De Laminarum Elasticitate.

EX iis, quæ de Fibrarum Elasticitate diximus, deducimus quæ ad Laminas pertinent. Lamina enim potest haberi pro congerie Fibrarum, quamvis ex harum conjunctione singularum Elasticitas mutetur *; si ^{1322.} Laminam tenuem, non admodum latam, consideremus, de ipsius Productionibus, appensis Ponderibus, Experimenta instituere poterimus, eodem modo, ut cum Fibris. Experimenta hæc demonstrabunt eandem legem Elasticitatis, quam superius indicavimus *, & ^{* 1308.} hic locum habere; nempe, *Productionem Laminae sequi* ^{1323.} *rationem Vis quâ producitur.*

EXPERIMENTUM I.

Experimentum hoc eodem modo instituitur ut illud, quod in præcedenti Capite fuit explicatum *; loco Chordæ Elasticæ Lamina adhibetur. ^{1324.}

Duobus usus sum Elasteriis ex iis, quibus motus communicatur Horologiis portatilibus; resectis extremitatibus perforatis, unum ex his in partes duas æquales fuit divisum; quæ junctæ fuere extremitatibus aliis, firmiter admodum.

Junctæ hæc Elasteria Laminam effecerunt longam Pollices triginta & octo cum quartâ parte; & quæ ponderat grana octoginta quatuor; duplicata autem Lamina est in locis conjunctionum; quare Pondus hoc tribuendum est Laminæ triginta novem Pollices longæ. Pars, quæ inflexione producitur, longa est Pollices triginta quatuor cum semisse; additis partibus duplicatis,

tis, longitudo est triginta quinque Pollicum cum quartâ parte, & ponderat hæc Grana septuaginta & septem; & Pondus inflectens quodcumque augetur Granis triginta tribus *, id est, Pondus hoc addendum fuit Ponderi applicato, ut Pondus inflectens determinaretur. Nos tria Grana negleximus.

1325. Lamina hæc Machinæ applicatur, tenditur, & firmatur, ut de Chordâ dictum *; sed Forfices, Cochleâ instructæ, adhibendæ sunt. Transmittitur Lamina per foramen O; cujus latitudinem, Laminæ latitudo occupat; dum tamen liberè per foramen transit.

Hæc nunc sunt diversa Tentamina.

1326. Duæ Unciæ cum semisse dabant Sagittam decem; & octodecim Unciæ Sagittam quadraginta.

1327. Quatuor Unciæ Sagittam decem; viginti quatuor Unciæ Sagittam quadraginta.

Hæc habuimus in Tensionibus minoribus; inutile est medias memorare, transeo ad majores.

1328. Octo Unciæ dabant Sagittam septem; quinquaginta & tres Unciæ, cum tribus partibus quartis, dedere Sagittam quadraginta.

1329. Octo Unciæ dabant Sagittam septem; sexaginta & una Uncia cum semisse dabant Sagittam quadraginta.

1330. Computationes ineuntur, ut de Chordis dictum *.
*1316. In hoc autem Experimento Pondus inflectens, datâ Sagittâ quadraginta, semper octo Unciis superavit Pondus, quo seposito augmento Tensionis, hæc Sagitta haberetur.

Ipsæ autem Tensiones fuere.

- *1326. In primo Tentamine *, fere tredecim Librarum cum semisse.

In secundo * paulò superavit viginti & unam Libram * 1317.
& octo Uncias cum semisse.

In tertio * fuit Librarum sexaginta & unius cum * 1318.
Unciis novem cum semisse.

Et tandem in ultimo * duabus Unciis deficiebat * 1319.
à Libris septuaginta duabus.

Singulisque in Tensionibus hisce, admodum differentibus inter se, habuimus Productionem eandem, nempe 0,0092. Poll., auctâ Tensione Libris decem cum Unciis duodecim cum semisse.

In omnibus aliis Tensionibus à nobis examinatis idem habuimus.

Ergo Conclusiones, quas ex Experimento Capitis 1331.
præcedentis deduximus *, & ex hoc sequuntur. * 1317.

Laminæ Elasticæ pleræque se ipsas sustinere possunt; id est, firmatâ unâ extremitate, Lamina, pondere suo, parum flectitur; si Vi extraneâ flectatur, sibi permessa movebitur variasque Vibrationes peraget, ut de Fibrâ tensâ antea demonstratum *. 1318, 1319.
1332. * 1292.

In tali Inflexione Lamina, in punctis diversis, diversâ Vi producitur; id est, si concipiamus Laminam, in innumeras partes infinitè exiguas & æquales, divisam, in inflectione partes hæ inæqualiter producuntur.

*Si unius tantum particulæ Productio daretur, cùm hæc 1333.
sequeretur rationem Vis producentis *, sibi permessa, * 1308.
Tempore æquali, semper rediret ad pristinum situm; hinc enim applicare possumus demonstrationem de Motu Librarum *. 1292.*

Diversæ verò particulæ, separatim productæ, non 1334.
æqualibus Temporibus redirent; quia diversas Materiæ quan-

quantitates secum traherent; non enim agitur de partibus separatis.

Ubi verò Elastrium flectitur, & sibi permittitur, eodem Tempore partes omnes Vibrationem peragunt; accelerato quarundam Motu, dum aliarum retardatur; ut in Pendulo composito *.

In diversis autem totius Laminæ Inflexionibus accelerationes hæ, & retardationes, ab eadem causâ pendent; nempe à materiâ movendâ Actionibus diversarum particularum Laminæ.

Ex his deducimus, cum Actiones hæ separatim agentes, in Inflexionibus quibuscumque, æquali semper Tempore Motus absolverent *; has & nunc, ubi semper ab iisdem causis mutantur, æquali Tempore quoque Motus absolvere; idèdque omnes Vibrationes ejusdem Laminæ, utcumque inæquales, esse æquè diuturnas; Laminamque agitari juxta Leges Penduli in Cycloide oscillati; ita enim Pendulum hoc agitari post N.^m 414. demonstravimus.

Leges hæ sunt, ut Actio in Corpus, in singulis punctis Viæ percurrendæ, sit ut distantia puncti à loco in quo Corpus quiescere potest *; & ut Vis talis sit, quæ agat in Corpus motum ut in Corpus quiescens *; qualem esse Vim Elasticitatis in Capite præcedenti vidimus *.

Unde deducimus, varias ejusdem Laminæ Inflexiones proportionales esse Viribus quibus Lamina in his Inflexionibus retinetur. Sit Lamina AB, cujus extremitas A fixa est, duabus retineatur Viribus, in situ A b & A b; si una fuerit alterius dupla, b b & b B erunt æquales.

1337.
TAB.
XLIV.
Fig. 8.

EXPERIMENTUM 2.

Lamina A ex variis Laminis Elasticis junctis constat;

The-

Thecæ B inferitur; ibique ad latus utrumque movetur inter Regulas ut cd , cd ; Fila duo supremæ parti Laminæ annectuntur, & per foramina, in fundo Thecæ, immittuntur, jungunturque Lamellæ cupreæ E; cum quâ etiam in medio Filum aliud cohæret, cui appenditur Pondus P Semi-libræ. Descendit Lamella per spatium Semi-pollicis; superaddito æquali Pondere, descensus iterum est Semi-pollicis; & sic ulterius, donec non amplius comprimi possit Lamina.

Unaquæque Lamina minor proportionaliter ad Pondus inflectitur *, & Motus Ponderis, ex omnibus Inflexionibus junctis, eandem proportionem sequitur. Cum pluribus Laminis junctis Experimentum instituitur, quia in variis Inflexionibus directio Actionis Ponderis in Laminas sensibilibiter non mutatur.

Quæ de Inflexione Laminarum dicta sunt, ad Laminam curvam ACB transferri possunt; si hæc duobus Ponderibus gravetur ut situs acb , acb , acquirat, & Pondera sint inter se, ut unum ad duo, distantia cc & c C erunt æquales *; Introcessiones igitur puncti C sunt, ut Pondera quibus Lamina gravatur: quod etiam referri potest ad Introcessiones plurimarum Laminarum junctarum.

Integram Actionem, quâ Elastrium flectitur, determinabimus colligendo in unam summam omnes Actiones minimas, quibus successivè Inflexio augetur.

Sit AB Spatium in Inflexione percursum; & BC Vis, quæ in eo situ retinet Laminam flexam; ductis AC, ut & DE parallelâ BC, erit DE proportionalis Actioni, quæ, in Inflexione AD, retineret Laminam *. Dum hæc flectitur, transit per omnes Inflexiones

Ccc

nes

1338.

* 1336.

1339.

TAB.
XLIII.
Fig. 6.

* 1336

1340.

TAB.
XLIII.
Fig. 7.

* 1336

nes intermedias, inter minimam Inflexionem & maximam AB; & Actio integra, quâ ita Lamina fuit flexa, valet omnes Actiones simul, quibus in singulis Inflexionibus minoribus, per quas transiit, retineri potuisset. Summa hæc exhibetur per superficiem Trianguli ABC; ut patet, si hîc referamus quæ in N°. 373. & N°. 750. & seq. continentur.

Vis, ergo, integra in Inflexione AD ad Vim integram in Inflexione AB, ut Triangulum ADE ad
 1341. Triangulum ABC; Unde patet *Vires Integrae Inflexentes esse in ratione duplicatâ ipsarum Inflexionum* *.

19. EL. VI. 1342. Ponamus appenso, aut applicato, Pondere Inflexionem fieri; sitque BC Pondus, quo in Inflexione AB retinetur Lamina. Integra Actio Ponderis, dum hoc descendit per AB, quæ sequitur rationem Ponderis ipsius, & rationem Spatii descendendo percurssi, proportionalis est, integræ superficiæ ABCG *, quæ duplo major est Triangulo ABC *; & Productum Ponderis BC, quod inflexam retinet Laminam, per ipsam Inflexionem AB, quæ æqualis est Spatio descendendo à Pondere percurso, duplum valet integræ
 23. EL. VI. 41. EL. I. 1343. Vis flectentis, id est, *integra Actio, quâ Elastrium fuit flexum, valet Vim, quam acquirit Pondus memoratum, cadendo ab altitudine quæ valet dimidiatam Inflexionem.*

* 1341. 1083. Elastrium, dum relaxatur, Actionem præstat æqualem illi, quâ fuit flexum, si perfecta sit Elasticitas *;
 1344. ergo *Vires, Relaxationibus Elastrii communicatæ, sunt ut Quadrata Inflexionum* *: Et *Velocitates sunt ut Inflexiones* *;
 1345. 753. 1336. *quæ sunt ut Vires, quibus in situ Elastrium retinetur* *.

EXPERIMENTUM 3.

1346. Omnia fere quæ, in Exp. 2. Capitis II. hujus Libri *,

bri *, indicata fuere, & hîc usu veniunt; positis ergo quæ in N. 778. habentur; observandum Retinacula pq , pq , (TAB. XXVI. Fig. 3.) à Laminâ cui applicantur, esse removenda, antequam hæc suo loco firmetur.

Axis quoque ts (TAB. XXVI. Fig. 2.), cum Malileo m cohærens, removetur. Hæc omnia facile, relaxatis cochleis minoribus, tolluntur. Orbiculus R sustentaculis p , p , imponitur, & liberrimè rotatur.

Suspensio, ut dictum, Rectangulo A, ipsi inseritur Cylindrus, quo Massa sit 4; ut in casu secundo Exp. memorati secundi Cap. 2. hujus Libri. Lingula Elastarii respondet foramini in Laminâ gf , à quâ Retinacula fuere remota. Filum tenue transmittitur per foramen in anteriori parte Lingulæ *; & trajicit filum duplicatum Laminam fg , ut & sequentem bc , & circumponitur orbiculo r . TAB. XLIV. Fig. 1.

Appenditur Pondus P trium Librarum; junctis primùm nodo Fili extremitatibus. Filum Forficibus subitò rescinditur inter Orbiculum r & Laminam bc ; duplicatum autem est Filum, sed unum ex his tantùm rescinditur; Corpusque liberatum adscendit ad divisionem 5.^a. * 739.

Si pro tribus Libris quinque appendamus, Corpus adscendit ultra divisionem 8.^a. 1347.

Velocitates ergo sunt, ut 52. ad 86. cum semisse, aut ut 3. ad 5.; id est, ut Pondera appensa.

Hoc ipso Experimento defectum Elasticitatis ipsius Elastarii determinare possumus; conferendo adscensum Ponderis projecti, cum descensu Ponderis Inflectentis, ut in Scholio sequenti demonstramus; in quo etiam 1349.

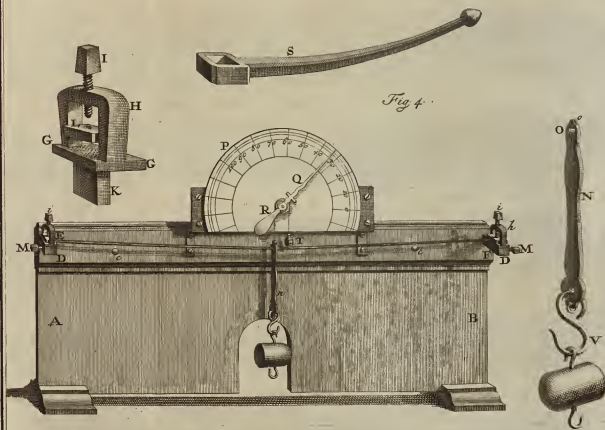
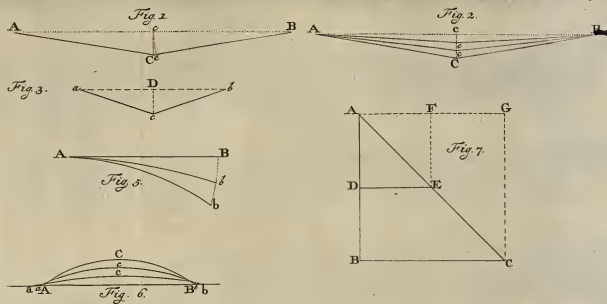
videbimus, quomodo Tempus ipsum, in quo Elast-
erium fuit relaxatum, determinetur.

1350. In Elastério, quo, in hoc & aliis Experimentis, usi
fuimus, Elasticitas se habet ad Elasticitatem perfectam,
ut 11. ad 12. proximè, attendendo ad Vires commu-
nicatas; Velocitas autem quam communicat Elastrium
hoc, ad Velocitatem, positâ perfectâ, Elasticitate, ut
22. ad 23. proximè, & in hoc nostro Experimento,
datâ hac perfectâ Elasticitate, Velocitates fuissent
5,43. & 9,03.

1351. Tempus, quo hoc ipsum, quo utimur, relaxatur E-
lasterium, quod Tempus idem est sive Elastrium mi-
nus sive magis flectatur *, vix superat duas centesimas
vigefimas nonas partes unius minuti secundi, quando
1352. propellit Corpus, quo in hoc Exp. usi fuimus. Si Cor-
pus motum differat, Tempus est inversè ut Velocitas
communicata, aut directè in ratione subduplicatâ
Massæ.

1353. In ultimo Experimento Filum trajicit duas Laminas
fg, bc; quia usus sum eâdem Machinâ, quam in Expe-
rimento 2^{do}. Cap. 11. hujus Libri adhibui *, æquè tamen
exactè simpliciori Machinâ demonstrari potest; sed
inutile est duas adhibere Machinas, ubi una sufficit.
Non tamen inutile credo & hanc simplicioremi indi-
care.

1354. Lamina cuprea *DBC*, ita flectitur, ut ambæ hujus
partes *DB, BC*, Angulum contineant rectum. Parti
TAB. XLIV. *DB* adhæret, & huic ad Angulos rectos insistent, La-
mina *E*, cum quâ cohæret Cochlea *b*. Pars hæc *DB*
Fig. 2. 3. Tabulæ * applicatur, ut in Fig. 4. & 5. videmus; per
scissuram horizontalem in Tabulâ penetrat memorata
Lami-



Lamina E, quæ in ipsâ hac scissurâ paululùm moveri potest, quod in Experimento desideratur *; firmatur * 778. 743i autem cochleâ *bq*, interpositâ Laminâ cupreâ *l*, ne Lignum lædatur.

Hiscæ positis, Lamina BC ad angulos rectos ipsi Tabulæ * insistit; verticalis est, & perforata in * 760. L. Orbiculus R, circa axem liberrimè volubilis, huic ipsi Laminæ BC adhæret, axeos extremitatibus in sustentacula *p*, & *p*, penetrantibus, & versationes habentibus.

Circa ipsum Experimentum difficultatem nullam dari
Figura ipsa satis demonstrat. 1355.

Adhibitâ hac eâdem Laminâ, etiam facile institui-
mus ipsum Experimentum 2. Cap. 11. hujus Libri; 1356.
supra indicatum; sed in hoc non dentata ad latera, TAB.
sed perforata desideratur Elastarii Lingula *. Remo- XLIV.
vetur Orbiculus R, cum sustentaculis: Rectangulum Fig. 5.
suspenditur, ut in dicto Experimento; Lingula Ela- * 739.
sterii in foramen L intruditur ita, ut unum aut alte-
rum foramen ipsius Lingulæ ad posticam Laminæ BC
partem perveniat; Foramini huic inseritur Fibula M, ex
filo æneo effecta: Elastarium nunc flexum est, potestque,
propter diversa in Lingulâ foramina, Inflexio variari;
relaxatur Elastarium, subitò deorsum trahendo Fibu-
lam M; cui, ut hoc magis commodè fiat, alligatur
Funiculus T. Reliqua non differunt ab iis, quæ in
memorato Experimento *, indicantur. * 778.

Hac Methodo, quamvis rudiori, satis tamen accu-
ratè Experimenta procedunt, ut dubium circa con- 1357.
clusionem dari nequeat; quia facile patet aliquid de-
fectui Machinæ tribuendum esse.

1358.

* 1095.

Si in Experimento I. Cap. VI. hujus Libri *, quoque velimus recedere à Methodo perfectiori, ibi memoratâ, poterimus uti Methodo, illi simili quam nunc dedimus.

TAB.

XLIV.

Fig 6.

* 773.

Loco Machinæ, quam cum Rectangulo conjungimus, & cujus descriptio habetur in N°. 1090. & seq., utimur Laminâ cupreâ, flexâ, ut in *gf*, exhibemus; quam etiam cum Rectangulo * conjungimus, ope duarum Cochlearum, per foramina, quorum unum videmus in *o*, penetrantium. Laminæ pars anterior *fg* in medio perforata est in L.

TAB.

LXIV.

Fig. 7.

* 1095.

* 1356.

Laminam hanc cum rectangulo conjunctam in Fig. 7. in B exhibemus. Rectangulum A Elastrium conjunctum habet, ut in præcedentibus Experimentis. Corpora hæc suspenduntur, ut diximus in Experimento de quo nunc agitur *; Lingula Elastrii in foramen Laminæ *fg* intruditur, & Elastrium flectitur, retineturque Fibulâ M, ut supra vidimus *.

Ut Corpora separentur, Funiculo T, ex foramine Lingulæ Elastrii, Fibula M extrahenda est; sed Fibula, quibus Rectangula suspenduntur, ita producantur, ut, separatis Rectangulis, agitatio admodum irregularis sit. Incommodum hoc removemus si clavum, ex crassiori Filo æneo, in Tabulam juxta quam Corpora moventur, perpendiculariter ad superficiem, inseramus, ut in S exhibemus; tunc, trahendo Funiculum T, parum admodum descendet Lamina *fg*, ita enim clavus positus est, & motus satis regularis erit.

1359.

* 1095.

Reliqua, in ipso indicato Experimento *, videri possunt. Si hac Methodo Experimentum hoc instituamus, expensæ admodum minuuntur; sed non in omnibus

in omnibus cum demonstratis Experimenta conveniunt; errores autem ipsi Machinæ tribuendos esse, distinctius patet, si singula tentamina, transpositis Massis, repetantur. Si ex. gr. Massa B sit quatuor, & A tria; repetendum erit Experimentum, positis Massis, A quatuor, & B tria.

Cum hæ ultimæ Methodi *, quibus ipse olim usus sum, admodum simplices sint, non inutile credidi has hic indicare; non autem antea harum mentionem feci; quia omnia, de quibus hic agitur, Experimenta ad hoc Caput propriè pertinent; ordo tamen Demonstrationum postulavit, ut ipsa Experimenta antea exponerentur; quare pro singulis unicam tantum Methodum, & quidem maxime perfectam, explicavimus.

* 1354.
1356. 1358.

S C H O L I U M.

Explicatio Num. 1350. 1351. 1352.

Superius vidimus, in nostrâ Machinâ Corpus elevari ad altitudinem unius Pollicis, quando agitur Velocitate 14,6. *; sed in illis Longitudo Filorum, quibus Corpus fuit suspensum, diversa fuit ab câ, quæ obtinuit in Experimentis, de quibus nunc agitur, ut & iis, quæ antea cum Elastério fuere instituta *; in his Adscensus est unius Pollicis, quando Velocitas est 14,2.

1360.
* 883.

Altitudines sunt ut Quadrata Velocitatum *; ergo

* 779. 780.
781.
* 381. 399.

estque hæc Altitudo, ad quam in Experimento * Corpus pervenit; quam si multiplicemus per Pondus ipsius Corporis, Productum exprimet Actionem Elastèrii.

* 1347.

Rectangulum cum adjectis * ponderat Uncias quatuor cum parte quartâ; quadruplum fuit Pondus in Experimento, & valuit Libr. $1\frac{1}{64}$; Actio Elastèrii valuit ergo 0,1342.

1361.
* 771.

Actio, quâ Elastèrium fuit flexum, quæ valet Actionem, quâ, positâ perfectâ Elasticitate, relaxatur, habetur multiplicando dimidiatam Inflexionem per Pondus trium librarum *.

1362.

* 1343.

In- 1347.

- * 778. Inflexio Elastarii, in Exp. 2. Cap. 11. *, fuit 0,16. Pol.; & relaxatum;
 * 780. Corpori, eadem de quo nunc agitur, communicavit Velocitatem 8,4 *; Ve-
 * 1345. locitates autem, quando agitur de eodem Corpore, sunt ut Inflexiones *; Ergo
 $84; 52 :: 0,16; 0,099 =$ Inflexioni quæsitæ.

Multipliatâ hac Inflexione per tria, dimidium Producti 0,297, id est, 0,1485, dat Vim quæsitam.

1363. Habemus igitur perfectam Elasticitatem, ad veram, ut 1485, ad 1362 *,
 id est, ut 495 ad 454; proximè ut 11 ad 12.
 1364. Cum autem Vires sint ut quadrata Velocitatum *, Velocitas, quam Elaste-
 * 753. rium communicavit, se habet ad Velocitatem, positâ perfectâ Elasticitate, ut
 22. ad 23. proximè.

- * 1347. Et in Experimento, de quo nunc agimus, Velocitates, quæ in primo * &
 * 1348. secundo * tentamine fuere 5,2., & 8,5., datâ perfectâ Elasticitate, fuissent
 5,43. & 9,03.; ut hæc omnia in N. 1350. indicavimus.

1365. Tempus, in quo, Elastrium de quo agitur, relaxatur, semper idem est,
 * 1335. quamdiu idem Corpus propellitur; examinabimus nunc casum, antea memo-
 * 1362. ratum in N°. 780 Inflexio fuit 0,16 *, & Velocitas 8,4.

In Experimentis, de quibus agitur, Longitudo Penduli agitati est Poll.
 50,5; & dum Corpus suspensum movetur, describit hoc arcum Circuli, cu-
 jus Diameter est Poll. 101, & quando Velocitas est 14,2 Sinus arcus descri-
 pti est decem Pollicum; cui respondet Arcus 11. gr. 25". Arcus in Experi-
 mento descriptus hac proportionem detegitur,

$$142; 84 :: 110,25'; 60,45'.$$

cujus longitudo est 5,929. Poll.

- Duratio Vibrationis Penduli, cujus Longitudo est Poll. 50,5., est 1",1524;
 & in dimidio hujus Temporis, id est in 0",5767 Corpus, percurrit Arcum
 5,949. Pollicum; Elastrium, dum relaxatur, movetur juxta Legem Penduli
 * 1335. in Cycloide oscillati *, & potest considerari, quasi Arcum percurreret simi-
 * 449. pora *; ideo

$$5,949; 0,16 :: 0'',5767., 0'',0155. = \text{Tempori quæsito.}$$

Hoc Tempus vix superat $\frac{2}{129}$. unius Minuti secundi; ut in N°. 1351. dixi-
 mus.

1366. Tempus hoc, cæteris manentibus, sequi rationem inversam Longitudinis Ar-
 cûs percurfi, ipsa computatio demonstrat; dum hic ipse Arcus sequitur rationem
 * 412. Velocitatis *. Qui casus, si manente Inflexione mutetur Elasticitas, exstat.

1367. In eandem durationem incidimus aliâ Methodo; in quâ usu veniunt quæ in
 * 1362. initio hujus Scholii habuimus; nempe Inflexionem Elastarii esse 0,099 *,
 * 1360. quando ascensus Verticalis Corporis Elastrio projecti est, 0,1341. Poll. *.

1368. Si nunc aliud notum sit, Corpus in 1". cadere ab altitudine 187,6644.

- * 415. 470. Poll. *, detegimus Tempus casû ab altitudine 0,1341. Poll.; estque 0",0167 *.
 * 374. Inflexio Elastarii fit juxta easdem Leges, juxta quas movetur Corpus, quod
 * 1369. Motum amittit imprimendo in Corpore molli Cavitatem Parabolicam, de quâ
 * 891. 893. supra egimus *; quare & hic in Relaxatione Elastarii locum habet Regula
 * 1335. N^o 1.

N^o. 897, si pro Profunditate Cavitatis ponamus Elastarii Inflexionem 0,099; & pro Altitudine, ibi memoratâ, ipsam, ad quam Corpus fuit projectum 0,1341. Poll.

Positâ Diametro ad circumferentiam, ut 113. ad 355; hanc habemus Proportionem

$$0,1341 \times 113; 0,099 \times 88,75 :: 0'',0267, 0'',0155.$$

Detegimusque iterum 0'',0155.

Est hoc Tempus, quo Elastrium relaxatur: si de hujus Inflexione ageretur, Tempus minus esset; quia ubi inflectendum est Elastrium, eâ Velocitate est projiciendum Corpus, quâ hoc repelleretur si perfecta esset Elasticitas; & Tempus minuitur, quando de eadem Inflexione agitur, in ratione in quâ Velocitas augetur *.

Si Massa mutetur, reliquis manentibus, Velocitas sequitur rationem inversam subduplicatam Massæ *; cujus inversa est ipsa hæc ratio directâ, quam Tempus sequitur *; ut in N^o. 1352. diximus.

* 1366.

1371.

* 731. 754.

* 1366.

C A P U T XIV.

De Solidis Elasticis.

IN duobus Capitibus præcedentibus de Fibris, & Laminis, egimus; primum solam Longitudinem consideravimus, postea Longitudinem cum Latitudine; nunc autem tres dimensiones simul considerandæ veniunt. In hoc ultimo casu, non agitur de totius Corporis Inflexione, aut Productione, ut in duobus præcedentibus; sed partium Inflexio convenientiam quandam habet cum Introcessione partium in Corporibus mollibus.

Corpus omne Elasticum potest haberi pro congerie Laminarum, & dum illud percutitur hæ cedunt; omniumque Inflexiones simul sumtæ valent Vim integram, quæ in Corporis Percussione destruitur *. Si aliâ Vi Corporis partes intropremantur, singularum Laminarum Inflexiones diversæ sunt, & in singulis Inflexio sequi-

1372.

1373.

TAB.

XLIV.

Fig. 9.

* 934.

1341. tur rationem subduplicatam Vis agentis in Laminam; agitur autem de iisdem Laminis, & Actio integra, sive major sive minor fit, eodem modo per has ipsas dispergitur, quare singularum Inflexio fit juxta eandem rationem; & *externæ Laminæ Introcessio*, quam mensurare sæpe possumus, *est in ratione subduplicatâ totius Vis partes introprementis.*

Lamina quæcumque ex his, si separatim relaxaretur, æquali Tempore ad pristinum situm rediret, sive magis sive minus flexa foret*; unde deducimus, junctis
 *1335.
 1374. his omnibus, *Relaxationem partium flexarum etiam semper fieri æquali Tempore, quando idem Corpus hac Relaxatione movetur.* Hoc constabit si, mutatis mutandis, huc referamus, quæ de Laminâ flexâ in N°. 1334. diximus.

Si hæc velimus ad Sphæras Elasticas referre, & inde conclusiones deducere, quædam præmittenda sunt.

*1375. Sit ACBE Sphæra; ponamus punctum C usque ad D
 TAB.
 XLIV.
 Fig. 10.
 1376. intropremi; id est, superficiem ACB sese applicare superfici ei alius Corporis; tunc, si Maculam ibi imprimat, Maculæ diameter erit æqualis arcui ACB. Arcus autem hic semper exiguus admodum est, potestque haberi pro summâ Subtensarum AC, CB; & etiam pro æquali ipsi Lineæ AB.

1377. Ductâ AE, Triangulum CAE est Rectangulum*; quare Triangula CAD, CAE sunt similia*; &
 *31. EL. III.
 *8. EL. VI.
 *4. EL. VI.
 DC, CA, CE, proportionales*; unde sequitur Quadratum Subtensæ æquale esse Rectangulo ex Abscissâ

*17. EL. VI.
 1378. CD & Diametro CE*. Ergo *Quadrata Subtensarum AC, aC, sunt inter se, ut Abscissæ respondentes CD, C^d**. Subtensæ hæ sunt ut Diametri Macularum, quando Introcessiones Abscissis æquales sunt: Ideò quoque sunt
 *1. EL. VI.
 1379. bæ Abscissæ, ut quadrata Diametrorum Macularum, id est,

est,

est, sunt ut ipsæ Maculæ *; quas æquales esse vidimus
Basis Segmentorum ABC, abC *. *2. ELXI.
*1376.

In hoc eodem casu Abscissæ mensurant Inflexiones ex-
ternæ Laminæ Corporis; sunt ergo Quadrata Abscissa-
rum, ut Vires quibus partes fuere compressæ *; quæ Vires
ideo etiam sunt ut Quadrata Macularum. 1380.
*1373.

In Triangulo ACB, AB se habet ad nn, ut CD,
ad Cd; idcirco dictæ segmentorum Bases sunt quoque,
ut AB ad nn *. 1381.
*1379.

Si nunc integrum Segmentum ACB concipiamus
divisum in innumeros orbes, planis ut ab, ab, ipsi
Basi AB parallelis, singuli orbes proportionales erunt
Lineis respondentibus nn, ee; si autem Lineæ singu-
læ latitudinem habeant æqualem crassitie orbis respon-
dentis, partes Trianguli ACB, proportionales erunt,
partibus respondentibus ipsius Segmenti; & Segmenta
ipsa ACB, aCb, aCb, erunt inter se, ut Triangu-
la ACB, nCn, eCe. Triangula ipsa sunt, ut Qua-
drata Basium AB, nn, ee *, quæ Bases sunt ut ipsæ Ba-
ses Segmentorum *. Ergo ipsa Segmenta sunt, ut Qua-
drata horum Basium, id est, ut Quadrata Macularum;
aut ut Vires quibus partes intropremuntur *. 1382.
*19. EL. V.
*1381.
1383.
*1380.

Si eadem Sphæra Elastica, diversis Velocitatibus, incurrat
in Obstaculum fixum Elasticum, Quadrata Macularum e-
runt, ut Quadrata Velocitatum *, id est, Maculæ e-
runt ut Velocitates. 1384.
*1380. 753.

EXPERIMENTUM I.

Ut in Exper. 1. Capit. 3. hujus Libri hîc quoque
utimur Plano graviore marmoreo, cæruleo, paululum
madefacto, ut Color magis sit intensus. 1385.

Globus eburneus demittitur, & cadendo in Pla-

TAB.
XLIV.
Fig. II.

num impingitur, Maculamque circinatam in hujus superficie relinquit. Cadat Globus ab altitudine novem Pollicum, & sit Macula E; cadat deinde ab altitudine trium Pedum, prioris quadruplâ, & sit Macula F; tandem cadat ab altitudine sex Pedum & novem Pollicum, noncuplâ prioris, & sit Macula G. In hoc Experimento Velocitates Corporis sunt inter se, ut unum, duo, & tria *; in quâ etiam ratione sunt Maculæ E, F, & G; nam, formando Triangula rectangula DAB, DBC, in quibus latera DA, AB, BC sunt æqualia inter se, & Diametro Maculæ E, Linea BD, exactissimè æqualis erit Diametro Maculæ F, & Linea CD Diametro Maculæ G. Maculæ autem sunt ut Quadrata Diametrorum *; & Quadratum Lineæ BD æquale est Quadratis Linearum æqualium AB, AD; & Quadratum Lineæ CD valet Quadrata linearum BC, BD; aut trium Linearum æqualium DA, AB, BC. Si ope Circini proportionum Macularum Diametros conferamus sunt hæc inter se, ut 72, 102, 125, quorum Quadrata sunt proximè, ut 1, 2, 3.

1387. *Si agatur de diversis Corporibus, sed quæ æqualium Sphærarum portionibus terminantur, ut in dicto Experimento*

* 820. 1°. Capitis 3*, *Quadrata Macularum, aut Quadrato-Quadrata Diametrorum Macularum, sunt ut Massæ per*

* 1380-757: *Quadrata Velocitatum* *.

1388. *Si Sphæræ differant, sive ipsa Corpora sint Sphærica, sive tantum Sphæricè terminentur, quamdiu de Materiâ æqualiter Elasticâ agitur, Segmenta intropressa sunt inter se, ut Vires quibus intropremuntur. In utraque enim Sphærâ hæc Regula obtinet; quare & ad diversas applicari poterit, si in unico casu locum habeat in conferendis*

dis duarum Sphærarum Segmentis. Hic autem casus datur, quando Abscissæ sunt æquales; partium enim respondentium Introcessioniones sunt æquales, & diversa resistantia tantum diversæ quantitati Materiæ tribui potest.

Sint Sphæræ duæ M & N; harum Segmenta AFB, ACB, æquales Bases habentia, inæquales habent altitudines FD, DC. Concipiamus has altitudines dividere in partes æquales infinitè exiguas, eundemque esse numerum partium in utraque altitudine. Concipiamus ulterius per singulas divisiones Segmenta secari, planis parallelis ad Basim; habebimus Segmenta divisa in Orbes tenuissimos ita, ut crassities singulorum, in primo Segmento, se habeat ad crassitiem in alio, ut FD ad DC; propter æqualem numerum partium in utraque altitudine. In utroque Segmento Orbes, recedendo à Basi, minuuntur juxta eandem Legem *, ita ut respondentes Orbes æquales sint. Unde sequitur Orbem quemcumque, in primo Segmento, se habere ad respondentem in alio, ut crassities ad crassitiem, id est, ut FD ad DC; & summa omnium Orbium ad summam omnium, id est, ipsum Segmentum AFB ad Segmentum ACB, quoque ut FD, ad DC *.

Agimus in omnibus hisce de Segmentis exiguis; ideo FD, DA, FG sunt proportionales *; ut & DC, DA, CE. Ergo utrumque Rectangulum FD per FG, & DC per CE, æquale est Quadrato Lineæ DA *; suntque Rectangula æqualia inter se; unde deducimus FD, DC :: CE, FG *; & Segmenta, quorum Diametri sunt æquales, sunt inversè, ut Sphærarum Diametri; & in eadem ratione Vires, quibus intropremuntur *.

Ex his, collatis inter se, deducimus universalem Regulam hanc, Vires, quibus Corpora percutiuntur, esse dire-

1389.
TAB.
XLIV.
Fig. 12;

* 1379.

* 12. EL. VI.

1390.

* 1377.
1376.

* 17. EL. VI.

* 16. EL. VI.

1391.

* 1388;

1392.

- 1380. *Est ut Quadrata Macularum* *, & *inversè ut Globorum Diametri* *. Quod ita potest exprimi, Productum Massæ per Quadratum Velocitatis * est, ut Quadratum Maculæ divisum per Diametrum Globi; & multiplicatis ambabus hisce quantitativibus per Diametrum Globi, in hanc aliam Regulam ultimam mutamus.
1393. *Quadratum Maculæ sequitur rationem Producti Massæ per Diametrum Globi, & per Quadratum Velocitatis.*
1394. *In Corporibus Sphæricis* Massa sequitur rationem triplicatam Diametri *; id est, est ut Cubus Diametri; & pro his Corporibus Regula ita potest exprimi; ipsa Macula, aut Quadratum Diametri Maculæ, sequitur rationem Producti Quadrati Diametri Globi per Velocitatem Corporis.
1395. *In hoc casu si Velocitates sint æquales, Globorum Diametri erunt inter se, ut Diametri Macularum.*

Agitur in his omnibus de eâdem Elasticitate; hanc habemus in Corporibus ex eodem Ebore. Omne autem Ebur æqualem habere Elasticitatem affirmare non ausim; quamvis nullam potuerim detegere differentiam in paucis Experimentis, quæ à me circa hanc fuere tentata.

EXPERIMENTUM 2.

1396. *In hoc Experimento, Globi demittuntur in Planum marmoreum, eodem modo ac in præcedenti* *; utimur Globis eburneis, quorum Diametri utcumque differunt. Demittuntur hi ab æqualibus altitudinibus, & Maculæ exactissimè mensurantur. Mensuratis quoque, ope Circini, cruribus incurvatis instructi, Diametris Globorum, inter has & illas eandem habebimus Proportionem; ut auxilio Circini Proportionum. facillime detegimus.
- * 1385.

SCHOLIUM.

De Temporibus in quibus Inflexiones Corporum Elasticorum absolvuntur.

Inflexio partium Corporis fit juxta easdem Leges, juxta quas flectitur La-
mina Elastica; si pro Inflexione Elastarii ponamus altitudinem Segmenti
intropressi *. Ergo conferendo inter se quæ in N^{is}. 1369. & 897. dicta fuere
in hanc incidimus Regulam. 1397.

*Si Corpu, cadendo, in Obicem firmum impingatur; Tempus Casus se habebit
ad Tempus, quo partes intropcedunt, in ratione composita ex ratione altitudinis, à
quâ Corpus cecidit, ad altitudinem Segmenti intropressi, & ex ratione Diamè-
tri Circuli ad Quadrantem Circumferentiæ.* 1335.
1374.
1398.

Si de Globo agatur, Quadratum Semi-Diametri Maculæ, æquale est pro-
ducto altitudinis Segmenti per Globi Diametrum *. 1377.

*Si ergo de Globo agatur, dicta Tempora sunt inter se in ratione composita pro-
ducti Altitudinis, à quâ Corpus cecidit per Diametrum Globi, ad Quadratum Se-
mi-Diametri Maculæ, & ratione Diametri Circuli ad Quadrantem circumsfe-
rentiæ.* 1399.

Globum cujus Diameter erat 1,585. Pol. demissus ab altitudine Sefqui-
Pedis; & Diameter Maculæ fuit 0,15. Pol. Ponimus nunc Tempus Casus ab
altitudine Sefqui-Pedis dari 0'',31; initâ computatione detegimus Inflexionis
Tempus fuisse 0'',000048, quod valet decem Minuta quinta cum semisse, aut

$\frac{1}{20852}$ unius Minuti secundi.

Eodem modo fuit determinatum Tempus in N^o. 1133. memoratum; Hæ-
misphærium etiam fuit demissum ab altitudine Sefqui-Pedis; Diameter Sphæ-
ræ erat 2,17. Poll. & tandem Semi-Diameter Maculæ 0,0825. Poll. 1400.

Unicum Experimentum sufficit, ad Tempora determinanda, quamdiu de
eâdem Elasticitate agitur, & de Figuris Sphæricis. 1402.

Sit *a* Altitudo à quâ Corpus demittitur; *M* Corporis Massa; *D* Diameter
Sphæræ; *d* Diameter Maculæ; *m* ad *n* ratio Diametri Circuli ad Circum-
ferentiam; *T* Tempus Casus ab Altitudine *a*; & tandem *t* Tempus quo
partes Elasticæ inflectuntur.

Regula ultima hanc nobis dat Proportionem

$$T, t :: D a m; \frac{1}{10} d d n;$$

unde $t = \frac{T d d n}{10 D a m}$. & $t t = \frac{T^2 d^4 n^2}{256 D^2 a^2 m^2}$. Cum nunc tantum agatur de pro-

portionem detegenda, rejicimus omnes constantes quantitates, & *t t* proportio-
nem sequitur $\frac{T^2 d^4}{D^2 a^2}$. pro *T*² pono *a*, quia proportionales sunt hæ quantita-

tes *; & cum *d*⁴ sequatur proportionem Quadrati Maculæ, pro hac Quan-
titate hanc aliam scribo *MD a* *; ponendo *a* pro Quadrato Velocitatis *, &
habeo 374.
374.
374.

1403. habco $\frac{MDaa}{D:aa} = \frac{M}{D}$, & patet *Quadratum Temporis Inflexionis partium Elasti-*

carum sequi rationem directam Massæ, & inversam Diametri Globi, quæcum-

1404. *que sit Velocitas. Si de Sphæricis Corporibus agatur, Massa est ut Cubus*

*18. EL. XII. *Diametri*, & Tempus ut ipsa Diameter.*

1305. In huc usque explicatis Inflexionem tantum consideravimus unius Corpo-
ris; & posuimus hoc in superficiem planam Corporis immobilis impingi; in
omni tamen Impactione Corpora ambo introcedunt, nisi cohesio partium in
uno admodum superet cohesionem in alio; Posuimus ita plani Corporis par-
tes coherere, & hac de causâ adhibuimus in Experimentis Lapidem admo-
dum durum, si cum Ebore conferatur.

Demonstrata quoque locum haberent, si Obstaculum planum eandem ha-
beret Elasticitatem cum Globo; nam summa Inflexionum æqualis esset Se-
gmento Sphærae cujus Basis esset ipsa Macula.

1406. Si autem ponimus Obstaculum fixum etiam Figurâ Sphæricâ terminari, non
major erit difficultas. Inflexio fiet juxta easdem Leges; duo Segmenta in
tali casu intropremuntur; quæ durante integrâ Actione æquales continuò ha-
bent Diametros; altitudinesque in hoc augmento eandem rationem servant,

1391. inversam Diametrorum; & hæc Introcessio respectu folius Altitudinis Se-
gmenti differt ab Introcessione unius Sphærae; poteruntque demonstrata de
Tempore* huc referri, si pro Altitudine Segmenti adhibeamus summam Alti-
tudinum, id est, FC.

*1307.
TAB.
XLIV.
Fig. 12.
*1390.

Vidimus, propter Segmenta admodum exigua, $\frac{AD^3}{FG} = FD$, & $\frac{AD^3}{CE} = DC$;

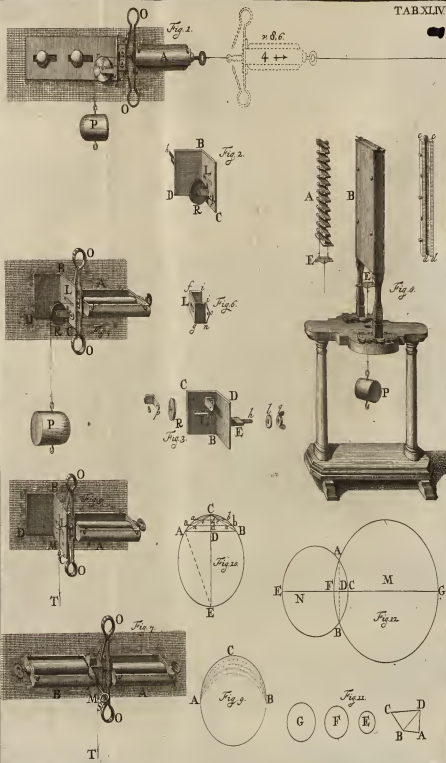
ergo $FC^3 = \frac{AD^3 \times FG + CE}{FG \times CE}$; unde sequitur, Tempus Introcessionis partium

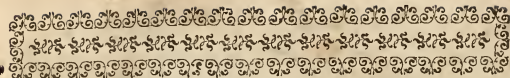
determinari, si in Regulâ N^o. 1398. pro Altitudine Segmenti, hunc hujus valorem
ponamus; incidimus tunc in Regulam, quæ hoc solo differt cum N^o. 1399.,
quod pro Diametro Globi nos nunc adhibeamus Productum Diametrorum
divisum per harum summam. Ex quibus quoque sequitur eandem quoque
desiderari mutationem in N^o. 1403. qui nobis Regulam hanc dabit. *Qua-*
drata Temporum Inflexionum sequi Rationem directam Massarum & summae
Diametrorum, & inversam Producti Diametrorum.

1407. Possimus hæc referre ad Collisionem duorum Corporum, in se mutuo impasto-
rum, & Figuris Sphæricis terminatorum; pro Massâ tantum debemus substituere

*1027. *Productum Massarum divisum per harum summam*.*

1408. In hoc casu ipsum quoque Tempus Inflexionis, cujus duplum est integrum
Collisionis Tempus, determinamus; nam Quadratum Temporis in N^o. 1400.
detecti, se habet ad Quadratum Temporis quæsitum, ut Pondus Globi ibi ad-
hibiti, divisum per Diametrum, se habet ad summam Diametrorum Corporum
concurrentium, multiplicatam per Productum Massarum, & divisam per Pro-
ductum summæ Massarum, multiplicatæ per Productum Diametrorum

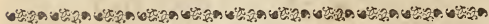




PHYSICES

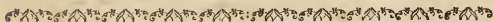
ELEMENTA MATHEMATICA,

EXPERIMENTIS CONFIRMATA.



L I B E R III.

Pars I. De Gravitate, & Pressione Fluidorum.



C A P U T I.

*De Gravitate partium Fluidorum, & illius Effectu in
ipsis Fluidis.*

Fluidum vocatur Corpus, cujus partes impres-
sioni cuicunque cedunt, & cedendo facillimè
moventur inter se *. Unde sequitur, *Fluidita-*
tem ex eo oriri, quod Partes non arctè inter se co-
hæreant, & quod motus non impediatur inæqualitatibus in
Partium superficiebus, ut fit in Pulveribus.

Particulæ autem, ex quibus Fluida constant, ejusdem sunt
Naturæ cum aliorum Corporum Particulis, easdemque pro-
prietates habent; Fluida enim sæpe in Solida convertun-
tur, quando magis arctæ inter Partes cohæsiō datur,
ut Glacies: Metalla contra liquefacta exemplum So-
lidi in Fluidum mutati præbent.

E e e

Fluidæ

•68.

1409.

1410.

1411. *Fluida & eo cum Corporibus solidis congruunt, quod consistant ex Particulis gravibus, Gravitationem Materiae quantitativè proportionalem, ubicunque posita, habentibus. Si in ipso Fluido Gravitatio sensibilis non sit, ex eo hoc oritur, quod Partes inferiores superiores sustineant, hasque descensu arceant: ipsam verò Gravitationem eo non destrui liquet; nam Vase contentum Fluidum pro sua quantitate gravat Libram, cui Vas appenditur. Sequenti Experimento, ubique in Fluido Particulas Gravitationem servare, ad sensum demonstratur.*

EXPERIMENTUM I.

1412. *Phiala A clausa, capillo equino juncta, aquâ immergitur, & manu sustinetur; si Phiala, manente hac immersâ, aperiatur, Aqua, quæ Phialam intrat, admodum hujus auget Pondus; quamvis cum Aquâ exteriori communicationem illa habeat.*
TAB.
XLV.
Fig. 1.
1413. *Ex hac Gravitate sequitur, Superficiem Fluidi, Vase inclusi ne effluat, si superne illud non prematur, aut aequaliter prematur, planam fieri, & horizonti parallelam. Cum enim impressioni cuicunque Particulæ cedant, tam diu Gravitate moventur, donec descensui locus non amplius detur.*
1414. *Particulæ inferiores superiores sustinent, & hisce premuntur; Pressioque hæc sequitur proportionem Materiae incumbentis, id est, altitudinis Fluidi supra Particulam pressam; cum vero Superficies suprema Fluidi sit ad horizontem*
1415. *parallela *, omnia puncta Superficie cujuscunque, quæ concipitur in Fluido ad horizontem parallelam, aequaliter premuntur.*
1416. *Si ergo, in aliquo loco talis Superficie, Pressio detur minor, quàm in cæteris punctis, Fluidum, quod impressioni cuicunque*

cunque cedit, *ibi* movebitur, id est, *adscendet*, donec *Pressio fuerit æqualis*.

EXPERIMENTUM 2.

Tubi vitrei A, ab utraque parte aperti, cujus extremitas una digito clauditur, extremitas altera Aquâ immergitur; cum Tubus aëre repleatur, Aqua in hunc ad parvam admodum altitudinem adscendit; si digitus tollatur, ut aër pressus exeat, Superficies, quæ in Aquâ concipitur horizonti parallela juxta inferius orificium Tubi, minus premitur in loco, qui aperturæ Tubi respondet; Aqua tunc in Tubum adscendit, & non quiescit, nisi in hoc elevetur ad eandem altitudinem cum Aquâ exteriori.

1417.
TAB.
XLV.
Fig. 2.

Pressio in Particulas inferiores, quæ oritur ex Gravitate Fluidi superioris, Actionem suam exserit omnes partes versus, & quidem æqualiter.

1418.

Hoc ex naturâ Fluiditatis sequitur; nam Fluidi partes Impressioni cuicunque cedunt, & facillimè moventur; Gutta ergo quæcumque locum, quem occupat, non servabit, si, dum à Fluido superiori premitur, ab omni parte non retineatur; moveri autem non potest, propter Guttas vicinas, quæ eodem modo, & eadem cum Vi à Fluido supereminenti premuntur; quiescit idcirco Gutta prima, & ab omni parte, id est, juxta directionem quamcunque, premitur. Dicimus quoque, ipsam æqualiter premi; Lateralis enim Pressio se habet respectu verticalis, ut hæc respectu illius; ideo, si ut detur æquilibrium, verticalis Pressio à Lateralis differre possit, ex gr. hanc superare, ex quacumque causâ, ex hac eadem ultima Pressio quoque primam superare debet, propter reciprocâ & omnino similem, relationem; cum

1419.

hoc quoque in directionibus quibuscumque obtineat, sequitur inæqualitatem inter Pressiones dari non posse.

EXPERIMENTUM 3.

1420. TAB. XLV. Fig. 2. Tubi vitrei B, C, D, eodem modo, ac de Tubo A in præcedenti Experimento dictum, Aquâ immerguntur; & Aqua in omnes, sublato digito, ad eandem altitudinem adscendit, quàm in tubo A; in hoc Pressio sursum dirigitur; in tubo B deorsum; in tubo C est lateralis; in tubo D obliqua; in unoquoque tamen Pressio æqualis est. Si major Fluidi quantitas Vase infundatur, æqualiter etiam Aqua in singulis tubis elevatur.

1421. Ex hisce sequitur, *Fluidorum Particulas singulas* ab omni parte æqualiter premi, & ideo *quiescere*; illasque non continuò inter se moveri, ut a multis statuitur. Si in quibusdam occasionibus talis motus detur, hic causæ peculiari tribuendus erit.

1422. *In Tubis communicantibus, sive æqualibus, sive inæqualibus, sive rectis, sive obliquis, Fluidum eandem adipiscitur altitudinem*; id est, omnes Superficies supremæ sunt in eodem plano horizonti parallelo; quod facillè ex dictis deducitur.

1423. TAB. XLVII. Fig. 1. Sit vas A, Tubus verticalis B, & Tubus inclinatus D; communicationem habeant per Tubum CE; detur in his Fluidum, & concipiatur superficies horizonti parallela *fhg*; si altitudines *fi* & *bk* fuerint inæquales, Fluidum adscendet ubi minor est. *. Ex eadem ratione, nisi Pressiones in *g* & *b* fuerint æquales, Fluidum non quiescet; has verò æquales esse, quando *k* & *p* sunt in eodem plano horizontali, demonstramus.

Sint

Sint vp, l, so, rn, qm , horizontales, & verticales ps, xor, tnq, lmg ; in singulis his horizontalibus superficibus ubique Pressio æqualis est *. Punctum s sustinet columnam Fluidi ps , æqualiter premitur o , & r sustinet Pressionem xr ; eodem modo patet in q Pressionem esse qt ; & punctum g premi, quasi sustineret columnam gl . Sunt ergo Pressiones æquales, quando k est in eodem plano horizontali in quo sunt l & v .

EXPERIMENTUM 4.

Machinæ, hîc delineatæ, Aqua infunditur; post agitationem quamcunque non quiescit, nisi omnes superficies sint in eodem plano horizonti parallelo. Vas vitreum A cum Tubis vitreis B & D , ope Tubi ænei CE , conjungitur.

1424.
TAB.
XLVII.
Fig. 2.

Non omnia Fluida sunt æquè gravia; id est, non eandem Materiæ quantitatem in spatiis æqualibus continent, in singulis tamen prædicta locum habent.

Quando Fluida, diversæ Gravitatis, eodem Vase continentur, gravius locum infimum occupat, & premitur à leviori, illudque pro altitudine hujus.

EXPERIMENTUM 5.

Detur Aqua, aliquo Colore, Rubro ex. gr., leviter tincta, in Vase vitreo A , ad altitudinem bc ; ei immergatur Tubus vitreus de ; Aqua in hunc adscendit ad altitudinem bc *; nunc Vase infundatur Oleum Terbinthinæ, quod Fluidum est Aquâ levius; statim Aqua in Tubo elevabitur; & eo magis, quo ad majorem altitudinem Oleum infunditur; non tamen Aqua in Tubo ad eandem pertingit altitudinem cum Oleo in Vase; quia cum Aqua gravior sit, non hujus eadem, quam Olei, altitudo requiritur, ut Pressiones sint æquales.

1427.
TAB.
XLV.
Fig. 3.

* 1416.

Ecc 3

Qui

1428. Qui hocce Experimentum cum Mercurio & Aquâ instituere voluerit, majorem inter altitudines reperiet differentiam, propter majus inter Gravitates discrimen.

EXPERIMENTUM 6.

1429. Immergatur Tubi extremitas Aquâ; Oleumque Tubo infundatur; Aqua in Tubo deprimetur ad *d*; & altitudo Olei *de* major erit altitudine Aquæ in Vase; si profundius immergatur Tubus, Aqua majori quantitate hunc ingreditur; si elevetur, Aqua iterum exit; ipsumque Oleum insequitur, si ad illam tollatur altitudinem, ut Olei Pressio Aquæ Pressionem, in parte inferiori Tubi, superet.

TAB.
XLV.
Fig 4.

C A P U T II.

De Actione Fluidorum in Fundos, Latera, & Opercula, Vasorum, quibus continentur.

1430. **F**undus & Latera Vasis, quo Fluidum continetur, ut & Operculum, quando supra hoc in Tubo Fluidum elevatur, à partibus Fluidi illa immediatè tangentibus premuntur; & propter Actioni æqualem Reactionem *, æqualem etiam Particulæ istæ Pressionem sustinent. Cum verò Pressio in Fluidis omnes Partes versùs sit æqualis, Fundus & Latera æqualiter premuntur cum Particulis Fluidi vicinis; Actio ergo hæc ad instar altitudinis Fluidi crescit *, & ubique ad eandem profunditatem est æqualis, pendetque ab illa altitudine, & nullo modo à Fluidi quantitate. Manente igitur Fluidi altitudine, & magnitudine superficiiei quæ premitur, æqualis semper erit Actio in hanc superficiem, utcunque mutetur Vasis figura. Generalis est ergo hæc Regula,

* 361.

* 1418.
1414

la, *Pressionem, quam patitur Superficies quaecunque, valere* 1431.
Pondus columnæ ex Fluido, cujus basis est ipsa Superficies, &
altitudo, in singulis punctis, distantia verticalis supremæ Su-
perficiæ Fluidi ab his punctis.

Talem esse, in Vase prismatico verticali, *Pressionem* 1432.
 in Fundum non facile in dubium quis vocabit; nam to-
 tum Fluidi Pondus, & nil præterea, sustinet Fundus:
 servatâ autem altitudine Fluidi, & basi Vasis, ex de-
 monstratione sequitur, non mutari *Pressionem* in Fun-
 dum; licet, mutatâ figurâ, Vas majorem, aut minorem,
 Fluidi copiam contineat. Hoc cum Experimentis con-
 gruit, & pro singulis ex Naturâ Fluiditatis deduci po-
 test, ut, post exposita Experimenta, distinctius videbimus.

MACHINA,

Quâ Experimenta de Fluidorum Pressione instituuntur.

Cylindrus cavus A, ab utraque parte apertus, ab 1433.
 interiori parte exactissimè politur; hujus diameter, ut
 & altitudo, parum excedunt tres pollices cum semis-
 se, & Aqua in hoc Cylindro ad altitudinem trium
 Pollicum ponderat Libram unam.

TAB.
 XLV.
 Fig. 5.

Ope cochleæ ei additur Annulus I, ut à Tripode 1434.
 sustineatur. Pedes autem cochleis Annulo junguntur,
 ut, ubi necesse est, tollantur. Separatum Pedem unum
 exhibemus in L; ita in superiore parte flexus hic est, ut
 ab Annulo I remotus sit ipse, quando pars *p o*, superio-
 ris extremi, juxta inferiorem superficiem Annulo inseri-
 tur. Securiata est pars hæc, ut sponte hæreat; ante
 applicatam cochleam *u*, quæ majori firmitati inservit.

Cylindro A inseritur Fundus æneus ambulatoris; con- 1435.
 stat hic ex Orbe R, cui conjuncta est Cauda *ts*, Cylin-
 drica, & perpendiculariter ipsi in centro insistsens. Cy-
 lindrus

lindrus hic *ts* trajicit ipsum hunc Orbem R, & inferiori parte S cochleam efficit. Superficie inferiori Laminæ R, applicatur, interposito Corio; superior superficies Cylindri M, Semi-Pollicem alti; ne Corium hujus excedat basim cavendum. Cylindrus hic cavus est, & quidem ex tenuiori metallo ut minus ponderet. Cylindrum hunc superius apertum figura exhibet; tunc minus ponderat, & ipsius ora sulco, in inferiori superficie Laminæ R, inseritur; Corio ingressus Aquæ cohibetur; magis tamen commodum erit, ipsum hunc Cylindrum, Laminæ R, conferruminare. Cochlea s liberrimè Cylindrum trajicit, cui applicatur Laminâ O, in cujus Centro foramen datur Cochleâ instructum, ipsi interiori cochleæ s respondentem.

Conversione Cochleæ, Lamina coriacea N, inter O & M firmatur: Corium hoc ab omni parte Fundum quantitate Semi-Pollicis excedit, & tegit Cylindri M superficiem exteriorem, quando Fundus Cylindro A intruditur; impeditque ne Aqua, dum Fundus movetur, effluat; quod melius procedit, quando Corii epidermis Cylindri mobilis superficiem tangit.

1436. Corio utor vitulino; Oleo immergitur, post aliquot dies extrahitur, ut per æquale tempus in Aquâ maceretur; quâ adhibitâ præparatione, Corium probè Oleo & Aquâ illinitur, moveturque Fundus variis vicibus per Cylindrum; & per biduum aut triduum in hoc relinquitur. Ita præparatum Corium per multos annos Experimentis inservire potest; si, in loco sicco servetur. Ubi Experimenta instituenda sunt, Corium cum Fundo jungatur, Oleo & Aquâ illinatur, tuncque per

per aliquot horas, aut potius dies, in Cylindro relin-
quatur, antequam Machinâ utamur. Immediatè etiam
ante Experimenta iterum Oleo & Aquâ illiniri debet;
facilè tunc Fundus movetur, & exactè aquam retinet:
motus quoque juvatur, si etiam Cylindri A superficies
interior Oleo illita sit. Corium neque nimis tenue,
neque nimis crassum, adhibendum; quod judicio Arti-
ficis relinquitur.

Cauda *ts* motum Fundi dirigit; transit enim per fo-
ramen *m* in Laminâ B, quæ Cylindro majori A super-
imponitur, & in ejus orâ in incisionibus hæret; Cau-
da Oleo illinitur. In hujus superiori parte foramen
datur in *s*, ut cum Fundo, ope unci *v*, jungatur Ca-
tēna ænea T, quæ per Tubum, statim memorandum
F, immittitur; ut, ope hujus Catenæ, Fundus cum bra-
chio Libræ conjungatur. 1437.

Cylindrus A, Operculo C, cochleâ instructo, te-
gitur; & ne Aqua effluere possit, interponitur annu-
lus coriaceus G, qui, ope cochleæ, quâ operculum jun-
gitur Cylindro, arctè comprimitur; Operculo cohæret
Lamina quadrata, & securiclata, *e*, & cum Cylindro
A conjuncta est ansa *b*, ut auxilio clavis E, & stili
H, magis commodè aperiatur, & claudatur, Cylindrus.
In medio perforatum est Operculum; & Cylindrus ca-
vus D, ab exteriori parte cochleâ circumdatus, cum
illo cohæret; ut Tubus F cum Machinâ conjungatur;
etiam hic, adhibito Corio, Aquæ effluxus cohibetur,
& adhibitâ clave compressio datur arcta. 1438.

In Experimentis Pondera ut P Cylindro A impo-
nuntur; plurima desiderantur, duo quatuor Librarum,
duo duarum Librarum, duo unius Libræ, totidem se- 1439.

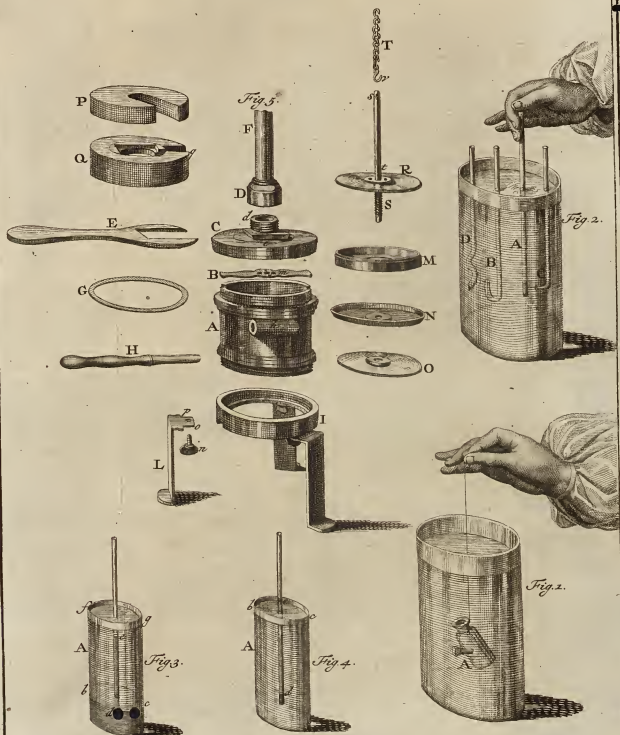
mi Libræ, ut & quartæ partis Libræ. Pondera hæc ad latus sunt incisa, ut recipiant Tubum F.

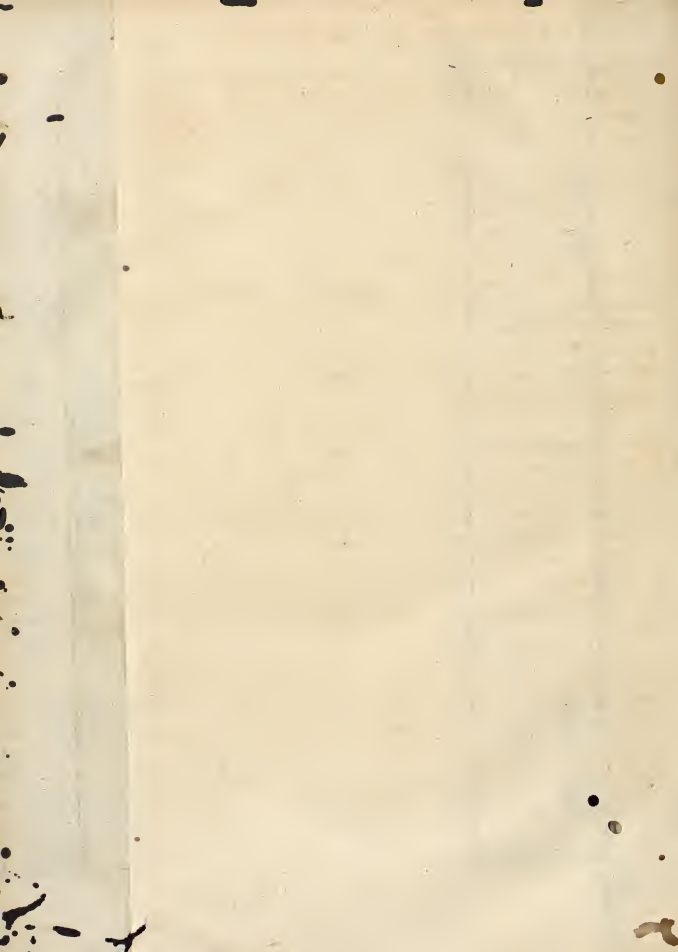
1440. Ut autem commodè operculo C imponantur hæc Pondera, ipsum hoc tegimus Annulo ligneo Q; quem in situ inverso repræsentamus; incisio lateralis quoque datur in *q*, cujus ope recipit Tubum F; deprimitur tunc, estque ita excavatus, ut recipiat Cylindrum D, & Laminam *e*.

EXPERIMENTUM I.

1441. TAB. XLVI. Fig. 1. Tigna tria, in imo divaricata, sustinent Caput ligneum I. Ita hæc sunt incisa, ut dum Caput sustinent, lateraliter quoque Tignorum extrema huic applicentur; Verticulis Tigna Capiti juncta sunt, ut ubi Machina transvehenda est, illa facile sibi mutuò admoveantur. Caput I ex duabus partibus, inferiori exagona, & superiori sphærica O, constat; Caput hoc trajicit cochlea ferrea VC, in inferiori extremo flexa, ut uncum V efficiat, cui Libra appenditur, quæ facile ad altitudinem, in Experimento requisitam, & quam Figura satis indicat, elevatur, conversione cochleæ exterioris D, quæ quoque ferrea est.

1442. * 1431. * 1437. Partes Machinæ, supra explicatæ*, ut dictum junguntur. Catena, quæ cum Fundo mobili cohæret*, in G brachio Libræ jungitur; mediumque altitudinis Cylindri A Fundus hic occupat, quando Libræ jugum horizontale est. Lanci E, Pondus imponitur, ut hæc in æquilibrio sit cum Pondere solius Fundi & Catenæ; quantum hoc
1438. Pondus sit antea explorandum. Cum Tubo F*, cujus longitudo est Pollicum triginta duorum, in superiori parte, ope cochleæ Infundibulum conjunctum est Cylindricum, cujus diameter est circiter novem, & altitudo quatuor, Pollicum. Jugo





Jugo Libræ horizontaliter disposito, infundatur Aqua Tubo F, ut in Infundibulo pertingat; & ad altitudinem trium Pedum supra Fundum Cylindri elevetur; quæ in interiori superficie Infundibuli, colorato circulo, notanda altitudo est. Ponderi, Lanci E jam imposito, additur Pondus duodecim Librarum, & æquilibrium datur; id est, in situ horizontali manet jugum, ubi, in eo situ positum, sibi relinquitur. Diminuto, aut aucto, Pondere, adscendit, aut descendit, Fundus. Quantitate tamen ad minimum semi Libræ, augendum, aut minuendum, est Pondus, propter attritum Fundi; sæpe major differentia desideratur; quod ab attritu pendet, qui minuitur agitando Fundum sursum & deorsum, antequam, in situ horizontali, sibi relinquatur.

Altitudo supremæ superficiæ Aquæ supra Fundum, in hoc Experimento, est, ut diximus, trium Pedum. Columnæ aqueæ, cujus hæc est altitudo, & quæ basin æqualem Fundo Cylindri habet, Pondus est duodecim Librarum*; & Experimentum demonstrat tantum etiam valere Pressionem Aquæ in Fundum, licet exigua tantum Aquæ copia hunc premat.

Cum de solo motu Fundi agatur, Machina firmanda est, ne tota elevetur, quod fit impositis Ponderibus P, P*.

EXPERIMENTUM 2.

Sublato Operculo cum Tubo, Cylindrus A conjungitur cum Cono truncato inverso N, cum quo in inferiori parte cohæret Annulus C cochleam continens, quâ hic, eodem modo, cum Cylindro A jungitur, ut de Operculo dictum*.

Fff 2

Aqua

* 1433.

* 1439.
1440.

1443.
TAB.
XLVI.
Fig. 2.

* 1438.

Aqua huic Machinæ infunditur ad eandem altitudinem supra Fundum, ac in præcedenti Experimento; Experimentum de cætero eodem modo peragitur, & eodem modo procedit; Pressioque, servatâ Aquæ altitudine, ex mutato Vase, & Aquæ quantitate, non mutatur. Altitudo Aquæ, in interiori superfâcie Vasis, notatur.

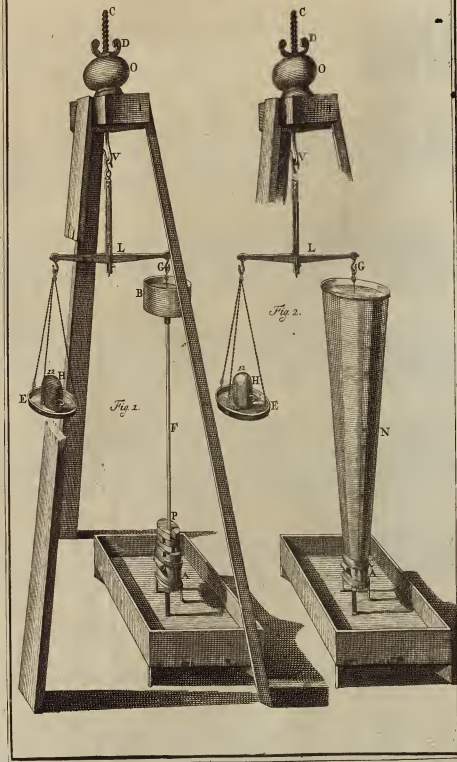
EXPERIMENTUM 3.

1444. Columna C *, quam sæpius jam adhibuimus, in
TAB. Mensâ firmatur; ipsi conjungitur Brachium Q, cum
XLVIII. unco suo v, huic Libra appenditur L; cujus Lanx
Fig. 1. E parum à Mensâ distat, quando jugum in situ horizon-
* 162. tali est: Brachio alteri appenditur Vas vitreum A,
* 165. annulo cupreo *eee* cinctum, ut ipsi ansa conjungatur B.

Columna D quoque firmata est infra ipsam Mensam, cochleâ per hanc penetrante.

Hac Columnâ, auxilio Brachii H, sustinetur Cylindrus ligneus G, qui in Vas A penetrat; sed ita, ut neque latera, neque fundum, Vasis memorati tangat, quando Libra est in æquilibrio. Si Vasi Aqua, ad quamcunque altitudinem, ita infundatur, ut cum Pondere P, lanci E imposito, æquilibrium detur; hocce erit Pondus totius Aquæ, quæ in Vase, sublato Cylindro, contineretur, positâ hac ad eandem altitudinem, quam ante sublatum Cylindrum habuit; & parva Aquæ quantitas, cujus suprema superficies elevatur, quâ Pressio in fundum augetur, magnum Pondus sustinet.

1445. Pressionem lateralem verticali æquari, adhibitâ sequenti Machinâ, ad oculum patebit.



MACHINA,

Quâ demonstratur Pressio Fluidorum lateralis.

Vas DB est Parallelopipedum ligneum, altum 1446.
circiter tres Pedes cum semisse; in inferiori parte, TAB.
Fundum versùs, lateralis datur apertura, in quâ hæ- XLVI.
ret Annulus æneus, cochleam continens, ut Cy- Fig. 3.
lindrus A, quem supra memoravimus *, interposi-
to annulo coriaceo, firmetur; sublatis in antecessum * 1433.
Pedibus, qui cochleis Annulo inferiori annectun-
tur *. Motus Fundi in Cylindro, in hoc casu, est * 1434.
horizontalis. Ad latera Machinæ huic junguntur duæ
Regulæ ligneæ, quarum una videtur in GH; super
his horizontaliter movetur Regula CC, quæ in me-
dio F ad latus prominet; ut hujus motu intrudatur
Cylindri Fundus, quem Regula premit paululum infra
centrum. In C & C Funes, ut Ce, Ce, huic Regu-
læ alligantur; hi juxta Regulas, ut GH, protendun-
tur, transeunt super Trochleis in harum Regularum
extremitatibus, ut T, T, & iis appenduntur Ponde-
ra, ut P, P.

EXPERIMENTUM 4.

Infundatur Aqua Vasi BD ita, ut Aquæ superficies 1447.
tribus Pedibus elevetur supra lineam, in quâ Fundus
premitur. Si Pondera P, P, singula sint sex Libra-
rum, ita ut simul sumta valeant duodecim Libras,
Pressio Aquæ Pondera sustinebit; & Fundus in hoc
casu æquè facile intruditur, quàm extrahitur.

Vim, quâ Aqua sursum premit, æqualem esse illi 1448.
quâ deorsum, & ad latera, premit, sequenti Experi-
mento probatur.

EXPERIMENTUM 5.

1449. In medio superioris superficiiei sustentaculi E, datur
 TAB. Cylindrus diametri circiter duorum Pollicum, cui im-
 XLVII. ponitur Fundus mobilis Cylindri sæpius memorati A*;
 Fig. 4. ita ut, manente Fundo, ipse Cylindrus moveri possit;
 * 1413. hic Operculo suo tegitur, & cum eo conjungitur Tu-
 bus F longitudinis trium Pedum cum semisse; cui in
 superiori extremitate additur Infundibulum B, cujus
 diameter æqualis est diametro Cylindri A. Infundi-
 tur Aqua, tali quantitate, ut in Infundibulo ad alti-
 tudinem quamcumque detur. Manente Fundo, Machi-
 * 1439. na elevatur; imponuntur Operculo Pondera P, P, P*,
 1440. quæ simul valent Libras novem; hæc, cum Pondere
 totius Machinæ, ab Aquâ in Tubo sustinentur; Pon-
 dus vero Machinæ, cum Tubis & Infundibulo, parum
 deficit à sex Libris.

Vis, quæ in Operculum agit, valet Pondus colum-
 næ aqueæ, cujus basis est Operculum, demto forami-
 ne cui respondet Tubus, & cujus altitudo est, Aquæ
 * 1431. altitudo supra superficiem interiorem operculi*; alti-
 tudo hæc est trium pedum cum semisse, ad Aquam e-
 nim in Infundibulo non attendimus; nam propter Cy-
 lindri A, & Infundibuli, æquales diametros, Pondus
 hujus Aquæ, valet exactè Actionem, quam in Opercu-
 lum exserit, siue major, siue minor, fuerit illius quan-
 titas.

1450. Manente Tubo si Cylindri diameter augeatur, actio
 in Operculum in eadem ratione cum Operculo cres-
 cet, ita ut minimâ Aquæ quantitate Pondus maximum
 sustineatur, ac etiam elevetur.

FOLLIS HYDROSTATICUS.

Duo Orbes lignei AB, AB, diametri quindecim Pollicum, Corio circumdantur, & junguntur ita, ut formetur Vas Cylindricum, Folli aliquomodo simile, quod Aquam continere potest. 1451.
TAB.
XLV.
Fig. 2.

In orbe superiori datur foramen in I, cui respondet Cylindrus æneus, cum Orbe cohærens, & cochleâ circumdatus, quo Tubus F, ejusdem longitudinis cum Tubo in præcedenti Experimento, Machinæ jungitur.

EXPERIMENTUM 6.

Aqua Machinæ per Tubum infundatur, & Aqua in Tubo sustinebit pondera P, P, P, P, P, quæ simul valent trecentas Libras. Hisce in Infundibulum adscendit Aqua, sed exigua in Infundibulo est Aquæ altitudo. Pondera, infundendo Aquam in Tubum, etiam elevari poterunt. 1452.

Hæc omnia, quantumvis paradoxa, ex Naturâ Fluiditatis sequuntur; Gutta quæcunque, quæ quiescit, omnes partes versùs æquali cum Vi conatur recedere*; si ergo ab unâ parte prematur, illam partem versùs, propter æqualem Actioni Reactionem, ipsa premet; & hac eâdem Vi omnes partes versùs recedere conabitur. 1453.
* 1418.
In primo Experimento, Aqua, quæ Fundum tangit, & Tubo respondet, sustinet Pondus columnæ aqueæ in Tubo contentæ, & ad Fundum usque continuatæ; hac Vi Fundum premit, ut & Aquam vicinam, quæ cum effluere non possit, in Fundum, & Aquam vicinam, hac eâdem Vi agit; quod & ad Aquam huic vicinam applicari potest; quare, in omnibus Fundi punctis, datur Pressio æqualis Pressioni in loco, in quem Aqua in Tubo agit; & ideo Fundus hic gravatur eodem modo, ac si Aquæ columna, ejusdem altitudinis cum

cum Aquâ in Tubo, & cujus basis esset ipse Fundus, huic imponeretur.

1454. Simili ratiocinio dilucidantur Experimenta 5. & 6. Patet enim singula Operculi puncta sursum premi ab Aquâ eâ Vi, quâ Aqua, quæ in aperturâ Operculi hæret, à superiori, quæ Tubum replet, deorsum premitur.

1455. In secundo Experimento concipiatur, Cylindrum A continuari ita, ut ad Aquæ superficiem perveniat; eo Aqua exterior ab Aquâ, hoc Cylindro contentâ, separatur, hæcque sola Fundum premit, Fundusque hanc totam sustinet. Aqua in Cylindro premit latera Cylindri, Aqua exterior premit superficiem exteriorem Cylindri, & superficies exterior eodem modo premitur ac interior, Pressionesque in puncta opposita sunt æquales; ita ut, si hæc superficies tollatur, Pressiones hæc sese mutuò destruant; non interest igitur utrum talis superficies detur, an non; & eâ sublatâ, id est, sublatâ Cylindri continuatione, non mutatur Actio in Fundum.

1456. In Experimento tertio Pondus Lanci impositum, non modò sustinetur ab Aquâ in Vase, sed etiam ab Actione superficiiei inferioris Cylindri G in Aquam; quæ Actio æqualis est Actioni Aquæ in hanc superficiem, in quam eodem modò premit Aqua, ac in Exp. 5. in Operculum agit.

1457. Pressionem lateralem, qualem in Exp. 4. demonstravimus, æqualem esse illi, quæ sursum, aut deorsum, dirigitur, ex æqualitate Actionis Fluidi omnes partes versùs, facile deducitur; clarum ergo est, ipsam nullo modo pendere ab amplitudine Vasis; & sepositâ agitatione, æquè facile integrum Mare posse cohiberi,

ac

ac minimus rivulus, si Aquæ altitudo sit eadem. 1458.

Quamvis hæc omnia à Gravitate Fluidorum pend-
deant, hæc Actiones ab ipso Pondere distingui debent,
quod semper quantitati Materiæ est proportionale *. 1459.

C A P U T III.

De Solidis Fluidis immerfis.

Diversam Corporum Gravitationem, five Solidorum,
five Fluidorum, ex eo oriri, quod in spatio æ-
quali majorem, aut minorem, Materiæ quantitatem con-
tineant, ex ante dictis sequitur *. 1460.

DEFINITIO 1.

Materiæ quantitas in Corpore, considerata cum relatione 1459.
ad Volumen Corporis, id est, ad spatium ab hoc occupa-
tum, vocatur Corporis Densitas.

Corpus dicitur habere Densitatem duplam, aut tri-
plam, &c. Densitatis alterius Corporis, quando, po-
sitis Voluminibus æqualibus, Materiæ quantitas dupla,
aut tripla, &c. est.

DEFINITIO 2.

Corpus homogeneum dicitur, quod in omnibus Partibus est 1460.
ejusdem Densitatis. Hoc sensu nos vocem hanc adhibe-
mus, ad alia non attendimus, ut Corpus homogeneum
dicamus. Ideo quoque

DEFINITIO 3.

Heterogeneum vocamus Corpus, cujus non omnes Partes æqua- 1461.
lem Densitatem habent.

DEFINITIO 4.

Pondus Corporis, consideratum cum relatione ad Volumen, 1462.
vocatur Corporis Gravitatio specifica.

G g g

Gra.

- Gravitas Specifica dicitur dupla, quando, manente, Volumine, Pondus est duplum.
1463. *Gravitates ergo specificæ, & Densitates, Corporum, in Corporibus homogeneis, in eâdem sunt ratione; & sunt inter se, ut Pondera Corporum æqualium quantum ad Volumen.*
1464. *Si Corpora homogenea fuerint ejusdem Ponderis, Volumina eo sunt minora, quo Densitates sunt majores; & manente Pondere, minuitur Volumen in eâdem ratione, in quâ Densitas augetur; sunt ideo in hoc casu Volumina, inversè ut Densitates.*
- Ex his deducimus, quomodo in homogeneis Corporibus, si duæ dentur ex tribus rationibus, Ponderum, Voluminum, & Densitatum, tertia detegatur.
1465. *Pondera sunt in ratione compositâ Voluminum, & Densitatum.*
1466. *Volumina sunt directè, ut Pondera, & inversè ut Densitates.*
1467. *Tandem Densitates sunt directè, ut Pondera, & inversè ut Volumina.*
1468. *Quando Solidum Fluido immergitur, à Fluido ab omni parte premitur, Pressioque hæc in ratione altitudinis Fluidi supra Solidum crescit. Ut hoc ex dictis in Capite præcedenti sequitur, ac etiam directo Experimento probatur.*

EXPERIMENTUM I.

1469. TAB.
XLVIII.
Fig. 2. Extremitati Tubi vitrei BC alligatur Saccus coriaceus S, Mercurio plenus; Vesica etiam potest adhiberi; immergitur Saccus hic Aquâ, sed ita, ut extremitas C Tubi extra Aquam maneat. Pressione Aquæ, in superficiem Sacci, adscendit Mercurius in Tubum, & pertingit ad *m*; adscensusque Mercurii sequitur

tur proportionem altitudinis Aquæ supra Saccum.

Quando Solidum ad magnam profunditatem Fluido immergitur, Pressio, in superiorem partem, à Pressione, in inferiorem, vix differt; unde Corpora, altè immersa, ab omni parte quasi æqualiter premuntur. Pressio autem, quæ ab omni parte æqualis est, à Corporibus mollibus sine figuræ mutatione, & ab admodum fragilibus sine disrptione, sustineri potest.

EXPERIMENTUM 2.

Frustum Ceræ mollis, figuræ irregularis, & Ovum, Vesicæ Aquâ repletæ includuntur; Vesica, exactè clausa, Pyxidi æneæ A inseritur; nos utimur Cylindro antea memorato *, cum conjuncto Operculo, sed sublato Fundo mobili, & Annulo cui Pedes adhærent, illumque, in situ inverso, Annulo ligneo * imponimus. Operculo ligneo, quod in B (Fig. 4.) separatim exhibetur, tegitur Cylindrus, sed ita, ut illud à Vesicâ sustineatur; Pondus P, centum, aut centum & quinquaginta, Librarum, etiam majus adhiberi potest, superimponitur, quo neque Ovum frangitur, neque Ceræ figura ullo modo mutatur.

Ne quidem Gutta cujuscunque Fluidi figura, Pressione alterius Fluidi, ab omni parte æquali, mutari potest. Sit Gutta figuræ irregularis A, quæ alio Fluido ab omni parte æqualiter prematur. Directio Pressionis, in omnibus punctis, est perpendicularis ad superficiem; quod si negetur, resolvenda erit Pressio in duas *, quarum una perpendiculariter agat ad superficiem, alia juxta directionem superficiæ parallelam; quæ secunda, in superficiem non agit, & premitur Gutta illâ solâ, cujus directio perpendicularis est ad superficiem. Prematur punctum B; Guttula pressa quaquaversum æquali cum

1470.

1471.

1472.

TAB. 7.
XLVIII.
Fig. 3.

* 1433.

* 1440.

1473.

TAB.
XLVIII.
Fig. 5.

1474.

* 319.

1413. Vi premit *, & Guttæ minores singulæ pressæ eodem modo premunt; ita ut Pressio statim per integram Guttam datam dispergatur; & particula ut D, quæ in Guttâ ab omni parte æqualiter premitur, conatur recedere per DE, cum Vi quâ premitur, id est, cum Vi quâ externè premitur particula B, sed æquali Vi ponimus per ED premi particulam D; non poterit ergo hæc moveri; eadem demonstratio poterit applicari puncto F, ut & alii puncto cuicunque superficiei; quare nullus motus in Guttâ dari poterit.

1475. *Solidum Fluido specificè gravius, ad quamcunque altitudinem Fluido immersum, deorsum pellitur Pressione, quæ valet Pöndus columnæ, quæ efficitur ex ipso Corpore, & ex Fluido superincumbenti. Pöndus columnæ similis, sed quæ tota ex Fluido constat, est Vis cum quâ Corpus à Fluido sursum premitur *. Cum verò Solidum ponatur Fluido specificè gravius, Vis hæc minor est illâ, & ab eadem superatur, & Corpus descendit.*

1431.
1408.

1476. Simili ratiocinio, *Solidum Fluido specificè levius immersum, ad supremam Fluidi Superficiem adscendere debere, probatur.*

1477. *Positâ verò eadem Solidi cum Fluido Gravitate specificâ, neque adscendet, neque descendet, sed ad quamcunque altitudinem in Fluido suspensum illud manebit; & Fluidum integrum Corpus sustinebit; in quo casu, propter æqualitatem Gravitatum specificarum, Fluidum sustinet Pöndus æquale ponderi Fluidi, quod impleret spatium à Solido occupatum. Fluidum autem eodem modo agit in omnia Solida æqualia, ad eandem profunditatem*

1478. *immersa, & æqualiter hæc sustinet; amittit ergo Corpus omne immersum partem Gravitatis suæ, æqualem Ponderi Fluidi, quod*

quod spatium à Corpore occupatum posset implere.

Non quidem amittit Corpus partem Ponderis, quæ 1479.
à Fluido sustinetur; sed descendit in Fluido, aut tra-
hit funem, quo sustinetur, quasi revera Pondus immi-
nutum foret.

BILANX HYDROSTATICA.

Columnæ C * conjungimus Columnam minorem G, 1.180.
interposito Annulo E *. Huic ultimæ Columnæ appli-
camus Brachium A *, quod firmamus cochleâ F *. TAB.
XLIX.
Fig. 1.
* 162.
* 163.
* 170.
* 164.

Libram l suspendimus duobus Funiculis, ut agitatio-
nem jugi horizontalem impediamus; eum quoque in fi-
nem, annulum i, ex quo ansa Libræ dependet, infe-
rimus minori regulæ lignæ BB, & clavo b, qui regu-
lam & annulum trajicit, hunc ipsum annulum sustine-
mus.

Et aliâ Methodo quoque agitatio dicti Annuli impe- 1481.
ditur; si hic appendatur, uncis duobus, cum ipsâ re-
gulâ BB, aut filo æneo, cohærentibus, ut hoc in TAB.
LII. exhibemus.

Funiculi, quibus Filum hoc æneum, aut Regula 1482.
BB, sustinetur, paralleli sunt, & circumcunt trochleas
cum Brachio A cohærentes; inde deorsum deducun-
tur, ad Trochleas quæ juxta basin cum Columnâ C
lateraliter cohærent, & quarum una apparet in S; his
quoque circumponuntur Funiculi qui horizontales fiunt
& cum minori regulâ lignæ T cohærent; quæ ipsa
conjungitur cum unco Ponderis P, sex aut octo libras
grave.

Motu hujus Ponderis ad libitum elevatur, aut depri- 1483.
mitur, Libra.

Catenis tenuioribus, loco Filorúm, suspenduntur 1484.

Lances; quibus in centro inferioris superficiei unci ad-
hærent; & tribus pedibus, dimidiatum Pollicem altis,
insistunt.

Uncis Lancium junguntur fila ænea a, a ; extrema
inferiora ita sunt flexa, ut uncus efficiant c ; sed di-
stinctius hoc apparet in Fig. 2. in quâ eadem Libra ex-
hibetur.

1485. Cum Columnâ C jungitur Tabella HLH , reple
circumdata, quæ ad varias altitudines firmari potest;
huic Tabellæ Lances Libræ imponimus, & ubi æquili-
brium est explorandum, parum elevatur Bilanx, cujus
motum nimium ipsa Tabella impedit. Est hæc perfo-
rata in m & m ; foramina respondent Uncis Lancium
& Fila ænea a, a , per hæc ipsa foramina penetrant.

1486. Sæpius autem obtingit, non exactè horizontalem esse
Mensam, cui imposita est columna C ; in quo casu non
ipsis uncis exactè foramina Tabellæ respondent; quod
incommodum ut vitari possit, in hujus constructione
peculiariora quædam observanda sunt. Brachium DO ,
quod Tabellam sustinet, separatim repræsentamus; hu-
jus cauda per Columnæ aperturam transit & firmatur
cochleâ OQ , ut de alio dictum *. Brachium hoc per-
foratum est, & scissura à d ad d extenditur.

Tabellam ipsam HLH , quoque separatim, hujus-
que inferiorem superficiem, exhibemus. Juxta hanc
superficiem inter duas regulas mobilis est Lamella li-
gnea I ; mobilis hæc tantum est per spatium quod pa-
rum Pollicem superat, & in puncto quocunque hujus
spatioli firmari potest; hunc in finem cum Lamellâ li-
gneâ juncta datur Lamella ænea q , in quâ scissura da-
tur, quam cochlea o , ipsi Tabellæ HLH inhærens,

tra-

trajicit; hac autem cochleâ firmatur Lamina lignea I. Huic in medio ad angulos rectos infistit & firmiter cohæret Lamina cuprea *n*, cochleam conjunctam habens *p*.

Quando Brachio D O applicatur Tabella, Lamella *n* aperturæ *dd* inseritur, in quâ per spatium, quod quoque parum tantum Pollicem superat, transferri potest, firmatur autem cochleâ *p*, applicatâ hujus parte exteriori *g*, interpositâ Lamellâ *b*, ne lignum lædatur.

Ubi cum Columnâ C Tabella conjuncta est, relaxatis parum cochleis *o* & *p*, Tabella potest à Columnâ removeri, aut huic ad moveri, motu Laminæ *n* in scissurâ *dd*; potest quoque, motu Lamellæ lignæ I inter regulas, lateraliter agitari Tabella; cùmque, in his agitationibus, Tabella motu parallelo feratur, faciliè foramina disponuntur, ut cum uncis Lancium respondeant.

EXPERIMENTUM 3.

In hoc Experimento Balance Hydrostaticâ, novissimè explicatâ, utimur; præterea indigemus Cylindro cupreo, accuratè elaborato C, in cujus basis superioris, quam repræsentare non potuimus, centro uncus hæret exiguus. In centro basis inferioris foramen datur *a*, per quod globuli plumbei minores Cylindro inferuntur, quo Pondus ad libitum variari potest; clauditur foramen cochleâ *b*, cujus Caput ita basi inferitur, ut unicam cum reliquâ basi superficiem efficiat.

Cylindrus cavus E quoque cupreus est; ad superiorem partem apertus, & ansâ F instructus, ut ope Capilli equini N suspendi possit. Hujus interior superficies benè est levigata; & exactè Cylindri hujus capacitatem

1487.

TAB.
XLVIII.
Fig. 6.

1488.

1489.

tatem replet Cylindrus alter C; ne autem aër ingres-
sum, & extractionem, hujus Cylindri impediât, cochleâ
d, foramini, in centro basis Cylindri E, inseritur,
ut, remotâ hac cochleâ, aër intrare, & exire, li-
berè possit. Capillus equinus M ipsi cochleâ d jun-
gitur.

1490. Unco Lancis Libræ jungitur Capillus equinus cum
TAB.
XLIX.
Fig 1.
* 1489.
* 1498. ansâ Cylindri aperti *, quem in hac Fig. literâ N desig-
namus, cohærens; & Capillo equino hujus fundo
adhærenti jungimus Cylindrum clausum *, quem R re-
præsentat. Lanci oppositâ Pondus imponitur X, ut
* 1483. detur æquilibrium. Elevatur tunc Bilanx *, & admo-
vetur Vas vitreum V, Aquam continens; demissâque
iterum Librâ, Corpus R immergitur, & æquilibrium
destruitur; quia R pro parte ab Aquâ sustinetur: ad
hoc verò redit Libra, si N Aquâ impleatur; id est,
si illa affundatur Aquæ quantitas, quæ repletet locum
ab R occupatum.

DEFINITIO 5.

1491. *Pondus, quod Corpus Fluido immersum servat, vocatur il-
lius Gravitatis respectiva.*
 1492. *Hæcque Gravitatis respectiva est excessus Gravitatis spe-
cificæ Solidi super Gravitatem specificam Fluidi; quia Soli-
dum ex Gravitate amittit quantum valet Fluidi Gra-
vitas.*
 1493. *Ex hisce sequitur, omnia Solida æqualia, licet diversæ
Gravitatis specificæ, quando eodem Fluido immerguntur, Pon-
 * 1478. dus æquale amittere *.*

EXPERIMENTUM 4.

1494. Mutetur Pondus Cylindri C, aucto, aut imminuto;
numero globulorum plumbeorum in hoc contento-
rum



rum *; & repetatur Experimentum ultimum, exactif-
simè eodem modo procedet. * 1488;

Ex dictis ulterius sequitur, *quomodocunque inter se differant Densitates Corporum inæqualium, si eidem Fluido immergantur, Pondera, ab iis amissa, esse in ratione Voluminum.* In eâ enim ratione sunt spatia ab iis in Fluido occupata. 1495.

Idcirco Corpora ejusdem Ponderis, sed diversæ Densitatis, partes inæquales Ponderis amittunt, quando eidem Fluido immerguntur, propter Voluminum inæqualitatem. 1496.

EXPERIMENTUM 5.

Lamellæ duæ ejusdem Ponderis, stannea una S, plumbea altera P, capillis equinis, uncis Bilancis memoratæ * suspenduntur, & æquilibrium datur. Descendat Bilanx, ut Corpora, Aquâ, vitris V & V contentâ, immergantur, æquilibrium destruetur. 1497.

Idem solidum, quod Fluidis diversæ Densitatis immergitur, diversam Ponderis sui partem amittit *; ideo quando duo Corpora, ejusdem Densitatis & Ponderis, Fluidis diversæ Densitatis immerguntur, destruitur inter illa æquilibrium. * 1478.

EXPERIMENTUM 6.

Eodem modo ut præcedens instituitur hoc; sed Lamellæ ambæ sunt plumbeæ. Si ambæ Aquæ immergantur, servatur æquilibrium; sed hoc destruitur, si dum una in Aquam penetrat, altera in spiritum Vini descendat. 1499.

Quando Solidum, Fluido specificè gravius, in Fluido suspenditur, hoc ab omni parte, in illud, pro altitudine suâ, agit *; & Solidum æqualiter in Fluidum reagit *; Actiones illæ sunt igitur eadem, ac si Spatium, 1500.

H h h

tium,

tium, à Solido occupatum, ipso Fluido impleretur;
 1501. & ita non interest, respectu Gravitatis Fluidi, utrum in eo Solidum specificè gravius suspendatur, an affundatur ejusdem Fluidi quantitas, quæ æquale spatium cum Solido occupat.

EXPERIMENTUM 7.

1502. Vitreum vas V, annulo cupreo circumdatum, & ansâ instruatum, aquâ ferè repletum, brachio L Libræ suspenditur, eique immergitur Cylindrus æneus R, qui capillo equino sustinetur, ne Fundum Vasis tangat; Pondere, Lanci oppositæ imposito, datur æquilibrium. Destruitur hoc extracto Cylindro R, sed instauratur, infundendo Aquam, quæ Cylindro cavo N contineri potest. Sunt hi ipsi Cylindri supra memorati*; si in N inseratur Cylindrus R, exactè ab hoc repletur. Si eo tempore, quo sequens tentamus Experimentum, & hoc demonstrare in animo habemus, commodè hoc fieri poterit, ut statim videbimus*.
 * 1488.
 1489.
 * 1505.

Collatis inter se N^{is}. 1478. & 1501., ut & Experimentis 3. & 7., quibus illi confirmantur, patet, Fluidum acquirere Pondus, quod Solidum immersum amittit. Vis Gravitatis semper proportionalis est quantitati Materiæ, & non mutatur immersione Solidi in Fluidum; quare summa Ponderum Solidi & Fluidi, & ante & post immersionem, non differt.

EXPERIMENTUM 8.

1504. Disponuntur omnia ut in Experimento præcedenti tertio; hæc sola differunt; loco annuli E, Brachium Q*, inter Columnas C & G, firmatur; & Cylindrus cavus non adhibetur; sed Cylindrus R, capillo equino, ipsi unco c appenditur. Unco v, Brachii Q, suspendimus majorem Libram L, quâ antea jam usi fuimus*;
 TAB. L.
 FIG. 2.
 * 165.
 * 1444.

sed

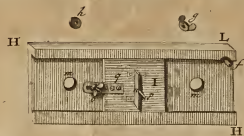
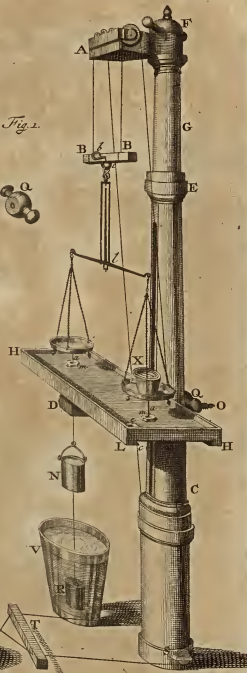
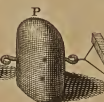
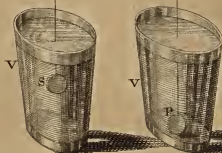


Fig. 1.



Fig. 2.



ſed in hoc Experimento, & in præcedenti, Vas V minus eſt, quàm in Experimento 3. Capitis 2. hujus Libri. Bilanx *I* in æquilibrio conſtituitur, Lanci *I* impoſitis Ponderibus *z* & *p*; quorum *p* valet Pondus, quod Corpus *R* in Aquâ amittit, & quæ ſimul ſuſtinent Cylindrum *R*. In aliâ Librâ *L*, quoque æquilibrium datur inter Vitrum *V*, Aquam continens, & Lancem oppoſitam cum impoſito Pondere *Y*. Elevatur *I*, motu Ponderis *P* *; convertitur uncus *v* ita, * 1483. ut Vas *V* infra Cylindrum *R* perveniat; quod ut fiat, pro diverſâ Jugi *L* longitudine, diverſa Brachii *Q* deſideratur directio, quæ, antequam hoc firmetur, variari ad libitum poteſt. Descendat Bilanx *I*, ut Cylindrus *R* Aquæ, Vaſe *V* contentæ, immergatur; deſtruetur æquilibrium in ambabus Libris, quæ ambæ ad ipſum redeunt, transferendo Pondus *p*, ex Lance *I*, in Lancem Brachii *L*.

Si præcedens Experimentum demonſtrandum foret, 1505. Libra *I* ipſi Tabellæ *HEH* imponenda eſſet; tunc ex unco fixo dependeret Cylindrus *R* in Vaſe *V*.

Corpus, Fluido ſpecificè gravius, & quod in hoc 1506. deſcendit, majori Vi deorſum fertur, quàm ſurſum premitur, ut antea explicatum *; quarum Virium differentia eſt Corporis gravitas reſpectiva. Vis prima * 1473. pro parte conſtat ex Pondere Fluidi Corpori ſuperincumbentis; & Corpus ad talem poteſt immergi profunditatem, ut hocce Pondus æquale ſit memoratæ Gravitati reſpectivæ; ſi in hoc caſu Fluidum hoc ſuperincumbens tollatur, ſuſtinebitur Corpus à Preſſione Fluidi inferioris.

Si ad majorem profunditatem Corpus immergatur, 1507.

H h h 2

&

& etiam Fluidum cohibeatur ne superficiem Corporis supremam premat, (cùm Pressio, quâ Corpus sursum pellitur, cum profunditate ad quam immergitur crescat *) majori Vi in altum feretur Corpus, quàm Gravitate descendet, quare, si liberè moveri possit, ascendet.

EXPERIMENTUM 9.

1508. TAB. LI. Fig. 1. Cylindro vitreo C, ab utraque parte aperto, applicetur ab inferiori parte Lamina cuprea F, quartam Pollicis partem crassa; si plana accuratè sit, & ora Cylindri ita levigata, ut Laminæ applicata Aquam excludat, Laminaque filo, unco *v* in centro Laminæ alligato, sustineatur, donec ad profunditatem circiter trium Pollicum Aquæ immergatur, ab Aquâ sustinebitur; quod relicto filo patebit. Ad majorem profunditatem magis arctè cum Cylindro cohærebit Lamina, ad minorem cadet.

1509. Pro ratione crassitie, & densitatis Laminæ, augenda est profunditas, ad quam immergitur. Si ex. gr. aurea illa esset, Auri Gravitas specifica est ad Aquæ Gravitationem specificam, ut 19. ad 1; quare illius Gravitas respectiva est ad Aquæ Gravitationem specificam, ut 18. ad 1. *; Columna idcirco aquea decies & octies, altitudine suâ, crassitiem Laminæ aureæ superare debet, ut valeat hujus Gravitationem respectivam; requiritur ergo, ut Aquæ altitudo, supra superficiem superiorem Laminæ aureæ, toties ad minimum valeat ipsius Laminæ crassitiem; si non ultra Cylindri basim Lamina se extendat; si enim major sit Lamina augenda erit profunditas.

EXPERIMENTUM IO.

Cylindrus A cum Fundo mobili, Operculo testus, 1510.
& cum Tubo F conjunctus, ut ante expositum *, A- TAB. L.
quæ immergitur; Fundusque, quando ad profundita- Fig. 3.
tem unius Pedis infra Aquæ superficiem pervenit, ad- * 1432
scendit; quamvis ope cochleæ, in centro Fundi ab in-
feriori parte cohærentis, hic jungatur cum Pon-
dere P, quo Fundi Gravititas ita augetur, ut supe-
ret Libras duas, & præter Pondera, quæ elevantur, su-
peretur attritus.

Omne Corpus immersum amittit ex pondere, quan-
tum ponderat Fluidum, quod spatium à Corpore in
Fluidum occupatum, replet *. Idcirco si Corpus Fluido
levius fuerit, & ideo adscendat, in superficie hære-
bit, & talis erit pars immersa, quæ si à Fluido occupare-
tur, hoc æqualiter cum Corpore ponderaret. * 1478.
1511.

Hoc idem ex N. 1415. quoque immediatè deduci
potest; nisi enim quiescente Corpore, talis sit hujus
immersio, superficies horizontalis, quam in Fluido in-
fra Corpus concipimus, non æqualiter ubique preme-
retur.

Indicata Regula de Pondere amisso * universalis est; 1512.
Corpus Fluido levius sursum pellitur, quia plus amit- * 1478.
tit quam habet; si autem retineatur, statim apparet A-
ctionem Fluidi esse eandem, quàm in Corpus Fluido
specificè gravius; & in hoc casu Regula tali Corpori
potest applicari.

EXPERIMENTUM II.

Parum hoc differt ab Experimento I. hujus Capi- 1513.
tis. Loco Cylindri caprei, qui Cylindrum N replere TAB. L.
potest, adhibemus Cylindrum ligneum r, qui ejusdem Fig. 4.

H h h 3

est

est magnitudinis, & quoque exactè replet N, quando huic inferitur. In centro superioris superficiei Cylindri lignei prominentia datur lineæ exigua & perforata. Ex filo æneo rectangulum efficitur A, cui conjungitur globulus *b* ex eodem metallo, ut Pondus augeatur. Appenditur rectangulum hoc Capillo equino, cum basi Cylindri N cohærenti, & in Aquâ suspenditur. Cylindrus *r* ipsi N inferitur, aut Lanci B imponitur; & ad æquilibrium reducitur Bilanx *l*.

Tollitur *r*, & in situ inverso conjungitur cum rectangulo A, auxilio unci minoris in *d* hærentis, & qui foramini in prominentiâ memoratâ basis Cylindri lignei inferitur. Acquirat Cylindrus situm, quem Figura indicat; & æquilibrium est destructum; instauratur autem, ut in Experimento 1. *, si N Aquâ repleatur.

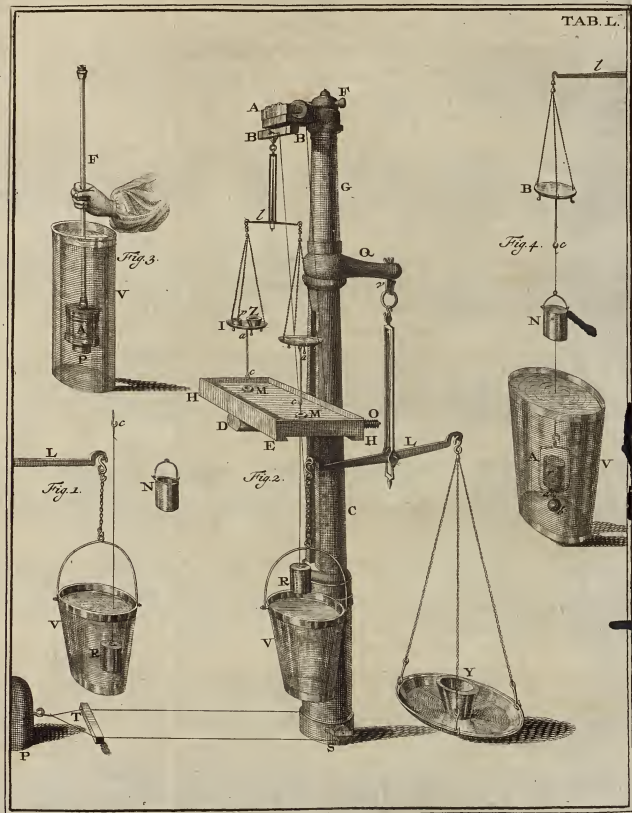
* 1488.
1514. Sublato Cylindro *r*, antequam hoc cum A conjungatur, æquilibrium destruitur; sed hoc instauratur si pro parte tantum N Aquâ repleatur. Tunc Volumen Aquæ in N, æquale est Volumini immerso, quando *r* in superficie Aquæ natat. Pondus autem Aquæ, quæ deficit ut N repleatur, valet Vim, quâ fursum pellitur *r*, quando, cum A cohærens, infra Aquæ superficiem retinetur.

1515. Sequitur ex his, *Corporum, in superficie ejusdem Fluidi natantium, partes immerfas esse inter se, ut Corporum Pondera.* Idcirco si, superaddito Pondere Corporis Gravitatas mutetur, in eâdem ratione augetur pars immersa;

1516. & partes, quæ variis Ponderibus in Fluidum descendunt, sunt inter se, ut hæc Pondera.

EXPERIMENTUM 12.

1517. Globus cavus G, ex tenuiori Laminâ æneâ effectus, TAB LI.
Fig. 2. cohæ-



100-50

cohæret cum Cylindro ex eodem metallo, quoque cavo, superius aperto, & accuratè elaborato. Cum Globo quoque cohæret cauda *cd*, quæ ipsi Cylindro opponitur, & in cujus extremitate cohæret Pondusculum *d*.

Machina hæc Aquâ levior est, & sibi permiffa, dum natat in situ verticali sese disponit Cylindrus. Divisa est altitudo Cylindri in partes, quæ dimidiatum singulæ valent Pollicem, & divisiones indicantur, circulis, quæ in dicto situ Machinæ horizontales sunt.

Globuli plumbei minores injiciuntur Globo C, donec Aquæ superficies cum uno ex circulis conveniat. Determinatur deinde Pondus, quo si Machina oneretur, superficies ad sequentem divisionem pertingat; si, injectis globulis plumbeis, de novo tale Pondus addatur, & iterum atque iterum eodem modo continuemus, singulis vicibus æqualiter descendet Machina; id est, ad sequentem circulum pertinget Aquæ superficies.

In N^{is}. 1506. & 1507., Experimentis 9. & 10. confirmatis, vidimus, quomodo Corpus Fluido gravius ab hoc sustineatur, & quasi natet; simili methodo Corpus Fluido levius in Fundo retineri potest; in illo casu Pressio Fluidi superincumbentis tollitur; hic tollenda est Pressio Fluidi in inferiorem superficiem, quâ Corpus sursum pellitur.

EXPERIMENTUM 13.

Lamina ænea *bc*, exactè plana, cum sustentaculo A conjuncta, in Fundo Vasis vitrei V hæret; Lamina similis *de* cum Cylindro ligneo *f*, frusto Suberis L circumdato, jungitur ita, ut cum hoc constituat Corpus

1519.
TAB. LI.
Fig. 3.

pus Aquâ levius; Lamina hæc ultima primæ imponitur, ut convenient; & baculo Suber retinetur, dum Aqua affunditur; relicto Subere, non hoc adscendit, donec, hoc è loco moto, Laminæ pro parte separentur ita, ut Aqua in Laminam, cum Subere conjunctam, Pressionem suam exserere possit, illamque cum Subere in altum ferre. Planæ desiderantur, & levigatæ Laminarum superficies. Repeti potest Experimentum relicta Aquâ, si mutua Laminarum detur applicatio.

C A P U T IV.

De explorandis Corporum Ponderibus.

1520.

* 179.

Pondera Corporum explorari Librâ, instrumento notissimo, antea jam observavimus*; & eâ occasione de hujus proprietatibus, & ad perfectionem requisitis, fusè satis egimus. De ejusdem Instrumenti usu, quando Pondera exactissimè sunt determinanda, nihil diximus.

1521.

In iis, quæ, in duobus sequentibus Capitibus, de Densitatibus comparandis explicabimus, accurata Ponderum determinatio omnino necessaria est; cum verò accuratissimam hujus Methodum demonstrata Capitis præcedentis nobis suppeditent, de hac ipsâ hoc loco agere, necessarium mihi visum est.

1522.

Ante omnia desideratur Bilanx, perfectissimè elaborata; quæ, ubi, antequam Ponderibus gravetur, in æquilibrio constituta, quotiescunque agitetur, ad æquilibrium redeat; & ne difficultatem inutiliter augeamus, loquimur de agitatione exiguâ. Requiritur ulterius, ut Bilancis hujus, quando tribus aut quatuor un-

cijs

ciis ab utraque parte gravata est, æquilibrium, quinquagesimâ, aut minori, Grani parte, turbetur.

Primum requisitum haud facile obtinetur; & deficiente hoc, secundum adesse non potest.

Secundo desiderantur Pondera, exactissimè determinata. Omnium maximè commodum est; cùm agatur de Ponderibus comparandis, Granis Pondera exprimere. 1523

Hiscæ sequentibus utor; uno mille Granorum; uno 500. Gr.; uno 400. Gr.; duobus 200. Gr.; duobus 100. Gr.; duobus 50. Gr.; duobus 30. Gr.; duobus 20. Gr.; duobus 10. Gr.; quibus varia minora addenda, sex, quinque, quatuor &c. Granorum, non tamen minora uno Grano. Talia hæc desiderantur Pondera, ut æquilibrium inter hæc detur, quoties idem numerus Granorum singulis Lancibus imponitur, variatis ad libitum ipsis Ponderibus impositis.

Bilancem & Pondera Artifex nobis suppeditare debet; quid ulterius addendum sit, ut difficultates, quæ in usu occurrunt, removeantur, dicam.

Bilancem suspendimus, ut antea diximus*. Jugi longitudo est octo Pollicum; annulata est Ansa in *o*, ut distinctius percipiamus, quomodo Examen cum Indice, fixo in superiore Ansæ parte, respondeat. Non nimium tenue est Examen, & obtusa ejus extremitas in motu juxta similem extremitatem Indicis transit ita, ut distantia sit exigua; cum etiam Indicis & Examinis eadem sit crassities, situs æquilibrii quàm exactissimè percipitur. 1524-
TAB. LII.
Fig. 1.
*1480.

Funiculi, quibus Bilanx sustinetur, Trochleas, supra indicatas*, circumeunt, & cum Unco *v* conjunguntur. 1525.
*1482.

- tur. Uncus hic, auxilio Cochleæ P, mobilis est, ut Bilanx elevetur, aut deprimatur; sed motus hic non^o
1526. ultra Pollicem cum quadrante extenditur. Quando major necessaria est Libræ translatio, ipse tubus S, cum quo ea cohæret, quæ motui Unci v, & Cochleæ P, inserviunt, & qui firmatur cochleâ q, movetur juxta virgam ferream, quadratam, VK. Tubus S, cum adjunctis, separatim exhibetur in Fig. 3., & in hujus constructione difficultas non datur.
1527. In angulo E, Tabellæ HEH, hæret tubulus æneus, qui, ut benè firmetur, cum Lamellâ cohæret quadratâ, quæ ligno inseritur; tubulus apparet in f, & Lamella in e (TAB. XLIX. Fig. 1.); tubulum hunc trajicit Cylindrus tenuis æneus bl, qui circa axem convertitur, ope Capitis I.
1528. Juxta hunc Cylindrum mobilis est tubulus Q; qui firmiter satis hæret, ubicunque Cylindro applicetur; quia extremitates incisæ & elasticæ sunt. Cum hoc tubulo conjunctus est Index T, qui horizontaliter movetur, quando, conversione Capitis I, Cylindrus bl circa axem rotatur.
1529.
1484. Unco d, fili ænei ad*, Cylindrus tenuis æneus rs, cujus ambæ extremitates perforatæ sunt, suspenditur; hujus longitudo superat quatuor Pollices; & chartâ involutus est, ut ipsi magis commodè inscribantur divisiones postea memorandæ.
1530. In præsentī negotio solidum L removetur, & extremitas p, fili ænei pn, quæ in Uncum flexa est, foramini s inseritur.
- Longitudo hujus fili est circiter quinque Pollicum, & in extremitate inferiori, cum ipso cohæret Globulus æneus g, cujus diameter quartam Pollicis partem non superat.
- Filum

Filum hoc desideratur exactissimè ubique ejusdem crassitie, & quidem tale, ut partis ipsius, cujus longitudo esset unius Pollicis, pondus parum superaret Grana quatuor.

Aquæ Vase vitreo contentæ immergitur pg , & omnia 1531.
disponuntur, ut pg ferè totum immergatur, quando lances Tabellæ HEH sunt impositæ.

Unco c applicatur Globus æneus F ; concipimus 1532.
remotum R , cum Vase in quod immergitur. Tale determinandum est Pondus F , ut sit in æquilibrio cum iis, quæ oppositæ Lanci sunt appensa, elevatâ Librâ ita, ut dimidium fili pn sit immersum. Index T applicatur puncto a , quod in antecessum notatur in medio Cylindri rs , ut sit divisionum initium.

Hisce positis Granum unum Lanci a imponitur, & 1533.
elevatur Bilanx; in eo motu filum æneum pn Aquâ continuè extrahitur, quo illius Pondus augetur * ita, 1478.
ut æquilibrium instauretur elevatâ Balance ad altitudinem circiter duorum Pollicum. Notatur tunc punctum s , quod Indici T respondet. Transponitur Granum, Lanci a impositum, ex hac in aliam, & deprimitur Bilanx, ut iterum æquilibrium detur, & notatur punctum r . ar & as sunt æquales. Hoc autem variis vicibus potest repeti, ut circa distantiam inter r & s dubium non detur.

Singulæ hæ partes uni Grano respondent, & in vi- 1534.
ginti partes æquales minores dividuntur; hæ singulæ respondent 0,05. Gr., & in quinque minores iterum subdividi possunt; quod in ipso usu Machinæ oculis fieri potest ita, ut non sensibilis erroris periculum detur.

Divisionum initium est in a sursum & deorsum. 1535.

Scalam vocamus adscendentem inter a & r , descendentem inter a & s .

PONDERANDI METHODUS.

1536. Ubi Corporis Pondus determinandum est, Libra in æquilibrio disponitur, & Index applicatur, ut in N^o. 1532. diximus. Demittitur Bilanx *, ut parum à Tabellâ H E H distet; Corpus explorandum Lanci a imponitur & Pondera Lanci e ; & ubi hæc ita sunt determinata, ut deficiant à Pondere quæsito, sed defectus minor sit duobus Granis, motu tubuli S elevatur Bilanx, donec ab æquilibrio hæc parum deficiat *; tunc firmato S, motu cochleæ P, quàm exactissimè Libram ad æquilibrium reducimus *. Index T demonstrat quid Ponderi, Lanci e imposito, sit addendum, aut detrahendum. Si ex. gr. Index respondeat divisioni 36. Scalæ descendentes, & Pondera imposita valeant 1095 Grana, Pondus addendum est partium centesimarum unius Gr. triginta sex, & Pondus Corporis est Granorum 1095,36. Si ageretur de Scalâ adscendenti, magis immersum filum s t minus ponderaret; & numerus, Indice indicatus, subtrahendus foret. In ultimo exemplo Pondus quæsitum fuisset 1094,64. In praxi ulterius ad illa quæ sequuntur debemus attendere.
1537. Oleo illiniri debet pn , antequam Aquæ immergatur, & linteo abstergendum est Oleum; sat pinguedinis remanebit: etiam lentè admodum elevanda est Bilanx. Hæ cautelæ observantur, ne Aqua ipsi filo pn adhæreat, dum extrahitur; si nihilominus hoc contingat, quod statim apparet, (in Guttulas enim, facillè visibiles, quamvis exiguas, sese constituit Aqua,) de novo deprimitur Libra, & lentius elevatur, quod omne

omne incommodum vitari potest.

Uterius observandum, Indicem T Cylindro diviso applicari, quando ille constituendus est, ut cum initio divisionum congruat, aut quando examinare debemus, cui divisioni respondeat; sed dum Bilanx movetur, Index removetur conversione Capitis I. 1538.

Ubi Bilanx ad æquilibrium pervenit, parum agitando est, semel & alterâ vice; ut pateat an ad æquilibrium redeat accuratè; minimum quid axi adhærens turbat æquilibrium, sed hac agitatione illud ipsum removetur. 1539.

Cavendum ne nimium agitetur Bilanx, quod casu contingere potest, quando Libra elevata est; nam Tabella HEH, semel firmata *, situm servare debet. Ut hoc impediamus, Columnæ C jungimus Brachium M *, huic addita est Lamella ænea, incurvata, xy, quæ caudam in medio habet, penetrantem per ipsum hoc Brachium, ut cochleâ m firmetur Lamella. In hujus extremitatibus, ad Angulos rectos cum hac conjunctæ sunt regulæ minores æneæ t, z, parallelæ ipsi Brachio. 1540.

Quando Libra elevata est, Brachium ita firmatur ut parum à jugo distent regulæ t & z, ut nisi agitationi minori locum non relinquunt. * 153.

C A P U T V.

De comparandis Fluidorum Densitatibus.

Cum Corporis Densitas sequatur proportionem Ponderis ipsius, dato Volumine, comparando.

- * 1463. Corporum æqualium Pondera , detegimus ipsorum
 1541. Denſitates *. Si ergo *Vas quodcumque exacte Fluido repleatur, & Fluidum hoc ponderetur; idemque alio Fluido repleatur, quod etiam ponderetur; Pondera erunt, ut Denſitates.* Sed cum hæc methodus in praxi variis obnoxia sit difficultatibus, in hac explicandâ non inhæremus.
1542. *Quando duorum Fluidorum Preſſiones ſunt æquales, Materiæ quantitates, id eſt, Pondera, in Columnis, æquales Baſes habentibus, non differunt *; quare Volumina, quæ ſunt ut Columnarum Altitudines, ſunt inverſe ut Denſitates *; ex quo deducitur Methodus hæc comparandi in Tubis communicantibus; in quibus tamen non deſiderantur baſes Columnarum æquales; id eſt, non intereſt an Tubi ſint inæquales nec ne, quo Altitudo non mutatur *.*

EXPERIMENTUM I.

1543. TAB. LI. FIG. 4. Tubo vitreo curvo *A* infundatur Mercurius, quo pars inferior Tubi à *b* ad *c* impleatur; infundatur Aqua ab unâ parte à *b* ad *e*; in crus oppoſitum infundatur Oleum Terebinthinæ, donec ambæ ſuperficies *b*, *c*, Mercurii ſint in eâdem lineâ horizontali; ſitque altitudo Olei *cd*; erunt hæ altitudines, ut 87. ad 100, in quâ ratione inverſâ eſt Denſitas Aquæ ad Olei Terebinthinæ Denſitatem; ſunt ergo hæ, ut $\frac{1}{87}$ ad $\frac{1}{100}$, aut ut 100. ad 87.

Mercurius infunditur, ne Fluida in fundo Tubi miſceantur.

1544. Hæc quoque Methodus obnoxia eſt difficultatibus. Minores differentiæ non ſatis benè determinantur; difficulter hac Methodo vera ratio, inter Denſitates Aquæ pluviæ & Aquæ ſtillatiæ, detegeretur. Mercurius quoque

non potest adhiberi pro omnibus Fluidis; & tunc separatio Fluidorum in inferiori Tubi parte sæpe difficilis erit.

Sequens Methodus est omnium maximè universalis & accurata. Pro fundamento habet demonstrata de Immersione Solidi Fluidis gravioris. *Quando idem Corpus variis Fluidis immergitur, Pondera ab illo, in his amissa, sunt inter se ut horum Densitates ** 1545.

* 1463:
1478.

MACHINA,

Quâ Fluidorum Densitates conferuntur.

Utimur Balance Hydrostaticâ *, cum omne suo apparatu, superius explicato *. 1546.

TAB. LII.
Fig. 1.
* 1480.
* 1524.
* 1532.

Tollitur Pondusculum F *, & in ejus loco suspendimus solidum vitreum R, capillo equino annexum.

Solidum hoc in se cavitatem vacuum continere potest; melius etiam est si hujus pondus minuatur tali cavitare; nam sufficit, si Solidum gravius sit omnibus Fluidis, Mercurio excepto, ad quem hæc Methodus non pertinet; sed de quo sequenti Capite dicam.

Pondus quoddam determinamus ad libitum; sed tale ut aliquando superet, aliquando deficiat à Pondere, quod R in diversis Fluidis amittit. In nostrâ Machinâ determinavimus Pondus 700. Gr. 1547.

Solidum æneum L tale est, ut inter *s* & *p* suspensum, æquilibrium detur cum R, non immerso, impositis 700. Gr. lanci *e*; & immerso filo æneo *p* *n*, ut supra diximus *. Et ipsi L inscribimus numerum hunc 700. 1548.

* 1532.

Si nunc sublato pondere 700. Gr. Lanci *e* imposito, Vitrum R in Fluido quocunque suspendatur, & imposito Pondere, Lancium uni aut alteri, æquilibrium detur *, Densitas Fluidi detegitur; si Lanci *d*, additur numerus Gr., huic impositorum, differentię memoratæ Gr. 1549.

* 1536.

Gr. 700.; si Lancie, subtrahitur numerus ille ex iisdem 700., & in utroque casu, ex numero ita detecto subducitur numerus, in scalâ ascendente indicatus; aut ipsi additur, si scalâ adscendenti ar Index respondeat. Habemus tunc Pondus à Corpore amissum; id est, Pondus Densitatem Fluidi exprimens *.

EXPERIMENTUM 2.

1550. Rebus, ut explicavimus, dispositis *, Aquæ immergatur Solidum vitreum R, Lancie a suspensum; æquilibrium habemus, si undecim Grana Lancie imponantur, & Bilanx elevetur, ut Index divisioni quinquagesimæ sextæ, scalæ descendents, respondeat; Pondus ergo ex 700. subtrahendum est 11,56; & Aquæ Densitas hoc numero exprimitur 688,44 *. Si verò de Lacte agatur decem Gr. Lancie d imponenda sunt; quæ septingentis addenda sunt, & 710. Lactis Densitatem exprimit. Aliquando numerum hunc habui, aliquando paulò minorem, quia non omne Lac eandem habet Densitatem.

1551. Sit nunc aliundè notum, Pedem cubicum Aquæ ponderare Libras 63. cum Unciis 7. Drachmis 2. & Scrup. 2.: quod detegimus determinando Pondus in Aquâ amissum à Corpore cujus capacitas nota est *. Usus ego sum Cubo cupreo, cavo, cujus latera exactè erant sex Poll. Rhenolandicorum. Pondus memoratum valet Gr. 487360. dum Volumen Aquæ æquale Vitro nostro R ponderat Grana 688,44; unde constat Volumen hoc debere multiplicari per 707,92. ut habeamus Pedem cubicum; & multiplicatis per hunc numerum 710. habebimus Grana in pede cubico Lactis; & hac Methodo Pondus Pedis cubici Fluidi cujuscunque detegitur.

Aliam

Aliam quoque nunc addam Methodum, quâ comparantur Fluidorum Denſitates, quæ admodum eſt compendioſa; ſed commodè tantum adhiberi poteſt in Fluidis, quæ parum Denſitate differunt. Uſu præcipuè venit, ubi agitur de conferendis Denſitatibus variorum Vinorum; aut variarum Cereviſiarum.

Pro fundamento hæc quoque Methodus habet demonſtrata de Corporibus Fluidis immerſis, ſed his levioribus.

Si Solidum, Fluidis comparandis levius, variis Fluidis immergatur, partes immerſæ erunt inverſe, ut Fluidorum Denſitates; nam, quia idem Solidum adhibetur, portiones variorum Fluidorum, quæ ſingulis caſibus ſpatium à parte immerſâ occupatum poſſent implere, eſſent ejuſdem Ponderis *; ergo Volumina, illarum portionum immerſarum, eſſent inverſe ut Denſitates *.

MACHINA SECUNDA,

Quâ Fluidorum Denſitates conferuntur.

Machina hæc A vitrea eſt, conſtat ex Globo cavo, cum Tubo Cylindrico, in partes æquales diviſo. Inſra Globum alter minor additur, qui pro parte Mercurio, aut Globulis exiguis plumbeis, impletur, ut eo Pondere Tubus verticaliter in Fluida deſcendat, & in hoc ſitu retineatur: ne nimium Ponderis in minori Globo detur cavendum; nam, ut Machina Fluidis comparandis levior ſit, requiritur. In variis Fluidis ad varias profunditates deſcendit Machina; & Denſitates horum, ſunt inverſe ut partes immerſæ *, quæ ergo inter ſe comparandæ ſunt.

Filum in a Machinæ alligatur; Machina Aquæ immergitur, Pondere inferioris Globi ita aucto, ut

K k k

Machi-

1552.
1553.
1554.
TAB. LI.
Fig. 5.

Machina quidem natet, sed maximâ parte Tubus in A-
 quâ hæreat. Machina, cum filo annexo, exactè pon-
 deratur; Pondus nostræ fuit Gr. 550. Machina, A-
 quæ immersa, ad *b* descendit; Pondus ergo Aquæ e-
 jusdem Voluminis cum parte Machinæ immersâ valuit
 1511. Gr. 550. *, & hocce Volumen, hoc numero, potest
 exprimi. Filum memoratum unco Lancis Bilancis Hy-
 1580. drostaticæ * annectitur; Machinâ manente immersâ,
 Lanci oppositæ Pondus viginti Gr. imponitur, & len-
 tè Bilanx elevatur, (quo Tubus pro parte Aquâ ex-
 trahitur, & gravior fit,) donec detur Æquilibrium;
 superficies Aquæ tunc pertingit ad punctum *d*. Aqua
 sustinebat Pondus totius Machinæ, demtis Granis vi-
 ginti; id est, sustinebat Gr. 530.; & Pondus Aquæ,
 ejusdem Voluminis cum parte tunc immersâ, tot Grana
 valuit, & hoc numero exprimitur; Volumenque par-
 tis *db* Tubi fuit 20. Si spatium *db* dividatur in par-
 tes æquales 10, & divisiones continuentur adscendendo
 ultra *b*, & descendendo infra *d*, singulæ valebunt 2;
 possuntque hæ divisiones in minores dividi; & ex no-
 tâ divisione, ad quam Machina in Fluidum descendit,
 dabitur Volumen partis immersæ. Ex. gr. si totus Tu-
 bus extra Aquam hæreat, Volumen immersum erit
 526; si ad supremam hîc notatam divisionem descen-
 dat, Volumen immersum erit 556; & Densitates Flui-
 dorum, in quibus hoc contingeret, essent inversè ut illi
 numeri, id est, ut 556. ad 526; & solæ Densitates in-
 termediæ, ope hujus Machinæ, comparari possunt. Si
 Globus minorem ad Tubum rationem haberet, Flui-
 da, quorum Densitates magis inter se differrent, com-
 parari possent.

Quantum

Quando Fluida pluim comparantur, numeri, Volumina partium immerfarum designantes, habentur pro denominatoribus fractionum, unitatem in numeratore habentium; designantque hæ fractiones rationem Densitatum; sunt enim inter fe inversè, ut denominatores.

EXPERIMENTUM 3.

Sint comparandæ Densitates Aquarum, diversas Salis quantitates continentium; in unam descendit Machina ad divisionem *e*; alteri si immergatur, descendit tantum ad divisionem *c*; Densitates harum erunt inter fe, ut $\frac{1}{54^6}$ ad $\frac{1}{54^2}$.

C A P U T VI.

De Hydrostaticâ Solidorum Comparatione.

IN Corporibus homogeneis Densitates sunt in ratione compositâ, ex directâ Ponderum, & inversâ Voluminum*; ideò dantur Densitates, id est, dantur numeri, qui sunt inter fe, ut hæ Densitates, *dividendo Pondera per Volumina*.

In omnibus Corporibus, adhibitâ Librâ, Pondera comparantur; Volumina deteguntur ponderando Corpora in eodem Fluido; Pondera enim, ab illis amissa, sunt ut ipsorum Volumina*.

MACHINA,

Quâ Solidorum Corporum Densitates conferuntur.

Hic iterum Bilanx hydrostatica usu venit*, cum omni suo apparatu*; ut ubi agitur de Fluidorum Densitatibus comparandis*.

Loco Solidi R adhibemus Vas vitreum N., cui Corpora

Kk k 2

1557.
* 1367.
1558.
* 1495.
1559.
TAB. LII.
Fig. 1. 2.
* 1480.
* 1524.
* 1540.

pora comparanda imponi possunt. Loco Solidi L adhibemus Solidum, quoque æneum, O; quod ita determinatur, ut immerso in Aquâ Vase N, æquilibrium detur, positâ Balance, ut antea diximus *.

- * 1532.
1560. Corpus, cujus Densitas quæritur, Lanci d imponitur, & Pondus ipsius notatur *. Mutatur situs Indicis T ita, ut hic cum a respondeat, manente Librâ in situ æquilibrii, quo dictum Pondus determinavimus. Idem hoc Corpus, reliquis manentibus, in Vas N Aquæ, ut dictum, immersum, transfertur; Lancique d imponuntur Pondera, & Bilanx ad æquilibrium reducitur, & habemus Pondus à Corpore in Aquâ amissum; per hoc ergo ipsius Corporis Pondus dividendum est, ut habeamus Densitatem *: id est, dividimus Pondus in Lance e per Pondus in Lance d, correcto utroque additione, aut subtractione, fractionis, quam scala indicavit.

EXPERIMENTUM.

1561. Frustum Auri purissimi z, quod, ut extranei nihil ipsi adhæreretur, per aliquot horas igni fuit expositum, postea in Aquâ lotum, & linteo nitido abstersum, Lanci d fuit impositum, & Lanci e Grana nongenta & sexaginta. Quando Bilanx ad æquilibrium fuit reducta *, Index respondebat divisioni decimæ septimæ scalæ descendentes; Pondus Auri ergo erat 960,¹⁷ Gr.
- * 1536.
* 1560. Mutato Indice *, & Vasi N imposito Auro, reliquis manentibus, æquilibrium fuit destructum; Grana quinquaginta Lanci d fuere imposita, & Balance elevata, ut Index responderet nonæ divisioni scalæ descendentes, Æquilibrium fuit instauratum, Pondus ergo destructum fuit 49,⁹¹ *. Institutâ divisione *, Densitas erat 19,³³⁸. Proximè $19\frac{1}{4}$.

Cum

Cum Argento simile inivi tentamen. Fruſti Argenti benè depurgata fuit ſuperficies, quæ levis erat; Pondus erat 439,¹⁵; Pondus amiſſum 42,⁵⁸; ergo Denſitas 10,³¹. Puriffimi Argenti Denſitas major eſt. 1562.

Mercurii Denſitas detegitur, ut ſi de Corporibus Solidis ageretur. Exiguum quoddam Vas vitreum Lanci a imponitur, & conſtitutâ Balance in Æquilibrio, Index ut dictum diſponitur *; infunditur huic Vaſi Mercurii quantitas ad libitum, & Pondus inveſtigatur. Transfunditur tunc Mercurius in Vas N, & aliud Vaſculum, ut ante, Lanci a imponitur; & Pondus à Mercurio in Aquâ amiſſum determinatur. 1563.

Benè quoque depurgari debet Mercurius, nam hujus ſuperfici ei facile pinguedo quædam adhæret, quæ immediatam Aquæ applicationem quodammodo impedit, & tunc Denſitatem verâ minorem detegimus. * 1532.

Mercurii, ſatis benè depurgati, Denſitatem detexi 13,⁵⁴. aut 13,⁵⁷., plus & minus; hujus ejuſdem optime depurgati Denſitas fuit 13,⁶².

In hiſce Solidorum Denſitates conferimus cum Denſitate Aquæ; & hujus ope, cum Denſitatibus reliquorum Fluidorum. 1564.

Denſitas autem Aquæ Unitate exprimitur; talis enim detegeretur Denſitas Corporis, quod cum Aquâ eandem Gravitationem ſpecificam haberet.

Hac Methodo Denſitates etiam Corporum Aquâ ſpecificè leviorum deteguntur; ſi ita cum Vaſe jungantur, ut hujus Pondere in Aquam trahantur. 1565.

Si Pondus Pedis cubici Aquæ * multiplicemus per numerum, qui Corporis Denſitatem exprimit, habemus Pondus Pedis cubici ipſius Corporis; quæ Ponderis 1566.

deris determinatio in multis occasionibus usum magnum habet.

MACHINA,

Quâ Moneta explorantur.

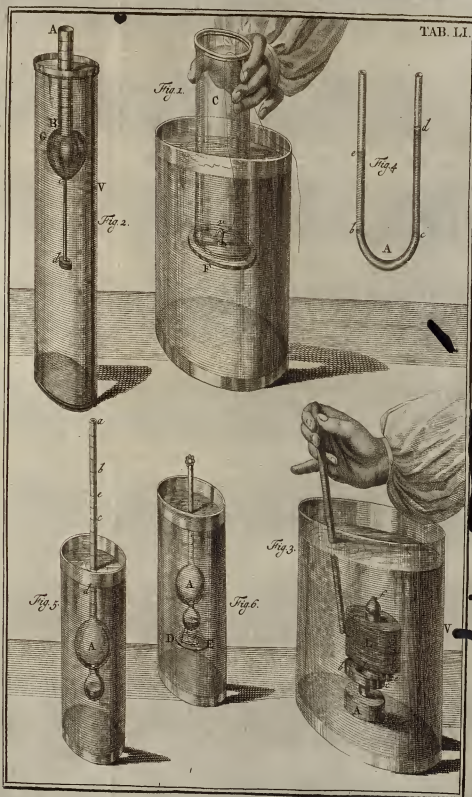
1567. Sit Machina A, similis Machinæ in Capite præcedenti descriptæ *; in inferiori parte cum hac cohæret annulus DE; proprio Machinæ Pondere Globus pro parte tantum Aquæ immergitur.

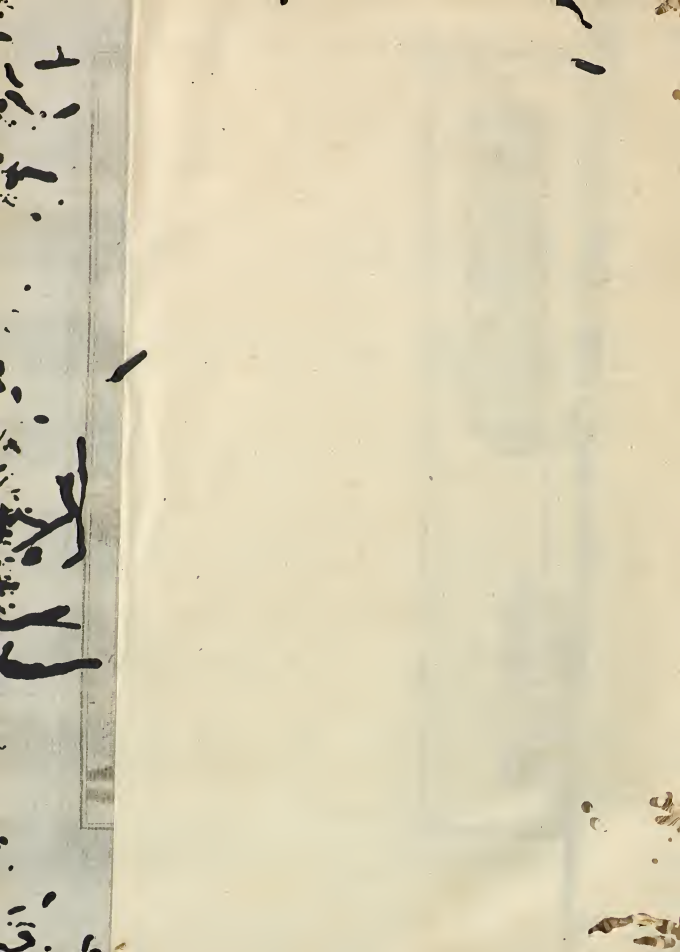
1568. Moneta suspecta cum aliâ probâ, ejusdem Ponderis, confertur, successivè has imponendo ipsi Annulo; si enim spuria Moneta sit, minus immergetur Machina.

Ut Monetis diversis inserviat hæc, ita construenda est, ut si de leviori specie agatur, ne quidem, hac impositâ, integer Globus Aquâ tegatur; tuncque Lamella cuprea, aut plumbea, adhibetur talis, quæ si Monetâ addatur, superficies Aquæ circa medium colli peringat.

1569. Si non ad manus habeamus Monetam probam, exactè ejusdem Ponderis cum suspectâ, hac utimur Methodo. Monetam non suspectam Annulo impono, & noto quo usque immergatur; Machinæ aliam Monetam, ejusdem speciei, sed quæ parum à primâ Pondere differt, uno Grano ex. gr., postea impono, & detego immersionis differentiam; sit hæc unius divisionis cum semisse. Si nunc mihi notum sit suspectam Monetam duobus Gr. differre à primâ ex præcedentibus, etiam mihi notum erit, immersionem differre debere tribus divisionibus; & novi quo usque, impositâ suspectâ Monetâ, Machina debeat immergi; si minus immergatur, spuriam ipsam esse patebit.

Collatis Densitatibus Metallorum celebre Archimedeum





deum de Metallis mixtis solvimus Problema.

Detur Mixtum, ex Metallis duobus notis; determinandum, quantum utriusque contineat, si Metallorum & Mixti Densitates dentur.

Sint Metallorum Densitates AB, AD; Mixti Densitas AC. Sint etiam AL & LI, ut Volumina Metallorum primi & secundi in Mixto. Ponamus formatam rectangula AF, LH, AG.

Pondus primi Metalli in Mixturâ Rectangulo AF repræsentari potest *; repræsentatque in hoc casu rectangulum LH Pondus Metalli secundi; & Figura ABFMHIA indicat Pondus integri Mixti; hoc etiam rectangulo ACGI exhibetur *; quod idcirco Figuræ memoratæ æquale est.

Subtractâ utrimque Figurâ communi ACNMHI, restant æqualia rectangula BN, NH; quorum latera sunt reciproce proportionalia *, FN ad NM, ut NG ad NC; id est, LI ad AL*, ergo conv. & inv. FM ad FN, ut AI ad LI. *Volumen Mixti ad Volumen secundi Metalli in Mixto, ut differentia Densitatum Metallorum primi & secundi ad differentiam Densitatum Metalli primi & Mixti.*

Pondus autem totius Mixturæ est ad Pondus Metalli secundi in Mixto, in ratione compositâ Densitatum Mixti & secundi Metalli, & ratione Voluminis Mixti & Voluminis secundi Metalli in Mixto *, id est, ut productum Densitatis Mixti, per differentiam Densitatum Metallorum, ad Densitatem secundi Metalli, ductam in differentiam Densitatum primi Metalli & Mixti.

Hæc solutio hæc nititur Hypothesi, Metalla singula in ipso Mixto suum integrum Volumen servare; si autem

1570.

TAB. LIII.
Fig. 4.

* 1465.
23. El. VI.

* 14. El. VII.

* 34. El. I.

1571.

1572.

* 1465.

1573.

tem

tem partes quædam unius in poros alius penetrent, solutio accurata non est. Quis autem affirmabit simplicem dari partium minimarum appositionem, in omni Metallorum Mixturâ; Experimentis nondum satis accuratè quæstionem ad examen vocatam fuisse videtur. Inter Experimenta, quæ Hookius coram societate Regiâ Anglicanâ demonstravit, unum memoratur, in quo cupri Densitas aucta fuit permixtione stanni metalli levioris.

L I B E R III.

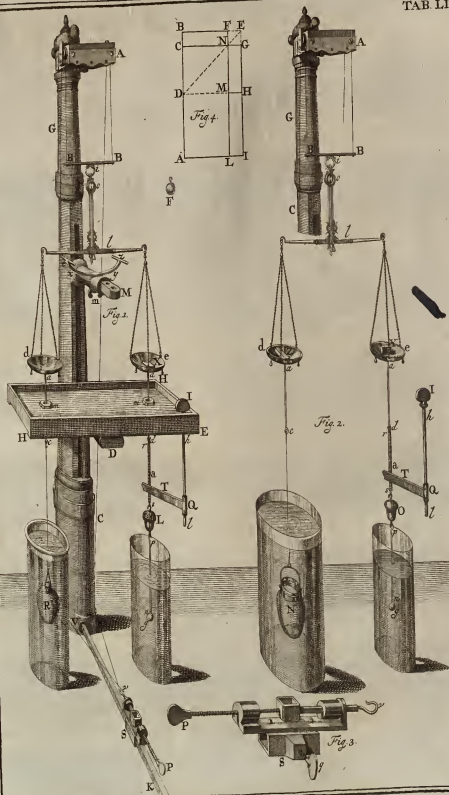
Pars II. De Motu Fluidorum.

C A P U T VII.

De Celeritate Fluidi, ex Pressione Fluidi superincumbentis.

Fluidum inferius à superiori premitur, & quidem æqualiter omnes partes versùs hæc Pressio dirigitur *, & æqualiter omnes partes versùs Fluidum conatur recedere; idcirco si Pressio ab unâ parte tollatur, ad illam partem movetur Fluidum; & non interest à quacunque parte Pressio tollatur, eâdem Celeritate movetur; quod Experimentis, in capite de Fluidis profluentibus memorandis, confirmatur.

Ad eandem profunditatem Celeritas est etiam ubique cadem, propter Pressionis æqualitatem *; mutata



tatâ vero profunditate mutatur Celeritas.

Hanc dicimus *Pressione communicari Velocitatem*, non autem Particulas hanc cadendo acquirere : nam *primæ Particulæ, quæ exeunt, non lentius illis, quæ sequuntur, moventur*; non enim aliam primæ, quam sequentes, viam sequuntur, si obliquè exeant. Præterea non tantum exeunt, quæ descendunt, sed & quæ lateraliter adfluunt; moveturque Particula Pressione omnium Particularum circumambientium, exceptis illis quæ in motu præcedunt; & Particulæ, quæ descendunt, non tam à superincumbentibus, sed præcipuè lateralium Pressione, Velocitatem acquirunt; ab insequentibus enim, eandem Velocitate motis, accelerari non possunt.

Sit Vas A, Fluido repletum ad altitudinem *ab*; effluat Aqua per foramen *cd* in fundo. Particulæ sese mutuò sequentes omnes eadem Velocitate exeunt. Concipiamus Lamellam *cf*, quæ foramini respondet; sustinet hæc Pondus Columnæ *em*; & integrâ hac Actione, ut & proprio pondere, deorsum premitur, quamdiu quiescit: aperto autem foramine Actio Columnæ *em* statim cessaret, nisi hæc ipsa Columna, à Fluido circumambiente, continuo comprimeretur. Particulæ, quæ cedunt, sese subducunt ab Actione insequentium, si hæ non majori Actione propellantur; sed hoc ad Pressionem lateralem applicari non potest, quæ tamen eundem præstat Effectum cum directâ, cum omnis Pressio eandem producat Actionem omnes partes versùs *.

Illi Pressioni laterali soli, quam Fluidum, Columnam *em* circumambiens, in hanc exserit, Velocitatem, quâ Lamella *cf* exit, tribuendam esse statim patet, si

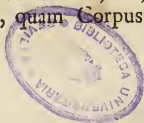
Pressionem hanc sublatam concipiamus, & Columnam *cm* Tubo esse inclusam. Hæc tunc integra caderet, ut Corpus solidum, & motus Lamellæ *cf*, congrueret cum motu Lamellæ separatae *n*; id est, Velocitate minimâ ex foramine exiret, quod non obtingit *.

1579. Ipsam autem Velocitatem, quâ reverà ex foramine, sepositis retardationibus, exit Lamella *cf*, detegimus, determinando Vim quâ ejicitur.

1580. Lamella hæc, durante Actione quâ expellitur, percurrit altitudinem suam *df*; ponamus Lamellam *n*, cadendo, etiam percurrere altitudinem suam; Vires, hisce Lamellis æqualibus, æqualia percurrendo spatia, communicatæ sunt inter se, ut Intensitates Pressionum, quibus Vires fuere communicatæ *; quæ Intensitates sunt, ut pondus Columnæ *cm* * ad pondus Lamellæ *n*.

Si quoque concipiamus integram Columnam *cm*, solam, proprio pondere cadere, & per eandem altitudinem *df* descendere, hæc Velocitatem acquireret illi æqualem, quam acquisivit Lamella *n*; & Vis, quam Columna acquirit, se habet ad Vim Lamellæ *n*, ut Pondus illius ad hujus pondus *; Vires ergo Columnæ, & Lamellæ *cf*, eandem rationem habent ad Vim Lamellæ *n*; suntque illæ æquales inter se *. Vires autem, cadendo acquisitæ, sunt æquales, quando altitudines sunt inversè ut Massæ *; id est, ut pondera *; unde sequitur Lamellam *n* illâ exire Vi, quam acquireret liberè cadendo ab altitudine *md*.

1581. Universalis admodum hæc est demonstratio, sive Lamella crassior, sive tenuior, sit; hæc eâ semper expellitur Velocitate, quam Corpus acquirit cadendo à dictâ



dictâ altitudine *md*, hancque acquirit Velocitatem, dum percurrit spatium *fd*. Demonstratio verò pro fundamento habet, Pressionem omnes partes versùs esse æqualem*; idcirco, quamvis ad determinatam magnitudinem Particularum non restringantur, tantum locum habere potest in Particulis satis tenuibus, ut ex his Fluidum efficiatur; cùm autem admodum tenues in hoc casu Particulæ requirantur, sequitur primas exeuntes, brevissimo, & omnino insensibili, momento, Velocitatem suam integram acquirere.

Si hæ tantum successivè exirent particulæ, ex quibus Columna *cm* constat, effluxus non daretur continuus; sed, interpositâ morulâ, Lamellæ successivè exirent. Reverà autem quantitas, quæ exit, in Tempore in quo Corpus altitudinem *dm* potest percurrere, integram dictam Columnam superat, & excessus supletur à Fluido laterali ita, ut effluxus sit continuatus sine ullâ interruptione.

In eo momento, in quo prima Lamella, quæ exit, Velocitatem acquirit, propelluntur & adjacentes ita, ut plures, durante effluxu, continuo in motu sint; quibus singulis, in exitu, tantum communicatur quantum deficit ab illâ, quam causa movens ipsis communicare potest, Velocitate maximâ, superius determinatâ.

Ex hisce sequitur *Fluidum*, *Pressione Fluidi superincumbentis*, (ab hac enim pendet etiam Pressio lateralis) *ex foramine, jactu continuo, eâ profluvie Velocitate, quam Corpus acquirit cadendo à supremâ Fluidi superficie ad foramen usque; sepositâ nempe, ut in hac demonstratione, partium Cohæsione, quæ licet exigua sit, in Fluidis ple-*

risque tamen observatur; *quâ Cohæſione particulæ excuntes retinentur*, dum Fluidum, quod exit, à remanente separatur; idèdque *retardantur*. Sed & præter hanc retardationem, quæ ab ipſo Fluido pendet, ex variis aliis cauſis extraneis Velocitas Fluidi minuitur; de quibus in Capite ſequenti agam.

MACHINA,

Quâ Experimenta de Fluidis proſilientibus inſtituuntur.

1584.
TAB. LIV.
Fig. 2.

Parallelopipedum ligneum AB, Longum & Latum octodecim Pollices, & cujus altitudo duos Pedes ſuperat, Aquâ impletur, & ita diſponitur, ut Fundus ejus elevetur circiter uno Pede ſupra Fundum horizontalem Arcæ ligneæ CD, cujus longitudo eſt fere quatuor Pedum, latitudo unius Pedis cum ſemiſſe, profunditas quinque aut ſex Pollicum.

In F, ad altitudinem Seſqui-pedis ſupra Fundum Arcæ CD, hæret Tubulus æneus horizontalis, cujus cavitatis diameter excedit Semipollicem; pars anterior laminâ clauditur, in cujus medio foramen datur diametri partis duodecimæ unius Pollicis: foramen hocce clauditur operculo, ut R, quo pars Tubi anterior obtegitur, & quod cum hoc, ope cochleæ, jungitur: duo Tubi ſimiles aptantur in E, circa Fundum vaſis AB, & in G; hicque ſupra E elevatur, quantum ille infra F deprimitur.

Circa fundum etiam ejuſdem Machinæ firmatur Epiſtomium N, cochleâ inſtructum, ut ipſi Tubus jungatur.

EXPERIMENTUM I.

1585. Vas AB Aquâ impletur ita, ut altitudo, ſuperficii ſupremæ Aquæ ſupra Fundum Arcæ CD, foramine in.

in F in duas partes æquales dividatur, quæ singulæ in nostrâ Machinâ sunt Sesqui-pedis. Aqua ex hoc foramine per F M profilit, & distantia horizontalis puncti, ad quod in fundo Arcæ CD pertingit, à foramine superat 34. Poll., non duobus Poll. deficiens ab altitudine Aquæ supra dictum Fundum: si ad distantiam 36. Poll. pertingeret, percurreret Aqua, motu æquabili, Celeritate cum quâ exit, in Tempore in quo Corpus cadere potest ab F ad fundum Arcæ CD, spatium duplum hujus altitudinis *; & ideo agigaretur celeritate, quam Corpus ab hac altitudine cadendo potest acquirere *; hæc autem altitudo æqualis est altitudini superficiæ Aquæ supra foramen. Cùm verò tantum pertingat ad distantiam circiter $34\frac{1}{2}$ Poll. deficit vera Aquæ Velocitas à Velocitate memoratâ, vigesimâ quartâ parte circiter.

Sepositis retardationibus, Quadrata Velocitatum, quibus Fluidum ex variis foraminibus exit, sunt inter se ut altitudines Fluidi supra foramina *. Experimentis etiam constat retardationes parum admodum hanc proportionem turbare, quamdiu altitudines non excedunt Pedes 30. aut 35. In minoribus altitudinibus proportionem hanc sequenti Experimento ante oculos ponimus.

EXPERIMENTUM 2.

Usu hîc venit Machina superius memorata *; & ad hoc attendere debemus, distantias, ad quas profilit Aqua in Fundo Arcæ CD, dum horizontaliter exit ex foramine ut E, positis diversis superficiæ Aquæ altitudinibus, esse spatia horizontaliter, motu æquabili, percurra, in Tempore in quo Corpus cadendo potest percurrere IL, æqualem altitudini foraminis supra fun-

- * 541. dum Arcæ *: hasque idcirco distantias esse ut Velocitates *.
 * 149.

Si nunc detur Aqua in Vase AB, ad altitudinem octo Pollicum supra foramen in E, & mensuretur distantia ad quam profilit, & infusâ ulterius Aquâ, donec altitudo sit octodecim pollicum, iterum mensuretur distantia; erunt hæ ut 2. ad 3. Quadrata distantiarum sunt hîc ut Aquæ altitudines, in quâ ratione Quadrata Celeritatum.

C A P U T VIII.

De Fluidis profilientibus.

588. **F**luidum verticaliter ex Foramine profiliens, eâ Velocitate in altum adscendit, quâ ad altitudinem supremæ superficiei Fluidi pervenire potest *; nunquam tamen ad hanc altitudinem pertingit, variis ex causis, præter partium cohæsiōem supra memoratam *.

* 1583; 380.

* 1583.

1589.

1. Celeritas, quâ Fluidum in altum adscendit, omnibus momentis minuitur, & Columna, Fluidi profiliētis, constat ex partibus, ad varias altitudines, Celeritate diversâ motis: Columnæ ubique ejusdem crassitie partes omnes necessariò eâdem Celeritate moventur; prædicta Columna sit ergo latior, omnibus momentis, dum Fluidi Celeritas minuitur; cujus dilatationis causa est Impetus Fluidi insequentis, & sequitur ex Naturâ Fluidi Impressioni cuicunque cedentis, & facile omnes partes versùs moti; ex hoc Impetu motus ubique retardatur.

1590. 2. Minuitur & hicce motus Fluido, quod, cùm totum motum amisit, hæret in superiori parte Columnæ,

&

& Fluido insequenti sustinetur per momentum Temporis, antequam ad latera defluat, quo Fluidum hoc insequens retardatur, quæ retardatio toti Columnæ communicatur.

3. Attritu juxta latera Foraminis minor est Fluidi 1591.
proficientis Celeritas; qui Attritus augetur, quando per Tubos & Epistomia Fluidum deducitur.

4. Tandem Aëris Resistentia motui Fluidorum re- 1592.
moram facit.

Causam primam Retardationis memoratam * corrigi 1593.
minimè posse, nemo est qui non videt. * 1589.

Secunda * corrigitur paululum inclinando Fluidi di- * 1590.
rectionem, ut per se patet; hac de causâ, *Fluidum*, 1594.
directione paululum ad horizontem inclinatâ, altius quàm ver-
ticaliter ascendit.

EXPERIMENTUM I.

Machinæ superius descriptæ *, ope cochleæ in N, 1595.
jungitur Tubus curvus NO, ex quo Aqua per foramen exiguum in altum profilit verticaliter; convertendo paululum Tubum, quod facile fit propter cochleam in N, inclinatur directio motus Aquæ, & altius hæc adscendit. Hac autem inclinatione spectaculi amœnitas sæpius destruitur. TAB. LIV. Fig. 1. * 1584.

Circa tertiam causam Retardationis * notandum, eo 1596.
majorem, servatâ proportionem, dari Attritum, quo Foramen minus est; circumferentia enim, in quâ Attritus datur, crescit ut diameter, & ipsum foramen augetur ut Quadratum diametri *; augeturque magis * 2. ELXII.
Fluidi proficientis quantitas quàm Attritus. Etiam au-
ctâ Celeritate Attritum augeri clarum est, quare *Foramina cum Altitudine Aquæ proficientis sunt augenda*, ut
dum 1597.

dum ex unâ causâ Attritus augetur, ex aliâ minuatur.

1598. TAB. LIV. Fig. 3. Extremitates Tuborum, ex quibus Aqua profilit, vulgò figuram Coni truncati habent, ut in P repræsentatur; in quâ extremitate magnum Aqua Attritum patitur, & irregulariter movetur, motuque irregulari
1599. in altum exit. Corriguntur hæc *obtegendero extremitatem Tubi laminâ planâ, & politâ, in quâ Foramen datur, cuius latera admodum polita etiam desiderantur; altius tunc Aqua profilit; &, quia motu omnino regulari ascendit, perfecte est translucida.*

EXPERIMENTUM 2.

1600. TAB. LIV. Fig. 3. Detur Tubus memoratus P; ut & Cylindrus Q, ab unâ parte, laminâ perforatâ, clausus; hi successivè, ope cochleæ, jungantur extremitati O Tubi NO; manentè Aquâ ad eandem altitudinem in Vase AB, profilit Aqua ex Cylindro Q ad maiorem altitudinem, & duorum Pollicum ad minimum, in hac exiguâ altitudine, differentia datur.
1601. *Tubi, per quos Aqua ex Receptaculo deducitur, latissimi, respectu Foraminis, requiruntur; ut lentè Aqua in hisce Tubis moveatur, & sensibilis Attritus non detur. Etiam Epistomiorum apertura latissima desiderantur, ut Attritus minuatur.*

EXPERIMENTUM 3.

1602. TAB. LIV. Fig. 2. Vasi AB, ad eandem altitudinem cum Tubo F, inseritur Tubus, in quo Epistomium datur; angustior hic est, etiam laminâ clauditur, eodem modo ac Tubus F, & similiter hæc lamina perforatur, sed Foramen minus est; ipsius Epistomii apertura est quartæ partis unius Pollicis. Aqua, quæ per hoc Epistomium transit, in spatium magis angustum redigitur, quàm
quæ

quæ per tubum F movetur; hæc magis est translucida, & ad majorem distantiam profilit. Si sursum hi Jaçtus dirigerentur, altitudo Jaçtus, per F, dupla esset alius Altitudinis; ut ex ipsis distantiis, ad quas Aqua profilit, facile detegimus.

Resistentia Aëris sensibilem in motu Fluidorum exserit Effectum. 1603.
Ut Corpora omnia sic & Aër motui resistit; daturque Fluidi profilientis in particulas aëreas Actio, & harum Reactione *, minuitur Fluidi motus. * 709.

Præter hanc resistantiam, datur & alia minimè contemnenda Aëris Actio in Fluidum profiliens. Fluidorum proprietates Aërem habere, in Libro sequenti videbimus. Circumdat Fluidum hoc totam Columnam Fluidi salientis, motuique hujus, quo ad latera sese expandit, dum latior fit *, resistit, & major impetus Fluidi insequentis requiritur, quàm si resistantia hæc sublata esset; resistit ergo Aër etiam Pressione laterali. * 1589.

Resistentia, ex Fluidi Ictu in Aërem, crescit cum superficie, quæ in Aërem incurrit; id est, si maneat Celeritas, augetur, cum Foramine; in quâ etiam ratione crescit quantitas Materiæ motæ, & hujus respectu non interest, cujuscunque magnitudinis fuerit Foramen. 1605.

Pressio lateralis sequitur proportionem superficiæ Columnæ; Materia mota, quæ, manente Celeritate, sequitur rationem ipsius Vis insitæ *, ad instar totius Columnæ, id est, Quadrati superficiæ hujus, mutatur: magis ergo, si Foramen augeatur, crescit Vis Fluidi, quàm ipsa Causa retardans; in majoribus ideo Fluidorum profilientium Altitudinibus, ut Pressio lateralis, quæ, cum diutius agat, majorem Actionem exserit, melius super-

M m m rari

rari possit, *majora desiderantur Foramina*; quod & in eodem casu ex aliâ causâ requiri antea diximus*: in quo loco, ut & hîc, *majora Foramina* in majoribus tantum Altitudinibus necessaria ponimus, licet demonstrationes probent, hæc Foramina, in majoribus Altitudinibus maximè necessaria, in genere esse anteponenda. Hujus distinctionis causam explicabo.

1608. Magna Foramina etiam motui obstant; nam 1°. Major datur superficies, cui incumbit Fluidum supremum, quod totum motum amisit, ibique diutius hæret, antequam ad latera defluat.

1609. 2°. Fluidum non tantum illud ex Foramine exit, quod huic respondet; sed, ut Effluxus continuus detur, Fluidum vicinum continuo adfluit, quod obliquè movetur, &, dum profilit, motu composito agitur, quo motus Fluidi profilientis turbatur; & in majoribus Foraminibus major est perturbatio ex hac causâ oriunda.

In minoribus Foraminibus prævalent Retardationes, quæ, aucto Foramine, minuuntur; ita tamen potest augeri Foramen, ut hæ prævaleant Retardationes, quæ aucto Foramine crescunt. Quare datur in omnibus Altitudinibus certa Foraminis mensura, per quod Fluidum ad maximam quam potest adscendit Altitudinem. Regulæ tamen, de determinando Foramine, dari nequeunt; quia latitudo Tuborum, per quos Aqua deducitur, horumque inflexiones, illud mutant ita, ut variatio in infinitum detur.

1611. Notandum autem *Altitudinem, ad quam Fluidum adscendere potest, ut & Foraminis magnitudinem, limites habere, quos excedere vetitum.*

Nam

Nam auctâ nimium Fluidi Celeritate, tantâ Vi in Aërem impingitur hoc, ut in guttas dispergatur; in quo casu, minuendo Celeritatem, Altitudo, ad quam adscendit Fluidum, augetur; & Altitudo omnium maxima, ad quam Fluidum adscendere potest, in diversis Fluidis differt: hæcque, in Aquâ profiliènti, vix centum Pedes superat. Diameter Foraminis, quod huic maximæ Altitudini respondet, vix excedit Pollicem cum quartâ parte.

Fluida, quæ obliquè profiliunt, non ex tot causis, neque 1612.
tantum, quàm verticaliter profilièntia retardantur. Secun-

da Retardationis causa, antea memorata *, hîc locum non habet, & Effectus primæ * minor est. De cæte-

ro in his locum habent, quæ de Solidis, obliquè projectis, dicta sunt in Capite 22. Libri primi; & *Fluidum* 1613.
ut innumera Solida, sese mutuo insequentia, & eandem Viam

percurrentia, considerari potest. In motu Fluidi Via percursa sensibilis est; & quæ de Solidis, obliquè projectis, dicta sunt, ope Fluidorum ad Experimentum vocantur; ad quod Hydrargyro utendum, propter hujus Fluidi, præ cæteris, Gravitationem specificam. Hæc autem, Machinâ peculiari, instituenda sunt Experimenta.

MACHINA,

Quâ instituuntur Experimenta de Fluidis obliquè profilièntibus.

Arca lignea ABCDEFH quatuor Pedes longa 1614.
est, & lata decem aut duodecim pollices; altitudo
est sex, aut septem, Pollicum. Fundus constat ex Ta-
bulâ lignea excavatâ ad profunditatem Semi-pollicis,
ut melius Mercurium contineat. TABLIII.
Fig. I.

In extremitate H, lateris EFH, datur asser, aut
M m m 2 Ta-

Tabula, HI, lata sex pollices, alta duos pedes; in quâ datur scissura *ot*. Hujus ope Solidum ligneum *s*, cui à posteriori parte cochlea cohæret, ad altitudinem quamcumque firmatur.

Solidum hoc separatim exhibetur in S (Fig. 2.). Huic additur Pyxis buxea cylindrica P, quæ sulco circumdatur, cui inseruntur Laminæ duæ æneæ, quarum una videtur in *fe*, harum extremitates junguntur cochleâ *g*, quâ Pyxis immobilis redditur; hæc verò circa axem est volubilis, quando relaxatur paululum cochlea.

In fundo hujus Pyxididis datur cavitas cylindrica *ab*, diametri quartæ partis unius pollicis. Habet hæc communicationem cum simili cavitate *bc*, quæ terminatur in medio cavitatis majoris *cd*, cujus diameter Semipollicem excedit; huic inferitur Conus truncatus H (Fig. 3.) buxeus, cujus exterior superficies, cum interiori cavitatis superficie congruit ita, ut Conus circa axem, in hac cavitate, rotari possit; dum firmiter retinetur cochleâ R, ansam æneam QO trajiciente.

Ad angulos rectos cohæret Conus truncatus H cum Cylindro IL; Conumque cum Cylindro flexa trajicit cavitas *bil*, ejusdem diametri cum cavitate *bc*, & huic respondens. Latior autem illa est in L, ut ipsâ inferatur Tubus vitreus NM.

Tubi longitudo est Sesqui-pedis; extremitas altera videtur in NM (Fig. 5.), quæ inferitur Cylindro buxæo LI, ad formam Gnomonis excavato in *lib*; in *bc* datur cavitas major, cui inferitur Conus truncatus ED, quo hæc exactè repletur, & qui in hac circa axem convertitur, ope manubrii EA.

Cavitas *hi* respondet cavitati *de*, quæ communicatur cum *fg*; pars hæc buxi annulo ferreo B Q circumdatur, in quo exiguum admodum datur foramen *g*, quod, partibus Machinæ junctis, cum cavitate Pyxidis P (Fig. 2.) communicationem habet.

Ne Tubus frangatur, extremitates L, L, Cylindrorum buxeorum (Fig. 3. & 5.), cum Tubo intermedio applicantur Regulæ lignæ *mn* (Fig. 1.). Cum quâ, in extremitate inferiori *m*, jungitur compages ferrea L P B Q (Fig. 6.); extremitas L (Fig. 5.) Cylindri buxei respondet extremitati M, Regulæ M N (Fig. 6.), in quo situ pars crassior I Cylindri Fig. 5. cum I Fig. 6. congruit; & cochlea Q in *o* comprimit Cylindrum B D Fig. 5., huncque firmiter cum Cylindro L I conjungit.

Machinæ omnes partes conjunctæ videntur in Fig. 1.; Hydrargyrum Pyxidi *p* infunditur, & ex foramine *g* (Fig. 5.) profilit. Manente Mercurio ad eandem altitudinem in Pyxide, & non variatâ Regulæ *nm* inclinatione, eâdem cum Celeritate, juxta directionem quamcunque, profilit Hydrargyrum *; variatur autem inclinatio directionis, motu Manubrii *ea* (E A in Fig. 5.). Angulus, quem directio, juxta quam Mercurius ex foramine exit, cum Horizonte efficit, mensuratur ope Quadrantis Circuli divisi *q*, juxta quem movetur Index *fb*, qui pondere suo semper in situ verticali retinetur. Quadrans hicce videtur in Fig. 7. Index est F H. A posteriori parte duo dantur annuli, per quos transit Manubrium E A (Fig. 5.); quando Manubrium hocce est in situ verticali, Index cum divisione anguli 45. Gr. congruit, & directio mo-

M m m 3

tûs

tûs Mercurii exeuntis, in eo casu, Angulum Semi-rectum cum Horizonte efficit.

In Fig. 1. Jactus Mercurii juxta varias directiones repræsentantur: sensibiles hæc redduntur ope Tabulæ lignæ G, nigro colore tinctæ, quam Mercurius in motu suo fere radit; in hac, quod hîc repræsentari non potuit, secundum dicta in N. 545., delineantur Viæ à Corpore, eâdem celeritate, juxta directiones varios angulos cum Horizonte formantes, percursæ; Semi-circulus etiam AL (Fig. 5. Tab. XIX.) in hac Tabulâ describitur.

Variaæ tales Tabulæ dari possunt, in quibus hæc eadem, pro diversis Celeritatibus, repræsentantur.

Tabula fere in medio Arcæ erigitur, & cohæret cum latere EFH ita, ut juxta longitudinem Pyxidis moveri possit.

Celeritas Mercurii profilientis variatur, mutando inclinationem regulæ *nm*; &, descensu Pyxidis *p*, apertura, ex quâ profilit Hydrargyrum, ad Altitudinem, cum puncto infimo delineationis in Tabulâ congruentem, disponitur.

Sistitur Hydrargyri eruptio, obturando cavitatem *ab* (Fig. 2.) paxillo DE (Fig. 4.).

EXPERIMENTUM 4.

1615.
TAB. LIII.
Fig. 1.

Partibus Machinæ conjunctis, & dispositis, ut in descriptione dictum, inclinetur Regula *nm*, donec Altitudo, ad quam profilit Mercurius, quando directione, quæ à verticali paululum admodum divergit, in Altum adscendit, fere æquet diametrum Semi-circuli in Tabulâ G delineati. Ad talem altitudinem Pyxis *p* constituitur, & Tabula G disponatur, ut axis circumvolutionis Cylindri BD (Fig. 5.) respondeat puncto infimo

fimo Semi-circuli memorati. Quomocunque inclinetur *Jctus* directio, hujus Amplitudo semper ferè quadrupla erit lineæ *B M* in Semi-circulo *ABL* (Tab. XIX. Fig. 5.) Exigua quædam datur differentia, quæ præcipue Aëris resistentiæ tribuenda est.

EXPERIMENTUM 5.

Machinâ, ut in præcedenti Experimento, dispositâ, 1616.
si profiliat Hydrargyrum per duas directiones, quarum unius inclinatio Angulum Semi-rectum excedit, quantum alterius inclinatio ab hoc deficit, Mercurius in punctis, parum distantibus, secabit lineam horizontalem, quæ per Semi-circulû, in Tabulâ *G* delineati, punctum infimum transit.

EXPERIMENTUM 6.

Manente Machinæ dispositione, si via pro quacunque 1617.
motûs directione in Tabulâ, ut in Machinæ descriptione dictum, delineata sit, & index *fb* cum divisione Quadrantis, hanc denotans inclinationem, congruat, Hydrargyrum in motu suo à Viâ delineatâ parum aberrabit. Si pro variis Angulis viæ delineantur, motu manubrii *ae* successivè hoc idem in diversis hisce Viis observari poterit.

EXPERIMENTUM 7.

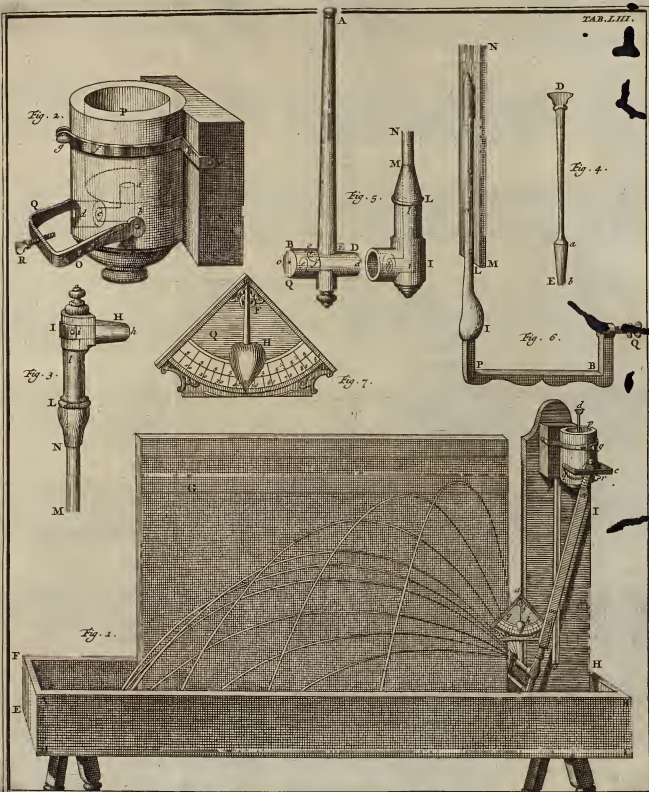
Si alia Tabula ut *G* adhibeatur, in quâ prædicta pro 1618.
aliâ Mercurii Celeritate sunt delineata, Experimenta eodem modo procedunt.

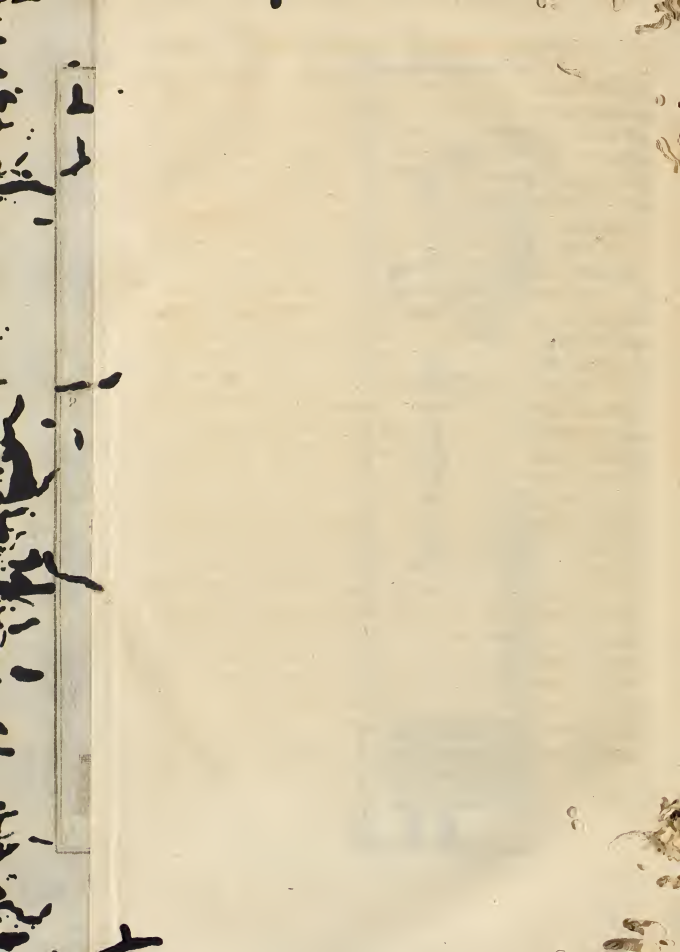
Simili methodo, quâ per Circulum determinatur distantia, ad quam Corpora obliquè projecta cadunt, detegitur distantia, ad quam Fluidum, ex foramine in latere vasis, profilit, quando vas plano horizontali imponitur: diversa est hæc distantia pro variâ foraminis

1619.
TAB. LIV.
Fig. 4.

minis Altitudine, manente superficie superiori Fluidi. Sit AB Vasis Fluidi repleti Altitudo; secetur hæc in duas partes æquales in C ; centro C & radio CA Semi-circulus describatur; detur foramen in E ; tandem ducatur ad AB perpendicularis ED , in Semi-circuli circumferentiâ terminata in D . Profiliat Fluidum ex E ad F in plano horizontali, distantia BF , sepositis omnibus retardationibus, dupla erit ipsius perpendicularis ED .

1620. Quod ut demonstretur, considerandum Fluidum, motu æquabili, Celeritate quâ ex foramine exit, in Tempore in quo Corpus cadere potest ab E ad B , percurrere spatium BF *. In omni Motu Spatium percursum sequitur rationem compositam Celeritatis & Temporis *; & hoc per illam multiplicando datur spatium percursum; id est, si pro variis Motibus hæc instituatur operatio, dantur quantitates, quæ spatiorum percursorum proportionem exprimunt. Si cum Quadratis Celeritatum & Temporum computatio ineatur, dabitur ratio Quadratorum spatiorum percursorum.
- * 548.
1587.
- * 120. AE hic designat Quadratum Celeritatis *; EB autem Quadratum Temporis *; harum linearum productum exprimit ergo Quadratum spatii percursum BF . Hocce autem productum est Quadratum lineæ ED *; quæ idcirco, mutato foramine, crescit & minuitur in eâdem ratione cum distantia BF . Posito foramine in centro C , distantia BG , ad quam Fluidum profilit, sepositis omnibus retardationibus, ipsi BA æqualis est *, & æqualis est perpendiculari, quæ in C ad AB in Semi-circulo duci potest, duplicatæ; quod ergo in omnibus foraminibus obtinet, & ED erit dimidium ipsius BF .
- * 1586.
374.
- * 13. 17. El.
VI.
- * 1583.
1585.





Ex hisce sequitur, *Fluidum ex foramine in centro C ad 1621.
distantiam omnium maximam profilire.*

EXPERIMENTUM 8.

Utendum hîc Machinâ, in Capite præcedenti descri-
ptâ *. Profiliat Aqua ex foramine F, ut in Experi-
mento 1. Capitis VII.; profiliat eodem tempore ex E,
ut & ex G; foramen G minus quam F, foramen E
verò magis à superficie Aquæ distat, ex horum neutro
pervenit Aqua ad illam distantiam, ad quam ex F profilit.

1622.

TAB. LIV.

Fig. 2.

* 1584.

Ex dictis ulterius sequitur, *ex foraminibus E & e, æquè
distantibus à centro C, Fluidum ad eandem profilire distan-
tiam; quia in eo casu perpendiculares ED, ed, sunt
æquales.*

1623.

TAB. LIV.

Fig. 4.

EXPERIMENTUM 9.

Per F concipiatur linea horizontalis, quæ transit
per H; HG & HE sunt æquales, & ex utroque fo-
ramine G & E Aqua profilit ad L.

1624.

TAB. LIV.

Fig. 2.

C A P U T IX.

*De Quantitate Fluidi, ex Vasis profluentis, determinandâ,
& Irregularitatibus in hoc Motu.*

Fluidi quantitas, quæ in dato Tempore, ex dato Fo-
ramine, fluit, ad instar Fluidi exeuntis Velocita-
tis crescit: pendet hæc Velocitas ab altitudine Fluidi
supra Foramen, & non interest quamcunque partem
versus motus Fluidi dirigatur *; &, *sepositis retardatio-
nibus, Quadrata Quantitatum effluentium sunt in ratione
altitudinum Fluidi supra Foramina* *.

1625.

* 1574.

* 1586.

*In Tempore, in quo Corpus, liberè cadendo, percurrit al-
titudinem Fluidi supra Foramen, exit ex Foramine, sepositis*

1626.

¹⁵⁸³ 376. *Retardationibus, Fluidi Columna, cujus longitudo dupla est*
 1627. *illius altitudinis* *. Foramen ipsum est basis Columnæ,
 & datur: si altitudo Fluidi supra Foramen nota sit, da-
 tur tota Columna; Tempus etiam facile Experimentis
⁴¹⁵ 883. determinatur *: detectâ autem Quantitate, quæ in
 Tempore noto exit, quid, in Tempore quocunque
 dato effluat, non latet.

1628. Si autem quod hîc *, de Quantitate Fluidi exeun-
¹⁶²⁶ tis, demonstramus, conferamus cum demonstratis de
¹⁴³¹ Fluidorum Pressionibus *, paradoxî quid sequetur,
 TAB LIV. quamvis illud ex hoc deductum fuerit. Pressio, quæ
 Fig. I. motum communicat Fluido exeunti ex *cd*, valet Pondus
¹⁵⁷⁷ Columnæ *cm*; ut supra vidimus *. Si ipsa hæc Columna
 Tubo inclusa esset, & sola suo Pondere caderet, ut Cor-
 pus Solidum, hac eâdem Pressione illa deorsum pellere-
 tur. Agant hæc duæ Pressiones æquales per Tempus, in
 quo Corpus cadit ab altitudine *md*; Columnæ *mc* com-
 municabit Pressio hæc Velocitatem, quâ Pressio illa Flui-
¹⁵⁸³ dum expellit *: Velocitates sunt æquales, & Tem-
 pora æqualia; sed Materia agitata in ultimo casu dupla
¹⁶²⁶ est *. Ideoque integer Effectus duplus.

1629. Differentiam hanc deducimus ex iis, quæ supra ob-
 servavimus. Si sola Columna *cm* ageret, non ille esset
¹⁵⁷⁷ motus qui revera obtinet *: sed Pressio lateralis ad-
 denda est, ut Pressio indicata, in Fluidum, quod exit,
¹⁵⁷⁸ sine intermissione continuetur *. Hæc ipsa est Actio,
 quæ propellit causam moventem, & sine cujus auxilio
 Effectum suum præstare hæc non potest; illa ergo huic
 superaddenda est, ut causam integram habeamus, quæ
⁷⁰⁶ Effectum exferit *, & cujus hic proportionem sequi-
 tur.

In momento primo solum pondus Columnæ *cm* agit; statim autem agit Pressio lateralis, quam causam adjutricem vocabimus, cujus auxilio in eodem statu servatur causa prima; quantum ergo hæc causa agendo amitteret, suppletur ab adjutrice; amitteret autem pro ratione Effectûs; Ergo Actio causæ adjutricis valet Effectum quem prima causa, si sola ageret, præstaret. Idcirco dum simul agunt, Effectus duplus est; hoc autem ipsum illud est quod illustrandum erat.

Quantitas verò Fluidi, quam, computatione indicatâ*, detegimus, sensibilibiter admodum excedit illam, quæ revera exit: & quod maxime notabile est, *Experimenta quæ circa Velocitates, & illa, in quibus Quantitates Fluidorum, certo Tempore ex Foraminibus fluentium, immediate mensurantur, minimè reciprocantur*; & non potest Quantitas hæc, ex notâ Velocitate, determinari.

Præcipua hujus differentię causa est motûs irregularitas, de quâ supra egimus*; & quæ, quamvis in magnis Foraminibus maximè noxia sit, in omnibus tamen locum habet; hac irregularitate, magis impeditur egressus Aquæ, quàm hujus Velocitas minuitur: Basis Columnæ minor est quàm superficies Foraminis, ut ad oculum patet, si Columna, ad exiguam à Foramine distantiam, mensuretur. Hac de causa, si Aqua per brevem Tubum, Ex gr. unum Pollicem longum, effluat, majori copiâ exhibet quàm, sublato Tubo, per Foramen ejusdem amplitudinis.

In ipsâ mensurâ Velocitatis etiam error datur. Fluidum, quod juxta latera Foraminis transit, attritum patitur, & retardatur; quam Retardationem non patitur Fluidum illud, quod ex Foraminis centro irrupit;

1630.

* 1627.

1631.

1632.

* 1629.

1633.

1634.

retardatur quidem hoc à Fluido laterali, cum quo cohæret; sed Fluidi partes facile moventur inter se, & Retardatio hæc exigua est respectu alterius; idcirco parum etiam acceleratur Fluidum laterale Actione illius, quod per medium Foraminis transit, & hoc continuò celerius illo movetur; non tamen à medio Fluido separatur laterale; nam quamvis facile juxta se invicem Fluidorum partes moveantur, difficilior à se invicem divelluntur: Fluidum ergo medium, fluxu suo continuo, secum fert laterale, quod licet lentius motum, ad eandem distantiam, aut altitudinem, cum medio pertingit.

Judicium autem de Velocitate, nisi ex distantia, aut altitudine, fertur; Velocitas verò quæ sic determinatur, paululum deficit à Velocitate, quâ Fluidum ex medio Foraminis exit, quia hoc in toto motu suo à laterali Fluido, & aliis causis, retardatur. Sed Velocitas hæc multo magis excedit lateralis Fluidi Velocitatem, ut ex his omnibus sequitur; si quis ergo toti Fluido exeunti mensuratam tribuat Velocitatem, Quantitatem Fluidi, certo Tempore exeuntis, determinabit veram excedentem; minus tamen veram excedet, quàm si in determinandâ Velocitate omnes retardationes seponat, & juxta Regulam, in N. 1626. indicatam, computationem ineat.

1635. *Experimentis autem constat, Quantitates Aquæ ex equalibus Foraminibus, determinato Tempore, exeuntes, si per latiores Tubos Aqua deducatur, & per Foramen in laminâ exeat, rationem sequi, à subduplicatâ altitudinis Aquæ supra Foramen, parum differentem; cum verò hæc ratio tantum quam proximè locum habeat, si nimium*

mium differant altitudines, Règula usum habere non potest.

Ubi computationes ineundæ erunt de Aquæ Quantitate, quæ effluit ex Foramine dato, manente altitudine Aquæ supra Foramen, subjecta Tabella usu venire poterit, quæ ad altitudines majores aut minores non producenda est. Quo Experimento nitatur hæc, & quæ in computatione hujus observanda fuere, in Scholio huic Capiti subjuncto dicam.

Pono Aquam fluere ex Foramine circulari, cujus diameter est Semi-pollicis Rhenolandici; agitur ulterius hîc de Pedibus Rhenolandicis.

<i>Altitudo</i>	<i>Tempus in quo</i>	<i>Altitudo</i>	<i>Tempus in quo</i>
<i>Aquæ.</i>	<i>Pes cylindricus Aquæ effluit.</i>	<i>Aquæ.</i>	<i>Pes cylindricus Aquæ effluit.</i>
4. Pedes - - 52, ¹⁶ .	Min. S.	13. Pedes - - 28, ⁹⁴ .	Min. S.
5. - - - - 46, ⁶⁶ .		14. - - - - 27, ⁸⁸ .	
6. - - - - 42, ⁵⁹ .		15. - - - - 26, ⁹⁴ .	
7. - - - - 39, ⁴³ .		16. - - - - 26, ⁰⁸ .	
8. - - - - 36, ⁸⁹ .		17. - - - - 25, ³⁹ .	
9. - - - - 34, ⁷⁸ .		18. - - - - 24, ⁵⁹ .	
10. - - - - 32, ⁹⁹ .		19. - - - - 23, ⁹³ .	
11. - - - - 31, ⁵⁵ .		20. - - - - 23, ³³ .	
12. - - - - 30, ¹² .		21. - - - - 22, ⁷¹ .	

Si Foramina differant, & altitudo maneat, Quantitas Fluidi, quæ determinato Tempore exit, ipsius Foraminis rationem sequitur, si in omnibus punctis Foraminis æquali Velocitate Fluidum feratur; quod quamvis non obtineat, parum tamen à memoratâ ratione aberrare Quantitates, quæ revera exeunt, Experimentis cum Aquâ institutis constat.

1639. *Cæteris paribus, Quantitates quæ effluunt, esse ut Tempora clarum est: sunt ergo Quantitates hæ generatim in ratione compositæ Temporum, Foraminum*, & Radi-*
 * 1638. *cum quadratarum altitudinum Fluidi supra Foramina*.*
 * 1635.

1640. In Vasis, in quibus Fluidi adfluxus non datur, hujus Celeritas, dum effluit, continuò mutatur, ad quod attendendum in comparatione Temporum, in quibus Vasa diversa evacuantur.

Vasa Cylindrica hîc consideramus, & dicta, ad Vasa quæcunque, eandem juxta integram altitudinem capacitatem habentia, referri poterunt; ponimus Fluidum per Foramen in fundo effluere.

1641. *Tempora, in quibus Vasa cylindrica, ejusdem diametri & altitudinis, evacuantur, Fluido ex Foraminibus inæqualibus fluente, sunt inter se inversè, ut hæc Foramina.*

Vasa hæc, planis ad basin parallelis, concipiantur divisa in partes æquales minimas; & divisiones utriusque Vasis non differant inter se: cùm agatur de partibus minimis, concipere possumus Celeritatem, in evacuatione unius partis, non mutari. Fluidi Quantitas, quæ ex Foramine fluit, si altitudo non mutetur, crescit cum Foramine, & eo breviori Tempore evacuetur determinata Fluidi Quantitas, quo Foramen majus est; & minuitur Tempus hoc in ratione, in quâ Foramen augetur. Dum partes respondentes in Vasis evacuantur, altitudines sunt æquales; partes etiam ipsæ, & ideo Quantitates Fluidi, quæ effluunt, sunt æquales; ergo Tempora in inversâ ratione Foraminum; quod cùm in singulis partibus respondentibus locum habeat, ad Tempora evacuationum integrorum Vasorum etiam referri debet*.

Quando Vasa cylindrica sunt inæqualia, & æquè alta, 1642.
per Foramina æqualia, in Temporibus, quæ sunt ut Cylindrorum bases, evacuantur. Vasa iterum in partes minimas, & numero æquali in utroque Vase, divisa concipiantur ita, ut partes respondententes æquales habeant altitudines, ideoque æqualiter à fundo distent. Quando partes respondententes evacuantur, Fluidum, per Foramina æqualia, Velocitatibus æqualibus, effluit ex utroque Vase; quantitates ergo quæ effluunt sunt ut Tempora: & ideo in hac Temporum ratione sunt ipsæ partes respondententes, quæ sunt ut Cylindrorum bases: Tempora autem, integrarum evacuationum, sunt ut Tempora in quibus partes respondententes evacuantur*.

* 12. El. V.

Dentur tandem duo Vasa cylindrica EI, AD, quorum bases sunt æquales, altitudines verò diversæ, ex. gr. 1643.
ut 1. ad 4. & evacuentur hæc per Foramina æqualia: concipiantur etiam hæc Vasa planis ad basin parallelis in partes minimas divisa, quales sunt Hi, Cd; sitque idem numerus partium in utroque Vase, & sint partes inter se, ut ipsa Vasa, id est, ut 1. ad 4. Partes singulæ motu æquabili evacuantur, quia de minimis agitur: Celeritates in partibus respondentibus sunt ubique ut 1. ad 2.; quia altitudines harum partium supra bases sunt ut Vasorum altitudines, quæ sunt ut horum numerorum Quadrata. Unde sequitur Tempora, in quibus partes respondententes evacuantur, etiam esse inter se ut unum ad duo; quia in Tempore duplo, Celeritate duplâ, Quantitas quadrupla evacuatur. Cum autem Tempora sint in eâdem ratione pro singulis partibus respondentibus, Tempora, in quibus integra Vasa evacuantur, sunt etiam ut unum ad duo*.* Si
 Vasa

TAB. LIV.
 Fig. 5. 6.

* 1586.

* 12. El. V.

Vasa sint ut 1 ad 9, Tempora, ut demonstratione simili evincitur, erunt ut 1. ad 3; & in genere Tempora sunt ut Celeritates, quibus partes respondentes evacuantur, quarum Celeritatum Quadrata sunt ut
 1586. *Vasorum altitudines* *; in quâ ratione ergo etiam sunt *Quadrata Temporum*.

EXPERIMENTUM I.

1644.
 TAB. LV.
 Fig. 1. 2.

Dantur ex Metallo tenui tria Vasa Cylandrica A, C, B, diametros æquales habentia, & quorum altitudines sunt ut unum, tria, & quatuor; unumquodque incisionem in ora habet, quâ effluit Aquâ certam superans altitudinem, quæ pro Vasis altitudine habetur; in fundis Vasorum A & B, quæ sunt ut unum & quatuor, Foramina æqualia dantur, & Aquâ implentur; eodem momento Foramina aperiuntur; si Aqua ex B fluens Vase C recipiatur, impletur hoc in Tempore, in quo A evacuatur: C continet tres partes quartas Vasis B; partem quartam, quæ superest, æquali etiam Tempore cum Vase A evacuari, à nemine in dubium vocari potest; bis ergo evacuatur A, dum B semel.

1645. *Tempora, in quibus Vasa cylindrica quæcunque evacuantur, sunt in ratione compositâ basium* *, & *Radicum quadratarum altitudinum* *, ut & *inversâ Foraminum* *.

1646. *Dividi ita potest, Vas cylindricum, ut partes, inter divisiones interceptæ, æqualibus Temporibus evacuentur, quod fiet, si divisionum à basi distantie fuerint, ut numerorum naturalium Quadrata*; Tempora enim evacuationum Vasorum, quorum altitudines hanc sequuntur proportionem, sunt ut numeri naturales *, & Temporum differentie æquales.

1647. *Tempus in quo Vas cylindricum evacuatur est ut Cele-*

Celeritas, cum quâ Fluidum effluere inchoat *; Celeritas ergo, dum Fluidum in Vase descendit, in eâdem ratione minuitur, cum Tempore evacuationis Fluidi in Vase superstitis; & *motus Fluidi, ex Vase cylindrico fluentis, est retardatus æqualiter in Temporibus æqualibus.* 1648.

Si ex Cylindro, & alio Vase ejusdem altitudinis, & Fluidum semper ad eandem altitudinem continenti, per Foramina æqualia fluat Fluidum, in Tempore in quo evacuatur Cylindrus, ex Vase memorato fluit dupla Fluidi quantitas quàm ex Cylindro. Nam, propter altitudines Vasorum æqua- 1649.

les, Celeritates in principio sunt æquales; Fluidi, quod ex Vase semper repleto exit, Celeritas est æquabilis; Celeritas Fluidi, ex Cylindro fluentis, est æquabiliter retardata *. Idcirco ex isto Vase, dum Cylindrus evacuatur, fluet dupla Aquæ quantitas quàm ex Cylindro. Si enim duo Corpora eâdem Celeritate propellantur, & primum motu æquabili progrediatur, secundum autem motu æquabiliter retardato, & moveantur donec hoc totum motum amiserit, primum in eo tempore percurreret spatium duplum spatii à secundo percurſi *; hîc Fluidum, quod effluit, pro spatio per- 1650.

curso haberi potest, quia Foramina sunt æqualia. Notavimus supra, partium cohæſionem motum Fluidorum retardare, contrarium etiam in multis occasio- 1651.

nibus observamus; & licet Velocitas, ex Pressione oriunda, quasunque partes versùs eadem sit, omnium tamen celerrimè movetur Fluidum, dum verticaliter descendit; hoc, in motu suo, cadendo continuò acceleratur, cum inſequenti cohæret, & hoc secum trahit, Velocitatemque Fluidi, ex Vase profluentis, auget.

Motus ex Vase, cum quo in inferiori parte Tubus conjungitur, 1652.

O o o

TAB. LV.
Fig. 3.

gitur multo magis acceleratur. Sit Vas tale E, quod cum Tubo *cb* cohæret, cujus ambo orificia æqualia ponimus.

1653. Statim apparet, non majorem Fluidi copiam per orificium inferius Tubi effluere posse, quàm per superius intrat; ut autem Vim determinemus &, datâ hac, detegamus Velocitatem, quâ Fluidum in orificium hoc penetrat, causas, quibus Fluidum introducitur indicare debemus.

1654. Pressione Fluidi superincumbentis, particulis exeuntibus ex Vase, & in Tubum penetrantibus, communicatur Vis, quam singulæ acquirerent, cadendo ab altitudine *ab**, sed præterea hæ quoque deorsum trahuntur pondere Columnæ Tubo contentæ.

1655. Partes Fluidi non tantum cohærent inter se ita, ut omnes, quæ in Tubo sunt, unicum quasi Corpus efficiant, sed etiam ipsi Tubo adhærent; quâ de causâ hic continuo Fluido repletus manet; & propter æqualitatem inter orificia, eâ Velocitate exit ex Tubo, quâ ipsum intrat, & in toto descensu per *bc* non datur Acceleratio. Hanc autem impedit Reactio particularum, quæ Actione inferiorum accelerantur in ingressu in Tubum.

Particulæ dum per integram Tubi longitudinem descendunt, pondere suo integro continuo agunt; Effectus Pressionis, manente hujus intensitate, & spatio percurso, semper est idem*; ergo Actio hæc particularum valet Vim, quam Gravitas ipsis communicare potest in descensu per *bc*; quæ Vis semper est eadem, sive particulæ velocius, sive lentius, hoc spatium percurrant*.

*754. 755.

1656. Si nunc integram Vim agentem, durante Tempore quo-

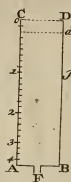


Fig. 1 A

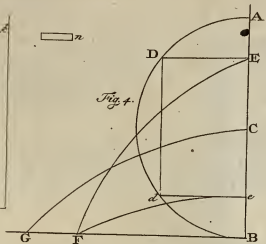
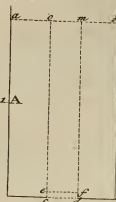
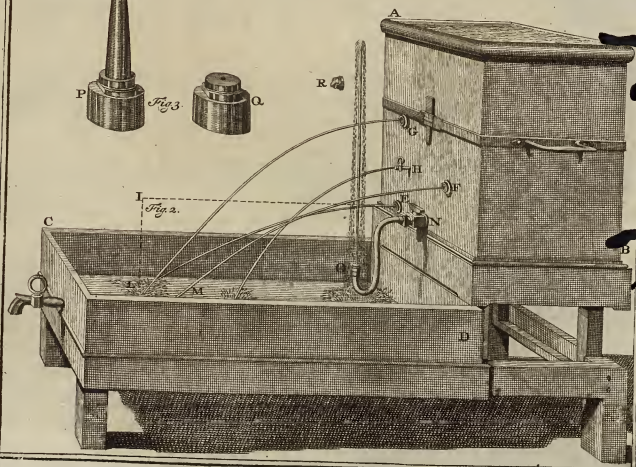
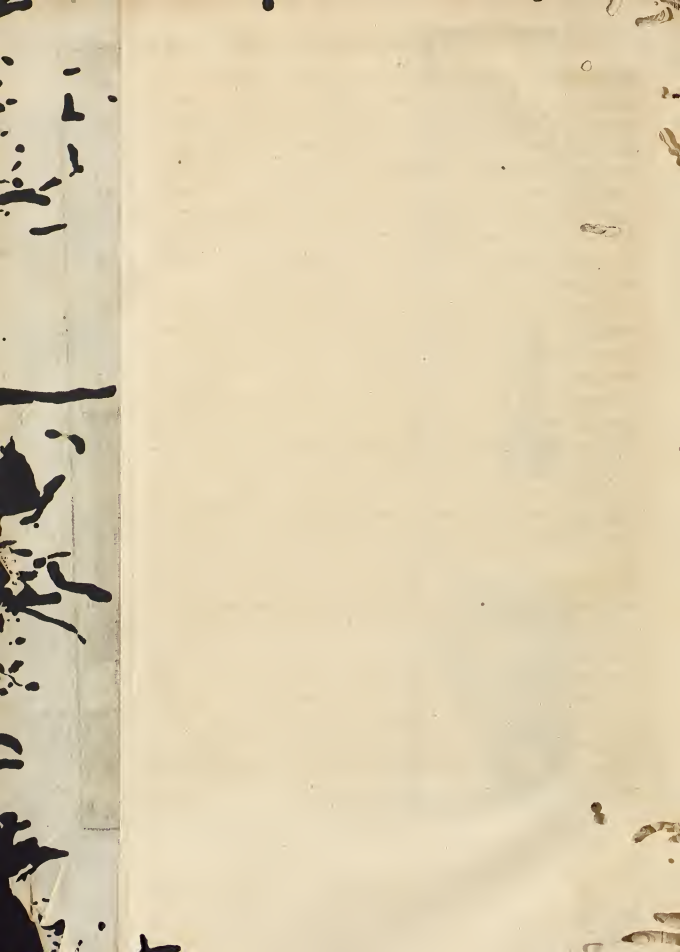


Fig. 3



R





quocunque effluxûs, consideremus, habemus primum Vim quam particulæ acquirerent cadendo ab altitudine ab *; præterea habemus Vim, quam acquirerent cadendo ab altitudine bc *; quæ conjunctæ valent Vim acquisitam cadendo ab altitudinibus ambabus conjunctim *, nempe ab altitudine ac . Tali Vi omnes particulæ effluentes agunt, antequam ex Tubo exeant; hæcque integra Actio consumitur motum communicando his ipsis particulis; & valet Vim communicatam *. Ergo, cum omnes particulæ eâdem Velocitate exeant, ut Effectus Actioni sit æqualis, necessariò eâ Vi, & Velocitate, singulæ exeunt, quam acquirerent cadendo ab altitudine ac ; hacque ipsâ Velocitate in b in Tubum penetrant. Attritu juxta latera Tubi minuitur Velocitas, sæpe parum tantum. Magis autem minuitur hæc, si minor fuerit altitudo ab respectu longitudinis Tubi, etiam si angustior fuerit Tubus, aut longior.

EXPERIMENTUM 2.

Vas E æquale & simile est Vasi A, Fig. 1. & cum Tubo altitudinem habet Vasis B Fig. 2. Ambo Tubi orificia æqualia sunt inter se, & Foraminibus in Fundis Vasorum A & B; id est, diametri valent tertiam Pollicis partem. Aquâ impleantur Vasa B & E; eodem momento apertis foraminibus, celerius quidem descendet Aquæ superficies in B quàm in E: sed exigua admodum est differentia.

Maneat apertura superior Tubi, quâ cum Vase Tubus communicationem habet, ut & hujus longitudo; augeatur apertura inferior; major Aquæ quantitas effluet, & magis accelerabitur Aqua, quæ Tubum intrat. In hoc casu, per aperturam Tubi superiorem, major fluit A-

quæ quantitas quàm ex aperturâ æquali ad profunditatem quadruplam.

1659.

Si huic casui applicemus ratiocinium, quod præcedenti casui fuit applicatum, clarum erit, sepositis causis retardationis, singulas particulas eam præstare Vim, antequam exeant, quam acquirere possunt cadendo ab altitudine *ac*; ideoque ex orificio inferiori exire, eâ Velocitate, quam Corpus, cadendo ab hac eadem altitudine, acquirere potest. Dum per orificium superius in Tubum penetrant Particulæ, majori quidem feruntur Velocitate, & singularum Vis superat illam, quam indicavimus; sed hanc iterum amittunt, dum insequentes in Tubum trahunt, hisque talem majorem Vim communicant, quam & hæ statim consumunt. Vis, quâ Particulas ex orificio inferiori exire diximus, illa est, cujus Effectus superest, ubi Particulæ ad inferius orificium pervenere, & hæc sola hîc considerata venit. Quantitas quæ exit, seposito attritu, illa est, quæ, si Vasis altitudo foret *ac*, manente ipsius capacitate, ex Foramine in fundo exiret, æquali orificio inferiori Tubi, si nempe Tubus semper repletus maneret; quod continget semper, quando inferius Tubi orificium superius non nimium superat; quo usque autem illud hoc superare possit, à cohæsione partium Fluidi pendet.

EXPERIMENTUM 3.

1660.
TAB. LV.
Fig. 5.

Vas F in hoc solo cum E (*Fig. 4.*) differt, inferius Tubi orificium majus est; & collatis inter se F, E, & B (*Fig. 2.*), trium Vasorum Diametri sunt æquales, & aperturæ in fundo æquales, nempe diametrum habentes quatuor Lin. id est, tertiæ partis Poll.; Tu-

bi

bi verò, cum Vase F cohærentis, orificium inferius c
est quinque Lin. Impleantur Aquâ Vasa F & B; si
eodem momento Aqua fluat ex utroque Vase, cele-
rius Aquæ superficies in Vase F quàm in B descendet.
Altitudo Vasis B est circiter sedecim pollicum.

His Experimentis duo alia notabilia admodum circa
partium cohæsionem subjungam, quibus effectus hujus
cohæronis dilucidantur.

EXPERIMENTUM 4.

Antliæ, duæ æquales A, B, cochleis junguntur
Tubis duobus *E d a*, *F d b*, inter se cohærentibus; Tu-
borum horum axes in eodem plano dantur, & sese
mutuò ad angulos rectos secant, confundunturque Tu-
bi in *d*.

Antlia A repletur Aquâ rubro, aut alio colore,
tinctâ; B repletur Aquâ purâ; Emboli junguntur la-
minâ L, quæ cochleis firmatur. Simul si intrudan-
tur Emboli, tincta Aqua Viam sequitur *E d b*, alia
Viam *F d a*; & vix sensibilis Aquarum permixtio da-
tur, dum in *d* juxta se invicem transeunt, & vias fle-
ctunt.

EXPERIMENTUM 5.

Differt Experimentum hoc cum præcedenti in unicâ
tantum circumstantiâ, Effectus tamen diversus omninò
est. Tuborum *E d a*, *F d b*, axes non in eodem dan-
tur plano, sed unius axis alterius cavitatem quasi tan-
git ita, ut pro parte tantum Tubi confundantur in *d*.
Intrusis nunc Embolis, colorata Aqua, quæ pro parte
liberè transit per *E d a*, omnem aliam coloratam secum
trahit; dum eodem modo Aqua pura per *F d b* fertur;
his vix sensibilibus permixtis, quamvis juxta se invicem
Aquæ in *d* transeant.

O o o 3 Ex-

1661.
TAB. LV;
Fig. 6.

1662.
TAB. LV;
Fig. 7.

1663. Experimentum hoc celebrem Auctorem in errorem induxit, qui hoc ipsum instituit Experimentum, cum in animum haberet præcedens tentare, conclusionemque deduxit ambobus Experimentis contrariam; Fluidi nempe particulas liberrimè, sine confusione, inter aliùs Fluidi particulas Viam continuare, agitato licet hoc Fluido juxta aliam directionem.

S C H O L I U M.

Dixi me in hoc Scholio explicaturum, ex quo Experimento, & quomodo, computatio Tabulæ N. 1637. fuerit inita.

1664. Mariotte Experimento, variis vicibus repetito, observatisque cautelis necessariis, determinavit, ex Foramine, cujus diameter erat $\frac{1}{4}$ Poll., servatâ Aquæ Altitudine supra hoc 13. Ped., singulis vicibus effluxissè, in uno minuto primo, Pintas 28., quarum Pes cubicus continet 70. Agitur hîc de Pe-de regio Gallico, qui ad Pedem Rhenolandicum se habet, ut 144. ad 139.

Dato hoc Experimento, detegendum in quo Tempore Pes Cylindricus evacuari potest, per Foramen cujus diameter est Semi-Poll., positâ etiam Aquæ Altitudine supra hoc 13. Pedum, dum mensura Rhenolandica adhibetur.

1665. Tempus, quo certa Aquæ quantitas evacuat, eo brevius est, quo major quantitas, determinato Tempore, exit; Tempora ergo sunt inversè ut hæ quantitates, quæ, cæteris paribus, sunt in ratione subduplicatâ Altitudinum*.

* 1635. Tempora etiam sunt eo minora, quo Foramina sunt majora, id est, cæteris paribus, sunt in ratione inversâ Quadratorum diametrorum Foraminum.

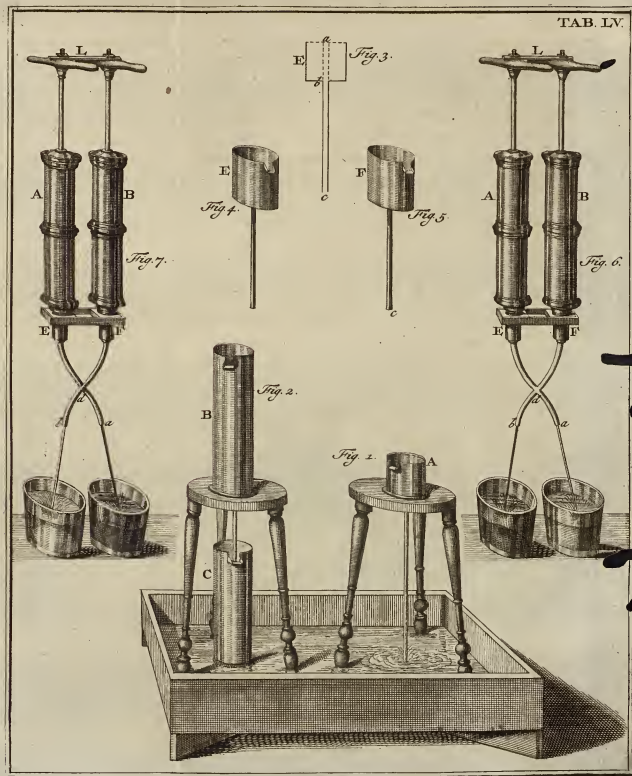
Tandem, cæteris paribus, Tempora sunt directè ut quantitates quæ effluunt.

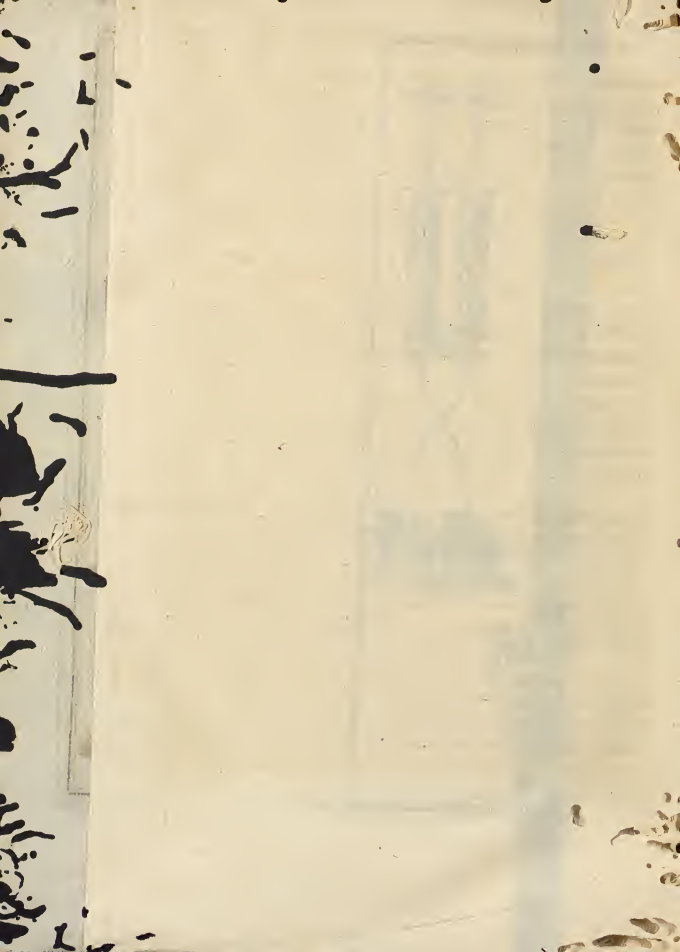
In Experimento à Mariotte instituto, Altitudo tredecim Pedum Gallicorum est ad Altitudinem totidem Pedum Rhenolandicorum, in casu de quo agitur, ut 144. ad 139.

Quadrata diametrorum Foraminum sunt ut 1. ad 4. & ut $\frac{144}{139}$ ad 139.

Quantitates Aquæ sunt, ut Pintæ 28 ad Pedem Cylindricum Rhenolandicum; quæ quantitates sunt in ratione compositâ, rationis 28. ad 70. aut 14. ad 35., id est, quantitatis quæ effluxit ad Pedem cubicum Gallicum, & rationis Pedis cubici Gallici ad Pedem cubicum Rhenolandicum, ut & rationis Pedis cubici ad Pedem cylindricum, aut 452 ad 355.

Idecirco Tempus unius minuti primi, aut 60. m. s., ad Tempus quæsitum,





tum, in ratione compositâ ex hisce sex rationibus, $\sqrt{139}$. ad $\sqrt{144}$. 4 ad 1.

$\frac{139}{9}$. ad $\frac{144}{9}$. 14. ad 35. $\frac{144}{c}$. ad $\frac{139}{c}$. & 452. ad. 355.

Rationes prima, tertia, & quinta, reducuntur ad rationem, $\sqrt{144}$. ad $\sqrt{39}$; & sunt 60. m. f. ad Tempus quæsitum, ut $4 \times 14 \times 452 \times 12$. ad $1 \times 35 \times 355 \times \sqrt{139}$. quod tempus detegitur 28,94. m. f. Quo tempore dato reliqua, quæ notantur in Tabellâ N. 1637., deteguntur, quærendo numeros in ratione inversâ subduplicatâ Altitudinum.

C A P U T X.

De Cursu Fluminum.

DEFINITIO I.

Flumen vocamus Aquam, in canali superius aperto, propria gravitate fluentem. 1667.

DEFINITIO 2.

Flumen in eodem Statu manere, aut in Statu manente, dicitur, quando Aqua uniformiter fluit ita, ut in eodem loco semper sit ad eandem Altitudinem. 1668.

DEFINITIO 3.

Sectio Fluminis vocatur Planum Flumen secans perpendiculariter ad Fundum, & ad Motûs Aquæ directionem. 1669.

Quando Flumen ad latera terminatur Planis inter se parallelis, & ad Horizontem normalibus, & Fundus etiam est Planum, sive horizontale, sive inclinatum, Sectio Fluminis cum tribus hisce Planis Angulos rectos efficit, & est Parallelogrammum.

In omni Flumine in Statu manente, eadem Aquæ quantitas per singulas Sectiones eodem Tempore fluit. Nisi enim in loco quocunque eadem Aquæ quantitas adfluat, quæ ex eo defluit, in eodem Statu Flumen non manebit; & demonstratio hæc locum habet, quæcunque fuerit Alvei 1670.

Alvei irregularitas, ex quâ, alio respectu, multæ in Fluminis Motu mutationes oriuntur; attritus ex. gr. major est. pro majore Alvei inæqualitate.

1671. Irregularitates in Fluminis motu in infinitum variari possunt, & Regulæ circa illas tradi nequeunt; sepositis ergo irregularitatibus omnibus, Fluminum cursus primum examinandus est; nisi enim in hoc casu motûs Leges notæ fuerint, in nullo alio iudicium, vero fundamento nixum, ferri poterit; quid in veris Fluminibus obtineat, postea perpendendum.

1672. Ponimus nunc Aquam fluere per Canalem regularem, sine sensibili attritu; Canalem terminari ad latera Planis parallelis inter se, & verticalibus; Fundumque etiam planum esse, & ad horizontem inclinari.

TAB. LVI.
Fig. 1.

Sit Canalis A E; ex Receptaculo majori Aqua in illum fluat, maneatque in Receptaculo semper ad eandem Altitudinem, ut Flumen sit in Statu manenti. Aqua juxta Planum inclinatum descendit, & acceleratur *; quo, propter æqualem Aquæ quantitatem per singulas Sectiones fluentem *, *Altitudo Aquæ, recedendo à Fluminis initio, continuò minuitur*, & Aquæ superficies adipiscitur Figuram *i q s*.

1674. Ad determinandam Aquæ in variis locis Velocitatem, concipiamus Canalis aperturam A B Plano claudi; si perforetur Planum, eo celerius ex Foramine profiliet Aqua, quo magis hoc distabit à superficie Aquæ *hi*; eandemque habebit Aqua celeritatem, quam Corpus, cadendo à superficie Aquæ ad profunditatem Foraminis infra illam, acquirit *; quod ex Pressione Aquæ superincumbentis oritur. Datur eadem Pressio, id est, eadem Vis morrix, quando impedimentum in

A B

AB tollitur; ponimus enim capax adeo Receptaculum, ut & in hoc casu Pressio lateralis agat in Aquam, quæ Canalem intrat.

Hunc nunc ingreditur unaquæque particula Aquæ eâ Celeritate, quam Corpus acquirit cadendo ab Aquæ superficie ad particulæ profunditatem. Particula hæc, juxta Planum inclinatum, in Canale movetur, & hujus Motus acceleratur; & quidem eodem modo, ac si verticaliter cadendo, motum continuasset ad eandem profunditatem infra superficiem Aquæ, in origine Fluminis *.

Si ducatur horizontalis linea *it*, particula in *r* habebit Celeritatem, quam Corpus, cadendo per *iB*, & devolvendo per *Br*, potest acquirere; quæ est Celeritas, casu per *tr*, à Corpore acquisita *. *Ubiq̃ue ergo mensuratur particulæ Celeritas, ducendo ab hac perpendiculararem ad Planum horizontale, quod per superficiem Aquæ in Origine Fluminis concipitur, & Velocitas, quam Corpus per hanc perpendiculararem cadendo acquirit, erit particulæ Celeritas, quæ major est pro majori perpendicularis longitudine; & non augetur Pressione Aquæ superincumbentis, quæ non potest augere Celeritatem Aquæ, quæ aliunde majorem habet, quam quæ ex hac Pressione oriri potest: eodem modo ac Corpus insequens in antecedens, celerius motum, agere non potest.*

In puncto quocunque *r* ad Fluminis Fundum ducatur verticalis *rs*, Fluminis altitudinem mensurans; si continuetur hæc sursum, ut ad lineam *it* perveniat in *t*; evidenter patet, particularum, in lineâ *rs*, Celeritates eo minores esse, quo magis hæc superficiem Fluminis accedunt, & *Aquam inferiorem celerius superiori moveri.*

1679. *Harum tamen Aquarum, in progressu Fluminis, ad æqualitatem continuò magis accedunt Celeritates.* Nam Celeritas harum Quadrata sunt ut rt ad st *; quarum linearum differentia, recedendo à Fluminis Origine, continuò minuitur, propter imminutam altitudinem rs *, dum lineæ ipsæ augentur. Quod cum in Quadratis obtineat, multo magis in ipsis Celeritatibus locum habet; quarum differentia ergo etiam minuitur, cum ipsæ crescunt.
1680. *Si Fundi inclinatio in principio Fluminis mutetur, ut sit yZ , aut lateraliter augeatur apertura, per quam Aqua in Canalem fluit, ita, ut major sit Aquæ copia in Canali, altior erit ubique Fluminis superficies, sed non mutatur Celeritas Aquæ in loco quocunque.* Hæc enim Celeritas non ab Altitudine Aquæ in Flumine pendet, sed, ut demonstratum, à distantia inter particulam motam & Planum horizontale, per Aquæ superficiem in Origine Fluminis transiens; quæ distantia perpendiculari ut rt , aut st , mensuratur; hæ autem adfluxu Aquæ non variantur, si modo maneat Aquæ superficies in Receptaculo.
1681. *Claudatur Canalis pars superior Obstaculo ut X, quod quantumvis parum infra Aquæ superficiem descendat; Aqua omnis, quæ adfluit, perfluere non poterit, adscendet idcirco; sed eo Celeritas Aquæ infra Cataractam non augetur *, continuòque accumulatur Aqua adfluens; quæ ergo ita adscendet, ut supra impedimentum, aut Ripas Fluminis, defluat. Si vero Ripæ attollantur, & Impedimentum continuetur, supra lineam it Aquæ altitudo excrescet, antea enim hujus Celeritas augeri nequit: in quo casu totius Aquæ in Receptaculo Altitudo augebitur,*

bitur; Cum enim ponamus Flumen in Statu manenti, necesse est, ut aliunde continuò in Receptaculum tantum Aquæ adfluat, quantum ex illo in Flumen defluit; imminutâ verò Aquæ defluentis quantitate; necessario Altitudo in Receptaculo augetur, donec Celeritas Aquæ, infra Obstaculum fluentis, ita sit aucta, ut eadem Aquæ quantitas infra hocce Obstaculum transeat, quæ, ante tantam Cataractam, per hanc Fluminis Sectionem fluxit.

Hæc omnia, ut jam monuimus, sepositis irregularitatibus omnibus, vera sunt, & quo irregularitates sunt minores, eo magis cum dictis Motus Veri congruunt; de quibus, ut & de mutationibus quæ in Veris Fluminibus contingunt, nunc agam. 1682

Tellus sphærica est, & hujus Centrum versùs gravia tendunt; non tamen accurata hæc Figura est, locaque depressiora Aquis teguntur, quæ collectæ Maria, & Lacus, efficiunt. Recedendo ab hisce, attollitur Telluris superficies ad certam usque distantiam, iterumque deprimitur alia Maria, aut Lacus, versùs. Præter has, per magna spatia sese extendentes, altitudines, Montes in multis locis, sive Mari vicinis, sive ab hoc remotis, magis nobis sensibilem superficiei Telluris inæqualitatem communicant. 1682

Ubique in Telluris superficie, præcipuè in locis montuosis, Scaturigines Aquarum dantur; Aqua ex locis altioribus Gravitate inferiora petit; plures Rivuli concurrunt, & continuò descendentes, Telluris superficiem excavant, & Flumen efficiunt; in cujus Alveo sæpè Scaturigines dantur, & ad quod, ex locis vicinis subterraneis, per Vias insensibiles, plerumque Aqua quoque 1684

adfluit; & sic Flumen Vires acquirit eundo. In descensu suo sæpe Aqua in Obstacula incurrit, diverticula quarit, & Viam persequitur. Hinc Fluminum Inflexiones. Continuo descendens tandem ad Mare pertingit Aqua, & hoc influit, maximum sæpe Terrarum Tractum perlustrans.

1685. Flumen, quod ad ipsum Mare pertingit, in toto cursu suo, loca sequitur maximè depressa; & lateraliter recedendo ab hoc attollitur quoque Telluris superficies; quare minora Flumina à dextrâ, & à sinistrâ, ad majora Flumina, ut hæc ad Mare, tendunt.

1686. *Non omnium Fluminum Alveos*, ab initio ad Mare ipsum, ita à Naturâ, ut hoc explicavimus *, *fuisse excavatos* certissimum est; sæpe Aquæ, in loco depressio collectæ, & nisi cum incommodo vicinorum Incolarum, hinc inde sibi Viam quærentes, per Canales, manu Hominum excavatos, deductæ fuere ad loca magis depressa, unde postea facilè effluere potuere, sibi que Alveum continuare.

1687. Ex his omnibus clarum est, magnas in Fluminibus, longo tempore, contigisse mutationes; has autem in multis tandem debuisse cessare, etiam patebit.

1688. Ut autem, quæ ad hoc subjectum pertinent, illustremus, examinandum, ex quibus causis mutetur Fluminis Velocitas, & quid ex hac mutatâ sequatur.

1689. Aquam in Flumine, recedendo ab hujus initio, continuo accelerari vidimus*; sed verum hoc tantum est sepositis retardationibus; in omnibus autem Fluminibus multæ retardationis causæ semper cum Vi accelerante contrariæ agunt, & illarum Effectus, auctâ Velocitate Aquæ, crescunt.

Acce-

Acceleratur tantum Aqua, quamdiu causa accelerans impedimenta superat. Ubi autem Retardatio equalis fit Accelerationi, motu equabili progreditur Flumen. Auctâ tunc, ex novâ superveniente causâ, Retardatione, Velocitas minuitur; & sæpius observamus lentè moveri in Flumine Aquam, in loco ab Origine remoto, & ad quem, nisi post descensum à magnâ altitudine, non pervenit Aquâ. 1690.
1691.

In hoc casu verum non est, quod antea habuimus, ex auctâ altitudine Aquæ in Flumine, ipsam non accelerari *; si ex. gr. Flumen percurrat quatuor pedes in uno minuto secundo, id est, eâ moveatur Velocitate Aqua, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine circiter trium Pollicum, accelerabitur, si superficies attollatur quatuor Pollicibus; ut ex illis sequitur, quæ superius explicavimus *. 1692.
1693.

Unde hanc deducimus conclusionem, sæpe in Flumine lentiori Aquam accelerari, si nova in ipsum influat Aqua, aut si Alveus coarctetur; his enim attollitur superficies ita, ut Pressio in Aquam inferiorem augeri possit. * 1674.
1694.

Non tamen semper ex ipsâ superficie elatâ concludendum, Velocitatem augeri; si enim altitudo non sit sufficiens, non producet augmentum Velocitatis *; etiam, si manente Alveo, & non accedente novâ Aquâ, causa superveniat retardans, Aqua attolletur *. 1695.
* 1676.

In Flumine, quod antea examinavimus *, Fundum posuimus ad Horizontem inclinatum; Aqua tamen moveri potest per Canalem horizontalem, si modo ex loco magis elato in ipsum descendat. Superficies Aquæ, sepositis Retardationibus, in illo Canali esset horizontalis, si hic eandem ubique haberet latitudinem; quia Aqua 1696.
* 1672.

Velo-

Velocitatem suam servaret. Semper autem causæ retardantes Motum minuunt; ideo *superficies sit inclinata*, magis alta in initio Canalis, quam in alio loco, & recedendo ab initio decrescit.

Pressio enim in initio Canalis superare debet Resistentiam per totum Canalem, quia nulla datur Vis accelerans: cùm Pressio, in alio loco, tantum superare debeat Resistentiam per reliquam partem Canalis.

TAB. LVI.
Fig. 2.
Sit Fundus horizontalis EF, Altitudo Aquæ major est in E a quàm in L b; quia in E a augmentum Actionis desideratur æquale integræ Resistentiæ, quæ inter E & F superanda est, cùm in L b tantum destruenda sit Resistentia, quæ inter L & F obtinet.

1699. Altitudo autem Aquæ in Flumine, non potest minor dari F versus, nisi augeatur Velocitas*; quare differentia inter altitudines EA & Lb major desideratur, quàm si de solâ Resistentiâ superandâ ageretur.

1700. Si tamen, in hoc Motu per Canalem horizontalem, lentior sit Aquæ Motus, inclinatio superficiiei admodum exigua erit.

1701. Flumina ipsa sibi Alveum excavasse diximus. Si Aqua transeat per loca arenosa, aut argillosa, ipsa continuò abradit particulas quasdam, hasque secum fert; Aquam, continuato diutius motu, ipsa saxa excavare, 1702. Experientia docuit. Multas singula Flumina subivisse mutationes; antequam Alvei debitam magnitudinem acquisiverint, evidentissimum est; sed quis has determinabit? nullius quoque usus esset in ipsas inquirere: magis utile erit ipsa Flumina, ut nunc sese habent, ad examen revocare, & quidem illa tantò, quæ per loca arenosa, aut argillosa, transeunt; vix enim sensibile quid ipsis contingit, nisi longo tempore, quando inter saxa moventur.

Aqua

Aqua continuò abradit particulas arenosas, aut argil-
 osas, hæcque Actio augetur, quando Aquæ Velocitas
 augetur; unde sequitur, *Aquam*, decurrendo per talia lo- 1703.
 ca, turbidam fieri, & *continuò corrodendo Alveum, Arenam*
protrudere. Arena hæc continuò pondere suo cadit; &
manente per aliquod Tempus Aquæ Velocitate, ita turbida A- 1704.
qua fit, ut tantum Arenæ deponat, quantum eodem Tempore
attollit.

Si tunc *Velocitas augeatur, majorem quantitatem attollit,* 1705.
quam Gravitate cadit; si minuatur Velocitas, contrarium obtinet.

Præter Velocitatem & aliæ duæ causæ, *pondus Aquæ,* 1706.
 & *hujus Impetus, quantitatem Arenæ, quæ ex loco movetur,*
augent.

DEFINITIO 4.

Flumen vocamus regulare, cujus Alvei Materia est æqua- 1707.
bilis; cujus Fundus, aut æquabiliter inclinatur, aut horizontalis
est; & cujus Sectiones omnes parallele inter se, similes & æ-
quales essent, si Aqua eandem ubique haberet altitudinem.

DEFINITIO 5.

Filum Fluminis vocamus lineam quæ in singulis Sectionibus 1708.
transit per punctum, in quo Velocitas Aquæ est maxima.

Si Flumen sit regulare, Filum æqualiter ab utrâque 1709.
 Ripâ distat, propter Resistentiæ causas similes ab utrâ-
 que parte; si Flumen tale non sit, magis ad unam,
 aut aliam, ripam sæpè accedit Filum, neque harum
 respectu regularem servat cursum.

In Flumine Regulari maxima corrosio est in medio ipsius 1710.
Fundi, respondet enim locus hicce Velocitati maximæ,
 & pondere totius Aquæ augetur hujus Actio.

Arena hæc latera versùs dispergitur, & duplici causâ 1711.
 Alvei Figura mutatur; regulare tamen manet Flumen. Si
 autem

autem uniformiter Aqua per tale Flumen decurrat; omnia ita sese constituent, ut non tantum Arenæ continuò decidentis quantitas æqualis sit illi, quæ attollitur; sed etiam ut in singulis Alvei locis hoc ipsum obtineat; tunc mutationes cessant.

1712. Si nova Aqua superveniat, corrosio sæpe augetur*, sed tantum in eo loco, ubi hoc augmentum datur; inferiora loca non mutantur*. Post tempus tamen hæc mutantur, si hocce augmentum continuò uniformiter suppeditetur; quando enim locus primus corrosione excavatus est ita, ut augmentum Velocitatis in eo loco Fluminis non amplius detur, augmentum Velocitatis in locum sequentem inferiorem transfertur, qui etiam excavatur; sic successivè corrosio ad Mare usque propagatur, & cessat aucto ubique ipso Alveo.

1713. Flumen Regulare consideravimus, quod in lineâ rectâ movetur; non tamen ad irregularia semper debet referri Flumen, quia viam suam flectit; si enim angulum obtusum admodum duæ directiones efficiant, ut BC, CD, sæpe motus sine corrosione flectitur; quamvis, hæc, ex Impetu Aquæ in A, sequi videatur. Propter acutum angulum, quem Ripa cum Aquæ directione efficit, hujus Actio in illam exigua est; Aqua, descendens per CD, cum insequenti cohæret, hanc in descensu suo secum trahit, & ab A abducit, Impetum minuit, & sæpe in totum destruit, & hicce est casus de quo nunc agitur. Aliquando contingit corrosionem dari, & hac ipsâ Ripam acquirere Figuram, quâ positâ, æquilibrium datur inter Aquæ Impetum & Vim, quæ Aquam abducit; in quo casu corrosio Ripæ per tempus tantum durat.

TABLVI.
Fig. 3.

Si irregulare fuerit Flumen, multis mutationibus obnoxium erit. Tale est Flumen, cujus Ripæ in uno loco excavantur, in alio prominent; cujus latitudo diversa est in diversis locis; in cujus Fundo inæqualitates reperiuntur; tandem cujus directio magis subitò mutatur.

Ponamus Flumen AD; excavata Ripa est inter A & B, & hujus Figuræ hæc est sequela. Velocitas, propter Attritum, exigua esset in lineâ AC, si juxta ipsam Ripam Aqua moveretur; nunc autem, propter remotam illam ad B, Velocitas inter A & C major est, & impetu quodam ad angulum C Aqua accedit; quod idem contingeret si, sepositâ excavatione in B, Ripa in C prominere.

1716.
TAB. LVI.
Fig. 4.

Generalis autem est Regula; ubi Aqua impetu quodam ad Ripam accedit, ibi in vorticem hanc moveri, & Fundum excavari; Profunditas ergo major erit in C; similis quoque dabitur excavatio in D.

1717.

Ex inæquali Fluminis latitudine in diversis locis, sequitur mutationes Velocitatis dari, dum Aqua progreditur; hancque ergo continuò Arenam de loco in locum transferre *, & continuas Flumen mutationes subire.

1718.

* 1705.

Inæqualitates in Fundo retinent Aquam; ubi hæc in illas incurrit, minuitur Velocitas, & Arena in hisce locis deponitur *, quæ ipsum Obstaculum auget; & minimum quid sæpe origo fuit Insulæ in Flumine natæ, quæ ipsa postea majorum mutationum causa fuit.

1719.

* 1705.

1720.

Inflexionem Viæ non dari posse in Flumine, sine Actione in Ripam oppositam, ut in F, clarè patet; quæ quidem Actio aliquando tollitur, si angulus inflexionis

1721.

Qq q

fuerit

- *1713. fuerit obtusus admodum *, non verò si ad rectum accedat, aut acutus fuerit.
1722. Quando Corrosio datur in aliquo loco Ripæ, Filum magis ad hanc accedit; retardatur motus Ripam oppositam versùs, Arena deponitur *, & Alluvio datur.
- *1705.
1723. Ex his omnibus satis patet, tales dari posse in Flumine mutationes, ut hoc Alveum suum mutet, corrodingo ita Ripam in aliquo loco, ut sibi Viam aperiat ad loca magis depressa; à Velocitate verò, quâ Aqua in hanc Viam penetrabit, pendebit antiqui Alvei fatum.
1724. In hoc statim, diviso jam Flumine, retardatur Aqua, & illius Fundus attollitur; quo ipso Alveus minuitur;
1725. sicque sæpe contingit Fluminis ostia multiplicari. Sæpe etiam, defluente majori copiâ Aquâ in novum Alveum, antiquus omnino obturatur.
1726. Circa ostia sua Flumina & aliis mutationibus sunt obnoxia; continua ibi datur Velocitatis Aquæ mutatio, prout Mare, recessu aut accessu suo, juvat, aut impedit, effluxum Aquæ in Mare.
1727. In accessu Maris minuitur Velocitas Fluminis, & Arena decedit *; quæ, auctâ in recessu Velocitate, iterum ad Mare fertur; tunc Flumen non mutatur. Hoc locum habet in Fluminibus, quæ satis virium habent, ut impetum Maris redeuntis sustineant; retardantur quidem, sed motum in contrarium non flectunt.
- *1705.
1728. Si autem non tanta sit Vis Fluminis, nimium retardatur motus, & accumulatur Arena majori copiâ; in hoc casu, antequam Arena hæc ad Mare deferri possit, jam à superioribus locis continuò adfluens ibi pertingit turbida Aqua, quæ tantum Arenæ deponit, quantum attol-

attollit *, & quæ in Fundum deciderat ibi relinquit; sicque hic continuò extollitur.

Hæc continuata *Fundi mutatio causa est dilatationis ostiorum, & quare Flumina sæpe ostia nova sibi aperiant.* 1729.

Mutatio hæc Fundi locum tamen non habebit, si agatur de Flumine debiliore, & cujus ostium admodum latè patet. Tunc Mare in recessu reducens Arenam, quam ipsum attulit, facillè etiam secum fert illam, quam Flumen exiguâ copiâ suppeditavit. 1730.

Hiemali tempore, Nives accumuluntur in Montibus, aliisque locis elatis, ex quibus Flumina defluunt. Circa hujus Tempestatis finem & Veris initium, liquefactis Nivibus, Fluminum superficies attolluntur, & Alveis se efferunt. Velocius agitata Aqua majorem Arenæ copiam secum fert; sed Aqua, ad latera ultra Ripas dispersa, Arenam deponit; & sic *singulis annis, attolluntur loca, quæ hiemali Tempore Aquis fluvialibus teguntur.* 1731.

Plura artificia excogitarunt Homines, ut incommoda, ex mutationibus Fluminum oriunda, evitarent. Aggeres ad latera Fluminum extruxerunt, ut in Alveo, etiam in Hieme & Vere, Aquas retinerent; cujus cautelæ hicce sæpe fuit successus, ut Arena, quæ loca vicina tegisset, nunc cohibita, ex multis causis in locis peculiaribus accumuletur, & tractu temporis maximorum incommodorum sæpe causa sit. 1732.

Aggeres in ipso Alveo extruuntur ad alia incommoda evitanda; horum Effectus demonstrobo, & inde facillè deduci poterit in quibus occasionibus utilitatem habere possint. 1733.

Sit Agger talis AB, disponitur hicce obliquè, ut hujus directio pro parte conspiret cum motu ipsius Aquæ; hoc

Q q q 2

1735.
TAB. LVII
Fig. 54

hoc Aggere posito Actio Aquæ à Ripâ CD removetur, & augetur in Ripam oppositam, quæ excavatur in E. Aqua in Angulo F lentè movetur, impedita ab ipso Aggere; hac de causâ Arenam deponit *, quæ ibi continuò accumulatur.

1736. Aqua, ipso angulo G contenta, non quiescit; illa quæ movetur per BH, lateralem, cum quâ coheret, secum fert, hancque insequitur illa, quæ in angulo ipsi Aggeri adjacet, & cùm, hujus Aquæ motu, depressatur in ipso angulo Aquæ superficies, Aqua juxta Ripam motu contrario redit. In hoc motu lentiori Arena continuò decedit, & tandem ipsum angulum replet.

C A P U T XI.

De Motu Undarum.

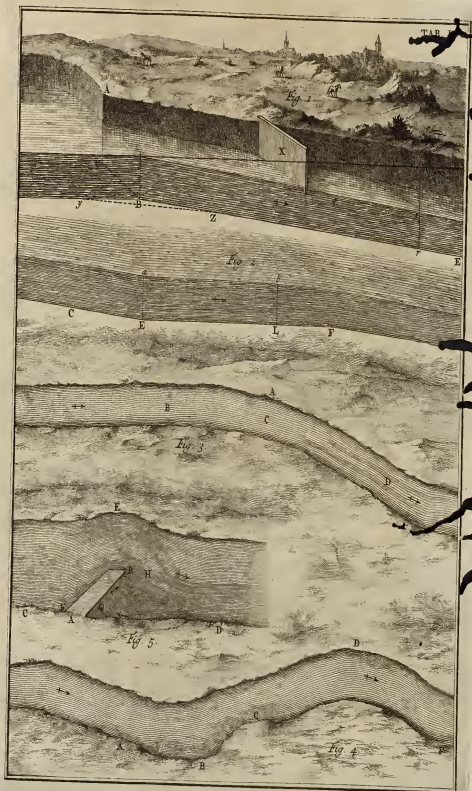
1737.
TAB.
LVII.
Fig. 1.
* 1413.

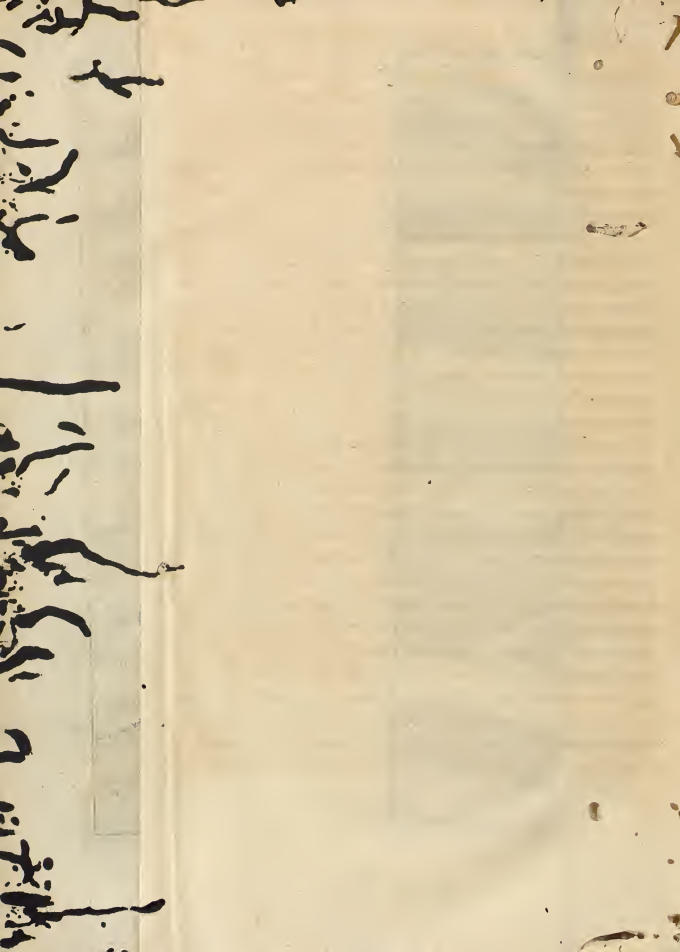
A Quæ quiescentis superficies plana est, & ad horizontem parallela *; si aliquâ ex causâ hæc cavata fiat in A, circa hanc Cavitatem effertur in BB; Elata hæc Aqua gravitate descendit, & Celeritate, descendendo acquisitâ, Cavitatem novam efficit; quo motu Aqua ad latera hujus Cavitatis adscendit, & implet Cavitatem A, dum de novo attollitur C versus; dum in C hæc deprimitur, de novo Aqua eandem partem versus accumulatur; unde motus in Aquæ superficie oritur, & Cavitas, præ se ferens quam continuò extollit Aquam, ab A ad C movetur.

DEFINITIO I.

1738. Cavitas hæc cum adjunctâ Aquâ elatâ vocatur Unda.

DEFI-





DEFINITIO 2.

Latitudo Undæ est spatium ab Undâ in superficie Aquæ occupatum, & mensuratum juxta motûs Undæ directionem. 1739.

Cavitas ut A ab omni parte circumdatur Aquâ, ut dictum elatâ; motus memoratus omnes partes versûs sese expandit; Undæ motus ideo est motus Circuli sese expandentis. 1740.

Detur obstaculum AB, in quod Unda, cujus origo est in C, incurrat; examinandum quam in puncto quocunque ut E mutationem patiatur Unda, quando in hoc puncto ad Obstaculum pervenit. In omnibus locis, per quæ Unda transit, dum hæc Latitudinem suam percurrit, Aqua attollitur, Cavitas deinde formatur, quæ iterum impletur; quam mutationem dum superficies Aquæ subit, hujus particulæ per parvum spatium eunt, & redeunt. Directio hujus motûs est per CE, Celeritasque per hanc lineam repræsentari potest; concipiatur hicce motus in duos alios resolutus per GE & DE, quorum Celeritates per hæc lineas respectivè repræsentantur *. Motu per DE particulæ in Obstaculum non agunt, & eâdem Celeritate, post Impactum, juxta hanc directionem motum continuant; motusque hic repræsentatur per EF, positis EF & ED inter se æqualibus. Motu per GE particulæ directè ad Obstaculum accedunt, & Aqua, quæ intra Obstaculum progredi nequit, & ab insequenti propellitur, cedit illam partem versûs in qua minima resistentia datur, id est, adscendit; hicque major quàm in cæteris locis adscensus ex motu per GE oritur; quia hoc motu solo ad Obstaculum particulæ accedunt. Descensu Aqua eam acquirit Velocitatem cum quâ fuit

1741.
TAB.
LVII.
Fig. 2.

* 1155.

Qq q 3

elata

elata, & eâdem cum Vi particulæ Aquæ ab Obstaculo juxta directionem EG repelluntur, cum quâ ad Obstaculum accessere. Ex hoc motu, & motu memorato per EF , oritur motus per EH , cujus Celeritas per lineam EH , æqualem lineæ CE , designatur; & Reflexione Celeritas Undæ non mutatur, reditque hæc per EH , eodem modo ac, sublato Obstaculo, per Eh motum continuasset. Si à C perpendicularis CD ducatur ad Obstaculum, & hæc producatur, fiatque Dc æqualis CD , linea HE continuata transibit per c ; quia Triangula CDE , cDE , in omnibus conveniunt. Et cum hæc demonstratio in omnibus punctis

1742. Obstaculi procedat, sequitur *Undam reflexam eandem habere figuram ab hac parte Obstaculi, quam, sublato Ob-*

1743. *staculo, ultra hoc habuisset. Si Obstaculum ad horizontem inclinetur, Aqua super illo adscendit & descendit, & attritum patitur, quo Undæ Reflexio turbatur, & sæpissime in totum destruitur. Hæc est ratio quare plerumque Fluminum Ripæ Undas non reflectant.*

1744. *Quando in Obstaculo ut BL foramen datur ut I , pars Undæ, quæ per hoc transit, motum directè continuat, & QQ versùs sese expandit, & nova Unda formatur, quæ per semicirculum movetur, cujus centrum est ipsum foramen. Nam altior pars Undæ, quæ primo transgreditur foramen, statim paululum ad latera defluit, & deinde descendendo Cavitatem format, quæ ab omni parte ultra foramen Aquam attollit ita, ut Unda ad omnes partes, eodem modo, ac de genesi primæ Undæ dictum *, sese expandat.*

1745. Unda, cui opponitur Obstaculum ut AO , inter O & N motum continuat; sed R versùs per portionem

nem circuli, cujus centrum non multum ab O distat, sese expandit.

Ex hisce facile deducitur motus Undæ ponè Obsta- 1746.
culum ut MN.

Undæ sæpe producuntur ex motu Corporis tremulo, quæ 1747.
etiam per Circulum sese expandunt, licet per lineam rectam
Corpus eat & redeat; Aqua enim, dum agitatione at-
tollitur, descendendo Cavitatem format, circa quam ab
omni parte Aqua extollitur.

Undæ variæ sese mutuo non perturbant, dum juxta va- 1748.
rias directiones moventur. Cujus Effectus ratio hæc est;
quamcunque ex motu Undæ figuram adepta fuerit A-
quæ superficies, hæc attolli & deprimi potest, &
in hac motus dari, qualis in Undæ motu requiri-
tur.

Qui unquam Undarum motum attentè consideravit,
hæc omnia cum Experimentis congruere vidit.

Celeritas Undarum ut determinetur, motus alius
cum harum motu analogus examinandus est. Detur Flui-
dum in Tubo cylindrico curvo EH, superetque altitudo 1749.
Fluidi in crure EF altitudinem in alio crure quantita-
te lE, quæ differentia in duas partes æquales secanda
est in i. Gravitate suâ descendit Fluidum in crure
EH, dum æqualiter in Tubo EH adscendit; & ita,
quando superficies Fluidi pervenit ad i, ad eandem in
utroque crure datur altitudinem, & in hoc situ solo
Fluidum potest quiescere. Celeritate descendendo ac-
quisitâ motum continuat, magisque adscendit Fluidum
in Tubo GH, & in EF deprimeretur ad l, nisi at-
ritu Tubi motus minueretur. Fluidum in Tubo GH
magis elatum etiam gravitate descendit, & Fluidum
in

TAB.
LVII.
Fig. 3.

in Tubo it & redit, donec ex attritu totum motum amiserit.

Quantitas materiæ movendæ est omne Fluidum, quod in Tubo continetur; Vis motrix est pondus columnæ IE ; hoc Fluidum premens eodem motu cum reliquo fluido in Tubo agitur, & respectu hujus quiescit; agit ergo in Fluidum motum ut in quiescens, & toto suo pondere premit inferius Fluidum. Altitudo autem hujus Fluidi prementis semper dupla est distantiae Ei ; quæ ergo distantia cum hac Vi motrice in eadem ratione crescit, & minuitur. Distantia autem Ei est spatium à Fluido percurrendum, ut à situ EH perveniat, ad situm quietis; quod ergo spatium semper est ut Vis , quæ continuò in Fluidum agit: sed tali ex causâ demonstravimus, Penduli, in Cycloide oscillati, vibrationes omnes esse æquè diuturnas; ideo & hîc *quæcumque fuerit agitationum inæqualitas, æquali semper tempore Fluidum it, aut redit.*

1750. *Tempus in quo Fluidum, sic agitatum, adscendit, aut descendit, est tempus in quo vibratur Pendulum, cujus longitudo, id est, distantia inter Centra oscillationis & suspensionis, æqualis est Semi-longitudini Fluidi in Tubo, sive Semi-summæ linearum EF , FG , & GH : longitudo hæc in axe Tubi mensuranda est.*

1751. *Vibretur hocce Pendulum in Cycloide, methodo superius explicatâ*. Pendulum PC , & arcus AD , ejusdem sunt longitudinis*; in puncto A directio Curvæ ad Horizontem perpendicularis est, & Corpus toto suo pondere juxta Curvam descendere conatur: hoc autem pondus est ad Vim in Corpus, positum in P , agentem, ut AD , aut PC , ad PD *. Sit nunc Fluidum in*

FAB.
LVII.
Fig. 1. 4.
* 410.
* 411.

In eo situ, ut iE æqualis sit PD ; pondus totius materiæ movendæ, id est, totius Fluidi, est ad pondus iE , quod est Vis in hoc situ in Fluidum agens, ut longitudo Fluidi in Tubo ad lineam iE ; in quâ ratione etiam sunt harum quantitatum semisses, id est, PC ad PD . In Pendulo ergo pondus Materiæ movendæ est ad Vim in hanc agentem in P , ut in Tubo pondus materiæ movendæ ad Vim in hanc agentem in situ EH . Æqualibus Viribus ideo Corpus pendulum & Fluidum in hac occasione propelluntur, & hoc ubique obtinet ubi spatia, à Fluido in agitatione, & à Corpore in vibratione, percurta, sunt æqualia; idcirco in hoc casu agitatio, & vibratio, eodem tempore peraguntur, & non modo in hoc casu, sed semper *.
Cum verò vibrationes exiguæ in Circulo à vibrationibus in Cycloïde non differant, etiam ad illas demonstratio referri debet.

EXPERIMENTUM.

Detur Tubus vitreus Cylindricus curvus $EFGH$; sit crurum longitudo unius Pedis, & Cylindri diameter Semi-pollicis; Tubo Mercurius infundatur, & constituto Pendulo, cujus longitudo æquet dimidium longitudinis Cylindri Mercurii in Tubo, si Mercurius in Tubo agitetur, iisdem temporibus adscendit, & descendit, hic, in quibus Pendulum oscillando it, & redit.

Ut ex dictis determinemus Undarum Celeritatem, variæ Undæ æquales, & sese mutuò immediatè insequentes, considerandæ sunt, ut AB , CD , EF , quæ ab A ad F moventur. Unda AB percurrit Latitudinem suam, quando cavitas A pervenit ad C ; quod

R r r

fieri

1752.
TAB.
LVII.
Fig. 3.

1753.
TAB.
LVII.
Fig. 5.

fieri non potest, nisi Aqua in C ad altitudinem Undarum culminum adscendat, iterumque ad profunditatem C descendat; in quo motu Aqua infra lineam *hi* sensibiliter non agitur: congruit ergo hicce motus cum motu memorato in Tubo; & Aqua adscendit & descendit, id est, Unda Latitudinem suam percurrit, dum Pendulum longitudinis dimidii BC duas peragit Oscillationes *; aut dum Pendulum longitudinis BCD, prioris quadruplæ, semel vibratur *.

1754. Pendet igitur Celeritas Undæ à longitudine lineæ BCD, quæ pro majori Undarum Latitudine, & pro majori profunditate, ad quam in motu Undarum Aqua descendit, major est.

In Undis latioribus, quæ non altè extolluntur, linea ut BCD à Latitudine Undæ vix differt, & in eo casu Unda Latitudinem suam percurrit; dum Pendulum, huic Latitudini æquale, semel oscillatur. In omni motu æquali, multiplicando tempus per Celeritatem, datur spatium percursum *; unde sequitur Celeritates Undarum

1756. esse ut Radices quadratas Latitudinum; nam cum in hac ratione sint tempora, quibus Latitudines suas percurrunt *, eadem in harum Celeritatibus ratio desideratur, ut producta temporum per Celeritates sint ut Undarum Latitudines, quæ sunt ut spatia percurfa.

1757. Hæc omnia tantum pro quam proximè veris habenda sunt; quia Undarum motus à motu in Tubo paululum differt; qui error tamen minor est, quia Penduli longitudo mensuratur juxta lineas inclinatas BC & CD.

L I B E R III.

Pars III. De Fluidorum motorum Actionibus,
& Resistentiis.

C A P U T XII.

De Fluidorum motorum Impetu.

In Capite penultimo antecedente quædam de Actio- 1758.
nibus Fluidorum notavimus, sed has tantum expo-
suimus, ut mutationes, inde in ipso Motu Fluminis
oriundas, deduceremus.

Nunc autem agam de mensurando Impetu Fluidi, quod 1759.
in Corpus incurrit. Hunc ipsum Impetum esse Pressionem
statim patet*; quam determinabimus, si Corporis Re- *123;
actionem determinemus *. Reactio hæc destruit Mo- *361.
tum, Tempore æquali illi, in quo ipsi Fluido com-
municatur; est ergo Impetus, de quo agitur, æqualis ipsi 1760.
Pressioni, quæ Motum Fluido communicavit *, quam
supra determinavimus *, & quæ valet Pondus Columnæ *1577.
Fluidi, cujus Basis est apertura, per quam exit Fluidum,
& cujus Altitudo est ipsa Altitudo Fluidi supra aperturam.

EXPERIMENTUM.

Utimur Columnâ in Libro I. explicatâ C*; con- 1761.
jungimus Brachium A*; cui superimponitur Colum-
nâ minor G*; tandem huic superimponitur Brachium
E, quod cum Brachio, in N. 170. memorato, in hoc

R r r 2

differt,

TAB.
LVII.
Fig. 6.
* 162.
* 173.
* 163.

differt, loco Laminæ æneæ, & Trochlearum, conjunctam habet Regulam ligneam, cui applicatur Regula cuprea

- * 763. *aa*, cum quâ conjuncta est *bb* *. Duobus Filis, super uncis *g*, *g*, transeuntibus, suspenditur Cylindrus eburneus *D* *; Fila conjuncta sunt cum paxillis *mm*, *nn*, Brachio *A* infixis, quorum conversione Cylindrus attollitur, aut deprimitur, & in situ horizontali disponitur.

1762. Pyxis lignea *IFHL*, unum Pedem longa, sex Pollices lata, & totidem alta, incisam oram habet in *cd*, *cd*; ubi Aqua, quando Pyxis repletur, defluit; ut, per aliquod tempus, Aquæ superficies, effluente hac per Foramen, de quo statim dicam, continuatâ infusione, ad eandem altitudinem servetur. Dimensiones indicavimus interiores, altitudinemque mensuravimus à Fundo ad lineas *cd*, *cd*.

1763. Ne autem Motus in Aquâ, ex infusione oriundus, turbet effluxum per Foramen, duæ ponuntur separationes transversales, *eeee*, *ffff*, quatuor Pollices altæ, quarum prima cum Fundo cohæret, altera supra Aquæ superficiem adscendit; parallelæ sunt, & Sessui-pollice inter se distant; Aqua infunditur in *M*.

1764. Lamella cuprea, cochleam continens, in *O* fixa est; huic interposito corio conjungitur. Tubus *P*, cochleâ, quæ præcedenti respondet, instructus; Tubus Lamellâ clauditur, quæ perforata est: Diameter Tubi in nostrâ Machinâ est Semi-pollicis, aut 0,50. Poll. & Diameter Foraminis est 0,43. Poll. Pyxis hæc disponitur, & Cylindrus suspenditur, ut centrum Basis Cylindri centro Foraminis respondeat ita, ut Aqua, ex Foramine horizontaliter profiliens, directe incurrat in ipsum Cylindrum.

Re-

Rebus ita dispositis Pyxis Aquâ repletur, & incurrit hæc in Basim Cylindri, huncque repellit ita, ut Fila situm obliquum acquirant; sustineturque Corpus in eodem situ, durante Effluxu, qui uniformiter continuatur; affunditur enim continuò Aqua, tantâ copîâ, ut ad latera in *cd*, & *cd*, defluat. 1765.

Cylindrus hac Aâione removetur à situ, in quo quiescere potest, quantitate *iv*, quæ æqualis est uni Pollici cum parte quartâ, dum linea *ig* æqualis est Pollicibus viginti novem. 1766.

Ut pateat Experimentum hoc cum præcedenti Propositione * convenire, varia consideranda sunt; nam causæ retardantes ita minuunt motum Aquæ in Corpus incurrentis, ut Aâio vera parum tantum superet dimidium illius, quæ, si rejectis omnibus Retardationibus computatio ineatur, detegitur. Ideo ipsi Effectus causarum retardantium examinandi erunt; sed primum ipsam Aâionem Aquæ in Corpus determinabimus. 1767.

Cylindrus D. tribus trahitur Potentiis; pondere suo deorsum; Filis obliquè; & tandem Aâione Aquæ horizontaliter premitur. Aâiones hæ sunt inter se, ut latera Trianguli *ivg* *; quare pondus Corporis ad Aquæ impetum, ut *ig* ad *iv*; id est, ut 116. ad 5 *. 1768.

Pondus Cylindri erat Unciarum sex, demtis Drachmis duabus; ergo Impetus Aquæ valebat Gr. 119. 1769.

Conferenda nunc est hæc Aâio cum illâ quam Regula indicat; quod sine novo Experimento fieri non poterit; quia quantum Aqua fuerit retardata determinari debet; & detegenda est altitudo, quam haberet Aqua, supra Foramen, in Vase, ex quo, sepositis re- 1770.

tardationibus, eâ exiret Velocitate, quâ in Experimento Impetum fecit in Corpus; & hæc est vera altitudo Columnæ memoratæ in N. 1760.

1771. Ponderavi Aquam, quæ, in tempore decem Minutorum secundorum, exivit ex Pyxide, dùm efflueret eâ Velocitate, quam in Experimento habuit; Pondus fuit Unciarum quadraginta & unius cum quartâ parte.

*1551. Ex Pondere noto Pedis cubici Aquæ *, deducimus Cylindrum aqueum, cujus Baseos diameter esset unius Pollicis, & cujus altitudo Pedi uni æqualis esset, ponderare 2659. Gr. Unde, subductâ ratione, detegimus in tempore memorato ex Pyxide effluxisse Aquæ Columnam, cujus Basis erat Foramen, & longitudo 40,3. Pedum.

Eâ ergo effluxit Velocitate Aqua, quâ in uno minuto secundo percurruntur 4,03. Ped.; quæ illa ipsa est quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine 3,11. Pollicum *; hæc autem est altitudo Columnæ, cujus Basis est Foramen, & cujus Pondus, juxta antea demonstrata *, valet Impetum Aquæ in Cylindrum. Pondus hujus Columnæ est Gr. 127.

1772. In hac computatione, posuimus omnem Aquam eâ-
dem Velocitate fuisse translata, non autem omnium
partium æqualis fuit Celeritas *; si Impetus esset ut
*1634. Velocitas, exactè ille, hac computatione, determina-
*1760.
1586. retur; satis enim esset Velocitatem mediam determi-
1773. nare: sed *Impetus est ut Quadratum Velocitatis* *.

1774. Ideo, si omnibus particulis tribuatur Velocitas media, Impetus minor detegitur, quàm revera est. Si datis tribus particulis, quarum unius Velocitas sit quatuor, secundæ quinque, tertiæ sex, Actio ponatur

ut

ut Quadratum Velocitatis, summa Actionum potest
exprimi per 25. & 36. ut & 49., id est, per 110. Si verò
omnibus tribuamus Velocitatem mediam sex, summa
Actionum tantum velebit 108.

Videmus ergo Impetum Aquæ in ipso Experimento 1775.
superasse 127. Grana, fortè tribus aut quatuor, non
pluribus; Impetum tamen hunc ipsum tantum va-
luere grana centum & novemdecim vidimus *, quam * 1769.
differentiam tribuimus agitationi ipsius Cylindri duran-
te Experimento, quâ patuit non exactè directam fuisse
Actionem.

In hisce consideravimus Actionem Fluidi in Obsta- 1776.
culum quiescens, si Obstacle sit in motu, pendet
Impetus à Velocitate respectivâ *, & sequitur hic Qua- * 948.
drati Velocitatis respectivæ rationem *; id est, Pres- * 1772.
sionis, in Obstacle agentis, Intensitas hanc sequitur
rationem; ipsa autem Actio Fluidi, in Obstacle trans- 1777.
latum ad eandem partem cum Fluido, sequitur rationem com-
positam ex dictâ ratione duplicatâ Velocitatis respectivæ, &
simplici Velocitatis ipsius obstaculi *.

Si in hoc casu Fluidi Velocitas data sit, hujus Actio in 1778.
Obstacle, est omnium maxima, ut in Scholio sequenti
demonstramus, quando Velocitas Obstacle valet tertiam
partem Velocitatis Fluidi; cujus Velocitatis duæ partes
tertiæ tunc dant Velocitatem respectivam de quâ agi-
tur *.

S C H O L I U M.

Demonstratio N. 1778. de Actione maximæ Impetu in Obstaculum translatum.

1779. **S** It AB Velocitas Fluidi; CB Velocitas Obstaculi; Velocitas respectiva
TAB. qua Fluidum in Obstaculum incurrit erit AC*. Actio de qua agitur
LVII. est ut Productum Quadrati lineæ AC multiplicati per CB*.
Fig. 7.
* 918. Sit AE Parabola, cujus vertex A; axis AD; AB tangens in p.
* 1777. tice.

Abscissa AD, aut CE, sequitur rationem Quadrati Ordinatæ DE, aut AC*; Ergo Rectangulum CG sequitur rationem Producti Quadrati AC per CB*; id est, sequitur rationem Actionis Fluidi in Obstaculum, Velocitate CB translatum*. Querimus ubi detur punctum, ut C, quando Rectangulum hoc est omnium maximum.

Ponamus punctum quæsitum dari inter C, & c; recedendo ab utrâque parte à puncto quæsito Rectangula fiunt minora; & nullum ab unâ parte datur cujus non possit haberi æquale ad aliam partem. Sint talia duo Rectangula æqualia CBGE, cBge; & sit distantia Ee infinitè exigua; sublato Rectangulo communi CBGF, supersunt æqualia Rectangula CcFE, GgeF; &

* 14. El. VI.

$$Fe : FE :: EC : FG^*, \text{ aut } EG = CB.$$

$$\text{Sed } Fe : FE :: DL : DE = AC.$$

$$\text{Ergo } EC : CB :: DL : AC.$$

* La Hire
sect. con. lib.
2. prop. 20.

Subtangens autem DL dupla est AD = EC*; ergo AC dupla CB; quæ idcirco valet tertiam partem totius AB. Quod Demonstrandum erat.

C A P U T XIII.

De Fluidorum motorum Actione laterali.

1780. **F**luida quæqua versum, ad eandem profunditatem,
* 1418. æqualiter premere antea vidimus*. Sed demonstratio ad Fluida quiescentia tantum refertur.

1781. Si Fluidum per Tubum horizontalem, aut deorsum inclinatum, sepositis omnibus retardationibus, moveatur, premit illud deorsum Pondere suo, sed præter hanc, & exiguum, inde oriundam, lateralem Pressionem, nihil ex
Actione

Actione Fluidi patitur Tubus, quacumque Velocitate illud feratur. Si enim concipiamus Fluidum ex Foramine circulari profiliens, seposito Motu ex Gravitate postquam exivit, efficiet Cylindrum horizontalem, qui lateraliter non premit; hic si Tubo circumdetur, eodem modo movebitur ut ante, id est, in Tubi superficiem non aget. 1782.

Si verò in Tubo retardetur, sive attritu, sive coarctato exitu, premit Fluidum lateraliter; & Pressio lateralis valet omnem Vim retardantem, quæ agit infra punctum, quod premitur; id est, si AB sit Tubus, per quem Fluidum moveatur ab A ad B, Pressio in E, valebit omnem Actionem, quæ Fluidum retardat inter E & B, & in ipso exitu B. 1783. 1784.

TAB.
LVII.
Fig. 8.

Actio, quæ Fluidum movet, aut retardat, proportionalis est altitudini Columnæ ejusdem Fluidi, quæ talem Actionem exserere potest; ergo per hanc altitudinem illam exprimere Actionem possumus, ut & ipsam in Experimento mensurare. Si vis quæ in Fluidum agit, dum juxta E transit, valeat pondus Columnæ Fluidi, cujus altitudo est quinque Pollicum, & Fluidum moveatur Velocitate, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine duorum Pollicum, Pressio in punctum E valebit Pondus columnæ trium Pollicum: si enim Fluidum quiesceret, Pressio valeret quinque Pollices; eâ verò Actione, quâ movetur, non premit*; & Pollices duo subtrahi debent. 1785.

In hisce ratiociniis ponimus omne Fluidum, quod per Tubum transit, eadem Velocitate moveri, quod in vero motu locum non habet; etiam Retardationum, supra E agentium, in E Effectus est diversus, pro di-

versâ Retardatione infra E, præcipuè in exitu. Circumstantiæ ergo in infinitum variari possunt; quare, in ple-
 1784. risque occasionibus, quid ex Regulâ traditâ * sequatur, determinari computatione non potest; ut hoc clarè Experimentis sequentibus patebit.

MACHINA,

Quâ Experimenta, de Fluidorum motorum Pressione laterali, demonstrantur.

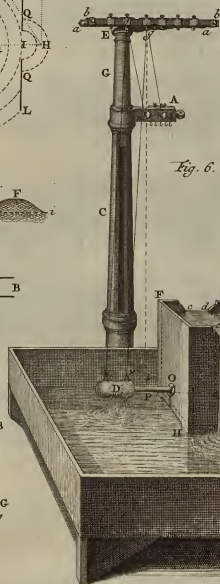
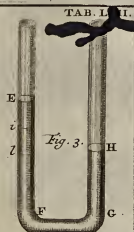
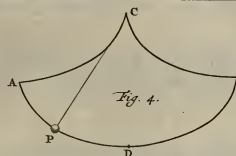
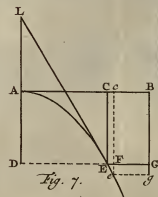
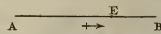
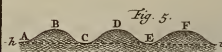
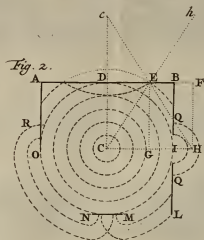
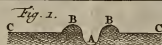
1787. Pars præcipua hujus Machinæ est Pyxis, in Capite præcedenti memorata *, cui in O conjungitur Tubus P, longus circiter quatuor Pollices, ab interiori parte levigatus, & cujus diameter cavitatis est Semi-pollicis. In hujus medio, in superiori parte, conjunctum hic habet Tubum vitreum verticalem L, qui cum ipso Tubo horizontali P communicationem habet; (vid. Fig. 2.) in quâ etiam L Tubum vitreum exhibet, quem Indicem vocabimus.

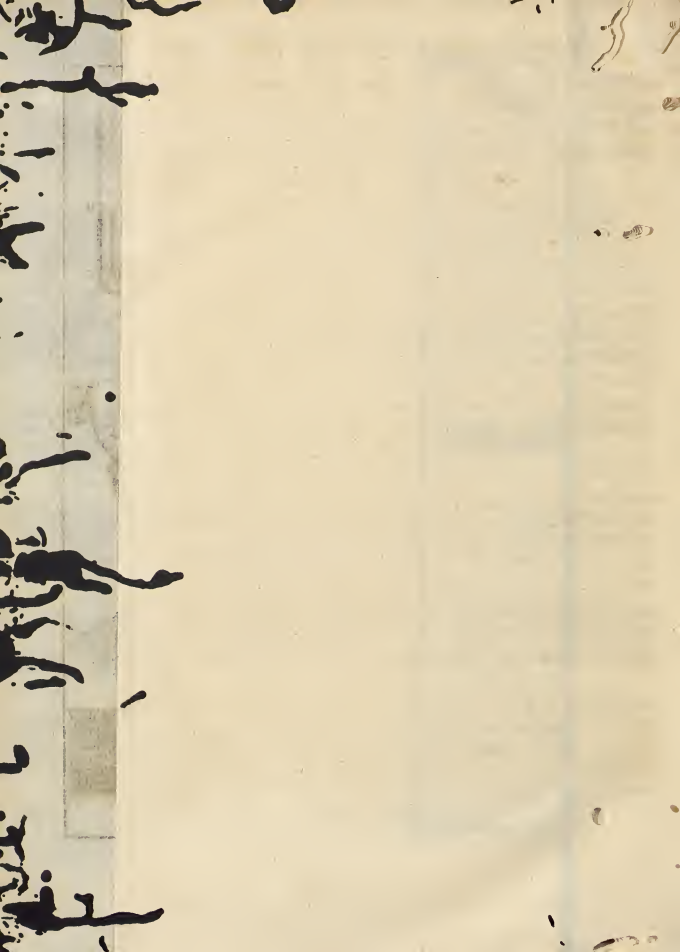
1788. Varii Tubi, ejusdem capacitatis cum dicto Tubo P, huic conjungi possunt; quod ut commodè fiat, singuli lateriori Tubo *b* circumdantur, qui cum ipsis conferrummati sunt, & prominent; in quam partem prominentem extremitas *a* Tubi P intruditur.

1789. Varii Tubi hi exhibentur in B, C, & D; ille qui in B videtur, lateralem conjunctum habet Tubum E, ejusdem capacitatis cum ipso B, cui horizontaliter ad angulos rectos adhæret; dum Index vitreus *l* verticaliter ipsi insistit, ut de Indice L vidimus.

1790. Opercula duo ut *c* desiderantur, quibus extremitates Tuborum clauduntur; efficitur tale operculum ex Tubulo, lamellâ clauso.

1791. Eodem modo Tubuli *d* & *e* lamellis clauduntur, sed





sed perforatis; ut varietur apertura, per quam Aqua profilit.

EXPERIMENTUM I.

Pyxidi FL conjungitur Tubus P *. Aqua infunditur, ut defluat, ut supra diximus *. Durante effluxu per a nulla Aqua in Tubo F apparet; eo verò momento, quo clauditur apertura hæc, adscendit Aqua in L ad altitudinem 5, 9. Poll.

1792.
TAB.
LVIII.
FIG. I.
* 1787.
* 1765.

Mensurata hæc fuit altitudo à superficie externâ superiori Tubi P; quare addi debet crassities metalli, sed etiam subtrahi debet adscensus Aquæ ex Vitri Attractione *; hac de causâ ambas hæc differentias negligimus, & in sequentibus eodem modo altitudines mensurabimus

1793.
* 82.

In hoc Experimento Attritus sensibilis non datur inter punctum, cui Index vitreus applicatur, & aperturam, per quam Aqua exit; & ex exiguo hoc Attritu Pressio lateralis non datur, quia Aqua media celerius movetur, secum trahens lateralem; hæc autem Actio obliquè dirigitur Axem Tubi P versùs, & ideò destruit Effectum Attritûs. In aliis occasionibus tantùm hunc minuit.

1794.

Motus autem totius Aquæ, in hoc Experimento, admodum retardatur; sed causæ retardantes præcipuè in ingressu in Tubum agunt *; id est, supra Punctum, in quo Pressio mensuratur, & in quod nullum Effectum causæ illæ producant *. Ut autem hoc Experimentum conferatur cum sequentibus, ipsa Velocitas, quâ Aqua per Tubum transit, & in hoc, & in aliis Experimentis, determinanda erit; hancque determinamus omnibus particulis eandem Velocitatem tribuendo; cum autem non

1795.
* 16:9.
1632.
* 1784.

accuratè cum ipso motu hoc conveniat, in conclusionibus aliquid corrigendum erit.

1796. Velocitatem Aquæ in Tubo determinavi, recipiendo in Vas vitreum Cylindricum Aquam, quæ in decem Minutis secundis effluebat. Libra una Aquæ in hoc Vase occupabat altitudinem duorum Pollicum cum tribus partibus octavis. Eadem Aqua in Tubo P. congruato occuparet spatium 11,55. Pedum, ut ex noto Aquæ pondere * facile deducitur.

1797. In dicto autem Tempore Aqua, quæ exivit, occupavit in Vase spatium 8,13. Poll.; cujus pars decima in Tubo occuparet spatium 3,95. Pedum; quod ergo esset spatium percursum in uno Minuto secundo ab Aquâ exeunte, si Velocitatem servaret; hæc autem Velocitas illa est, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine, quæ vix à tribus Pollicibus deficit, ut ex ante dictis deducitur *.

* 883. 374.

EXPERIMENTUM 2.

1798. Tubo P Tubulum *e* (Fig. 2.) applicavi; Diameter aperturæ, per quam Aqua tunc exibat, se habebat ad Diametrum Tubi P, ut 43 ad 50; & Aqua, quæ in 10" effluebat, occupabat, in Vase memorato *, altitudinem 6,13. Poll.; unde deduximus illam in Tubo P Aquam habuisse Velocitatem, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine 1,7. Poll. In Indice altitudo Aquæ fuit Poll. 2,66.; & hæc altitudo est mensura Pressionis lateralis.

1799. Actio ergo integra quæ in Aquam egit, dum juxta Indicem vitreum transivit, quæ valet summam Pressionis lateralis & causæ moventis *, superat pondus columnæ trium Pollicum cum tribus partibus quartis; quæ Actionis

* 1785.

men-

mensura augeri debet *, propter Aquam mediam laterali celerius motam *. 1704.
* 1637.

EXPERIMENTUM 3.

Mutamus Tubulum, & pro *e* adhibemus *d* (Fig. 2.) 1800.
cujus aperturæ diameter est 0,26. Poll. Altitudo Aquæ, TAB.
quæ in 10" effluit, est in Vase Poll. 2,19. Ideo Velocitas LVIII.
quæ per Tubum movetur, illa est, quam Corpus Fig. 1.
acquirat cadendo ab altitudine Poll. 0,22. In Indice vitreo altitudo est 4,94. Poll.; summa valet 5,06. Si hanc
ultimam Actionem paululum augeamus *, videmus * 1794.
in hoc casu parum admodum, in ingressu in Tubum, Aquam fuisse retardatam *. * 1785.
1792.

Similes Variationes detegimus si Fluidum inflexione viæ retardetur. 1801.

EXPERIMENTUM 4.

Sublato Tubulo, quo apertura Tubi P fuit coarctata, 1802.
applicavi Tubum ad angulum rectum inflexum C Fig. 2. TAB.
Aqua in Vase recepta altitudinem habuit 5,97.; ideo LVIII.
mota fuit Velocitate, quam Corpus acquirat cadendo ab Fig. 1.
altitudine Poll. 1,6. In Indice altitudo fuit, 2,56.; Poll.;
summa valet Poll. 4,16.

EXPERIMENTUM 5.

Tubulum *d* (Fig. 2.); qui in 3. Exp. fuit adhibitus, 1803.
applicavi extremitati Tubi C, & omnia quæ in TAB.
Experimento tertio fuere observata, & hic eodem modo LVIII.
locum habuere. Fig. 2.

EXPERIMENTUM 6.

Parum hoc Experimentum cum quarto differt; angulus, quem Tubi P & C efficiunt, qui rectus est in dicto Experimento, in hoc est Gr. 135. Effectus autem hic fuit. Aqua in Vase recepta altitudinem ha-

buit 6,38. Poll. Ergo Velocitas Aquæ in Tubo illa fuit, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine Poll. 1,84. In Indice altitudo Aquæ fuit 1,87. ; ergo Actio integra erat 3,7. Poll.

1805. Ex his omnibus patet, non facile causarum retardantium Effectus prævideri posse; sed in genere *Retardationem in ingressu minui, quando in egressu augetur*.
1807. In Tubis flexis Pressio lateralis in loco inflexionis est major ex Vi centrifugâ, non tamen ad certam Regulam facile revocari poterit, ut ex Experimentis sequentibus deducitur.

EXPERIMENTUM 7.

1808. Loco Tubi C, quo in 4^{to}. Experimento usi fuimus, adhibemus Tubum B (*Fig. 2.*), cum quo etiam ad angulos rectos conjunctus est Tubus E, ejusdem capacitatis cum B & P. Huic eidem Tubo B insistit Index vitreus *l*, ipsi L similis, ut supra vidimus *.

In hoc Experimento Aqua exivit ex Tubo E omnino aperto, ita ut hoc Experimentum cum Experimento quarto coinciderit; successus quoque idem fuit; Velocitas quidem paulo minor fuit, sed differentia ita erat exigua, ut nullam in altitudine Aquæ in Indice L differentiam percipere potuerim. In Indice *l* altior erat, & differentia fuit Poll. 0,06.

EXPERIMENTUM 8.

1809. Omnibus manentibus applicavi Tubulum *d* (*Fig. 2.*) aperturæ Tubi E, ita ut Experimentum cum Exp. 5^{to}. coinciderit, successus etiam idem fuit, & in altitudine Aquæ in Indicibus L & *l* vix ulla differentia percipi potuit.

C A P U T XIV.

De Machinis Hydraulicis.

Resistentiam Corporis ex Gravitate oriundam , a- 1810.
liter considerandam esse, ubi agitur de Corpore
sustinendo, quàm si tollendum sit, in Capite 21. Libri 1.
demonstratum fuit. Eodem modo ubi ad examen revo-
cantur Machinæ, quibus Aqua ex loco depressio in locum
magis elatum transfertur, non illa sufficiunt, quæ, in primâ
parte hujus Libri de Pressionibus Fluidorum, demon-
strata sunt. Non de Machinis peculiaribus agam; sed
ea explicabo, quæ generaliter ad Machinas quascum-
que, ad dictum usum destinatas, referri poterunt.

Scopus omnium talium Machinarum est, ut, deter- 1811.
minato Tempore, datâ Actione, maximâ copiâ, A-
qua ad præscriptam Altitudinem extollatur.

Sepono omnes causas externas Effectum minuentes, 1812.
illamque tantùm considerabo Actionem, quæ Aquam
revera movet, non attendendo ad illam, quæ consu-
mitur, dum superantur defectus ipsius Machinæ, aut
alia quæcumque obstacula remouentur.

Propositionem, de quâ agitur, ad casum simplicis- 1813.
simum revocamus, si concipiamus Tubum horizonta-
lem A B C D cum Tubo verticali I B E F cohærentem.
Ponimus in horizontali Tubo moveri planum M L, &
quidem sine attritu, & sine jacturâ Aquæ, quâ poni-
mus ambos repleti Tubos. Ponimus etiam huic pla-
no perpendiculariter juxta directionem N P, applicari
Actionem, quæ descensum Aquæ impedit, aut hanc
fursum propellit.

Ulte-

TAB.
LVIII.
Fig. 4.

Ulterius concipimus Tubum ABCD Aquæ immergi ita, ut Aquæ superficies cum AB conveniat. Tandem ponimus Aquam supra IF extollendam esse.

1814. Diverſæ ſunt Aſtiones, quibus Machinæ, ad Aquam furſum ferendam deſtinatæ, agitantur; has ordine examina-
bo, conſiderando ipſas in planum IL, per NM, agere. Hac methodo ad generalem Theoriam pervenimus, quæ Machinis quibuſcumque applicari poterit.

Ante omnia autem generalia perpendenda erunt, quæ ad Aſtiones quaſcunque pertinent.

1815. Preſſio Aquæ externæ, in ALMC contentæ, deſtruit Preſſionem oppoſitam Aquæ, quæ reliquam partem Tubi horizontalis replet; & Aſtio, applicata per NM, ſuſtinet Aquam Tubo verticali IBEF contentam.

1816. Si utriuſque Tubi eadem ſit capacitas, *Potentia*, quæ, applicata per NM, *ſuſtinet Aquam* in diſto Tubo, *ad altitudinem IF, ſupra quam extollenda eſt*, valet Pondus Columnæ Aquæ EI. Et hæc Potentia, *quamdiu ſola agit, ne quidem guttam unicam* Tubo expellere poterit, & *ad deſtinatam Altitudinem extollere.*

1817. *Auſtâ* autem *Aſtione applicatâ*, ut valeat Pondus Columnæ Aquæ, cujus eadem cum præcedenti eſt Baſis BE, ſed altitudo *eg*, quantitate *fg* primam ſuperans, *Aqua ex Tubo ejicitur Velocitate*, quâ illa ab *f* ad Altitudinem puncti *g* pertingere poteſt; id eſt, Velocitate, quam Corpus acquirere poteſt cadendo per *gf* *; quâ eâdem Velocitate per totum Tubum movetur; & *quæ ſequitur rationem ſubduplicatam augmenti ipſius*

*380.

f

*381.

Aſtionis *.

1818. Ex hiſce ſequitur, Aſtionem, Machinæ applicatam, duos præſtare Effectus; ipſamque in duas partes poſſe reſolvi.

resolvi. Prima extollit Aquam ad altitudinem determinatam; hæcque Actionis pars sola nihil omnino efficit, si ad usum Machinæ attendamus. Pars secunda Actionis applicatæ expellit Aquam; & à magnitudine hujus partis Actionis pendet quantitas Aquæ, quæ attollitur.

Quamdiu agitur de eodem plano LM , pars prima Actionis eadem semper est, quomodocumque Tubus verticalis mutetur *; mutatâ autem capacitate hujus Tubi, variari debet pars secunda, ut eodem Tempore eadem Aquæ quantitas, ad eandem Altitudinem extollatur. Videndum ergo quid optimum sit.

Si Orificium IF mutetur, & eadem Aquæ quantitas expellatur, Velocitas hujus sequetur rationem inversam Orificii, & Velocitatis rationem duplicatam sequetur altitudo fg *. Ergo pars Actionis, ultimum memorata, est inversè ut Quadratum Orificii, id est, minuitur, quando Orificium augetur; in quo casu Actio integra, quæ altitudinis *eg* rationem sequitur, quoque minuitur.

Sit Aqua extollenda ad Altitudinem EF , aut *ef*, decem Pedum; & ponamus hanc per Orificium quodcumque expelli Velocitate, quâ percurreret in uno minuto secundo pedes tres cum quartâ parte ferè, quæ Velocitatem Corpus acquirit cadendo ab Altitudine duorum Pollicum *; estque fg huic Altitudini æqualis. Actio integra ergo quæ LM propellit, potest exprimi numero 122; tot enim sunt Pollices in *eg*.

Si Orificium IF duplicetur, fg ad quartam partem reducitur *, & *eg*, id est, Actio integra, tantum valet 120,5.

Si reducatur Orificium ad dimidium, duplicatur A-

T t t

quæ

1819.

* 1431

1820.

TAB. LVIII.

Fig. 5. 6. * 381.

1821.

1822.
Fig. 4.

* 883 37½

1823.

Fig 5. * 1821.

Fig. 6.

quæ exeuntis Velocitas, fg fit octo Pollicum, & Actio integra valet 128.

1824. In hac computatione ponimus omnem Aquam, quæ per Orificium Tubi transit, ad hujus latera defluere posse eodem Tempore, quo transit; quod dato Orificio latiori, aut Velocitate minori, non contingit; quare

1821. Actio, per præcedentem Regulam * determinata, augenda est in quibusdam casibus, magis aut minus pro diversâ Orificii Figurâ. Hanc circularem ponimus; quia Attritus, qui in praxi evitari nunquam potest, quamvis ad hunc nunc non attendamus, datâ hac Figurâ est omnium minimus; ideo, positâ hac Figurâ effluxum examinabimus.

1825. Datâ Velocitate Plani LM , datur Velocitas, quâ Aqua exiret, si Orificium huic plano æquale esset; & dato alio Orificio quocumque, altitudo fg determinari potest, procedendo ut in exemplo præcedenti.

1826. Si fg minor sit tribus partibus octavis diametri Orificii, augenda erit Actio integra, ut proportionalis sit en , cujus portionem fn , hac Regulâ detegimus. Quadratum trium partium octavarum Diametri Orificii, multiplicatum per fg , valet cubum Altitudinis quæsitæ fn , ut in sequenti Scholio 1. demonstrabimus.

1827. Ponamus in exemplo præcedenti, in casu N°. 1823, Diametrum Orificii esse sex Pollicum, habebimus fn æqualem 1,36. Poll.; & nisi integra Actio, quam in dicto N°. 1823. determinavimus 120,5., augeatur, ut sit 121,36., desiderata Aquæ quantitas non effluet.

1828. Quamvis in Praxi minutias sæpe possimus negligere, has tamen novisse in innumeris casibus juvat; & sæpe maximam habet utilitatem.

Ex

Ex Regulâ, in N. 1821. traditâ, hanc generalem deducimus conclusionem, *majora Orificia minoribus esse anteponenda*; quia minori Actione eadem Aquæ quantitas expellitur, cæteris paribus. 1829.

Quædam autem observanda sunt circa Orificii determinationem in quibusdam casibus peculiaribus.

Si majus quidem fuerit Orificium IF, sed parum hoc distet à parte angustiori Tubi, quæ in GO terminatur; ita ut Velocitate, quâ Aqua transit per GO, hæc altius quàm per *ig* possit ascendere, non omnis Aqua, quæ exit, eadem Velocitate supra lineam EF ascendit, sed in medio Velocitas major est, ut ex Aquâ ibi protuberante patet; in hoc casu ratiocinandum quasi ageretur de Orificio mediæ magnitudinis inter IF & GO. 1830.
TAB. LVIII. Fig. 7.

Sæpius etiam in Machinis contingit, Viam, per quam Aqua deducitur, coarctari, antequam Aqua ad Orificium perveniat, ut interposito Diaphragmate GO, perforato in P. Si minor sit distantia GI, illa ipsa, quæ statim monuimus *, & huic casui applicari debebunt. 1831.
TAB. LVIII. Fig. 8.

Si verò distantia GI, tanta sit, ut in IF æqualem Velocitatem omnes partes habeant, ad ipsum Diaphragma non attendimus: Vis particularum quidem augenda est, ut per P transeant; sed hæc ipsa iterum consumitur, motum communicando Aquæ superiori. Quamdiu integer Effectus est idem, Actio integra est eadem; Effectus autem detegitur, attendendo ad Altitudinem ad quam Aqua extollitur, & ad Velocitatem quâ exit; quo hæc major est, eo plus Virium inutiliter consumitur; & ex ante dictis patet, hanc propriè esse causam, quare 1832.

1824. Majora Orificia anteponenda sunt: *mutationes verò, quæ in Velocitate contingunt, antequam Aqua ad Orificium perveniat, non considerandæ veniunt.* Si enim dilatetur Via, & postea minuatur, aut primum coarctetur, & postea iterum augeatur, dantur contrariæ mutationes in ipsis Viribus Particularum; & cùm mutationes hæ se se mutuo destruant, harum Effectus in computationibus negliguntur.

1835. Mutationes hæ, ubi agitur de Viâ, quæ coarctatur, admodum Attritum augent, & ideo summâ cum curâ evitari debent; sed impedimentum hoc est extraneum, rem autem abstractè examinamus.

1836. Huc usque Motum continuum consideravimus, quamvis nihil à nobis dictum fuerit de modo, quo Motus continuus in Tubo dari possit; non enim agimus de Machinis peculiaribus. Ponamus nunc autem Machinam per vices agere; & concipiamus duas Machinas, æquales, & similes, & in utraque æquali Actione planum ut L M protrudi. Propellantur hæc Plana alternatim, per spatia æqualia, Temporibus æqualibus, ita ut hæ duæ Actiones unicam valeant, quæ continuè agit.

1837. Duæ hæ alternatim agentes, non eundem præstent Effectum quam una, quæ continuè ageret, quamvis omnia conveniant. Tempora enim diversa erunt, aut Actiones, alternatim agentes, majores adhibendæ erunt.

1838. In hoc enim casu singulis agitationibus motus totius Aquæ, Tubis contentæ, cessat, & de novo instaurandus est; ita ut pars Actionis, Machinæ applicatæ, consumatur, dum Motus hic novus communicatur. Pars hæc Actionis, quæ inutiliter consumitur, variatur, pos-
tis

tis omnibus similibus, pro diverso spatio, in singulis agitationibus, percurso à Plano LM, & servatâ proportionē, eo illa major est, quo spatium hoc minus.

Differt quoque ratio partis Actionis, inutiliter consumptæ, ad integram Actionem, pro diversâ Naturâ Actionis, quæ Machinæ applicatur; satis ergo erit in genere observasse *imperfectas admodum esse Machinas, quæ per Vices tantum Aquam expellunt.*

Defectus hicce minuitur, si duo Tubi, in quibus plana ut LM moventur, Aquam sursum premant in eodem Tubo; ut hoc in plurimis Antliis observatur: tunc enim, si cessante motu unius plani LM, statim alter moveatur, continuatur Motus Aquæ sursum in communi Tubo; cum autem uniformiter, id est, sine ullâ Retardatione, motus continuari non possit, semper quædam Actionis pars in instaurando motu consumitur.

His generalioribus præmissis, de ipsis Actionibus dicendum.

Actiones, quæ Machinis Hydraulicis applicantur, ad quatuor classes referri possunt. Ad Ignem, Aerem, Aquam, & tandem ad Hominum, aut Animalium, conamina.

De Igne non hic agam; peculiaria sunt artificia, quibus Ignis Actio, ubi Aqua extollenda est, adhibetur; & examen horum Artificiorum nos omnino à scopo abduceret; plura quoque in subsidium essent vocanda, quæ ad Librum sequentem pertinent.

De Aere quoque pauca dicenda erunt, de hoc etiam nondum egimus. Sæpe hujus Actio cum Ignis Actione conjungitur; sæpius tamen solus adhibetur.

Locum hoc habet, quando Machinæ junguntur Alæ, quæ,

quæ, Vento expositæ, circumvolvuntur, & Machinæ motum communicant.

1846. Ubi computationes ineundæ sunt, Intensitas Actionis Venti in Alæ superficiem determinanda est, quod dubito, an unquam à Mechanicis accuratè fieri poterit. Non enim solus Impetus particularum aerearum in ipsam superficiem, considerari debet; huic alia Pressio superaddenda est. Aer, qui ad latera transit, secum trahit Aerem post Alam positum, illiusque, qui remanet, densitatem minuit; unde sequitur Actio ex peculiari Acris Proprietate, quam Elasticitatem vocant, & de quâ suo tempore erit dicendum. Diversa est hæc Actio pro diversâ Velocitate Venti, pro diversâ Velocitate Alæ, & pro diversâ hujus Latitudine: Præterea Ala certo modo in extremitate flectenda est, ut Aer quodammodo retineatur, ex quo quidem Pressio sequitur, quæ contrariè agit cum illâ, quæ in reliquam Alæ partem agit; sed diminutio inde oriunda exigua est collata cum augmento, quod sequitur ex impedito Aeris effluxu juxta Alæ extremitatem. Hæc breviter indico, quia facilè in errorem incidimus, ubi agitur de determinandâ Venti Actione.

847. Aquam etiam adhiberi diximus, ubi agitur de ipsâ Aquâ extollendâ; ut hoc fiat, Aqua naturaliter mota desideratur in Flumine, aut Rivulo.

1848. Duobus autem modis *Aqua* adhiberi potest; hæc
1849. *aut Gravitate, aut impetu, agit.* In primo casu aliquando, modiolis recipitur Aqua, qui descendentes aliam Aquam fursum tollunt; sæpius tamen in hoc casu, ut semper quando de Impetu agitur, Rotæ adhibentur, circa quarum frontes affiguntur Pinnæ, quæ, pondere
Aquæ,

Aquæ, in has decurrentis, aut cùm ab hujus Impetu percutiuntur, cogunt, progredientes, versari Rotam.

Quando Pondere Aquæ movetur Machina, agitur de Pressione cujus Intensitas, Motu Machinæ communicato, non mutatur. *. Si verò Impetu Aquæ Rota versetur, hujus motus considerandus est; nam Impetus à Velocitate respectivâ pendet *.
1850.
*371.
1851.
*948.

Referimus ideo has Actiones ad duo diversa genera de quibus separatim statim dicam. 1852.

Supersunt Actiones Hominum & Animalium; in hisce Actionibus considerandæ sunt Intensitates, & Velocitates. 1853.

Mutatâ Pressionis Velocitate, mutatur hujus Actio *; si ergo determinata sit Actio, variatur Intensitas, quando Velocitas mutatur; & quidem minuitur illa, ut hæc augetur *. Vis autem Hominis, aut Animalis, non ita determinata est, ut hanc Regulam ad ipsam referre possimus.
1854.
*723.
*7251

Si Velocitas parum mutetur, non mutatur Actionis Intensitas; si nimium mutetur, non in illius ratione inversâ mutatur Intensitas. 1855.

De Actionibus Hominum, & Animalium, ergo ita statuendum; quamdiu parum Velocitas Agentis mutatur, pertinent Actiones ad genus antea indicatum *; si verò maximam quæramus Actionem, quam Homo, aut Animal, præstare potest, determinanda erit Velocitas, quâ datâ, commodè agere hoc potest; deinde quærenda erit Intensitas Actionis, ut hæc per Tempus satis diuturnum continuari possit. Hæc ergo Actio determinatur omni modo, & respectu Intensitatis, & respectu Velocitatis; harumque Actionum ad Machinas appli-
1856.
*1850.
1857.

- applicatio quoque examinanda erit; ita ut tria Actionum genera diversa perpendenda habeamus *.
1852. ^{TAB. LVIII. fig. 4.} 1858. Sit Planum LM protrudendum *, applicatâ per NP Actione cujus Intensitas non mutatur ex diversâ Velocitate, quæ Plano LM communicatur, à quâ Velocitate, cæteris positis, pendet quantitas Aquæ quæ effluit. Quamdiu Intensitas Pressionis non superat Pondus in N. 1816. indicatum, hæc nullius est usûs; quod superadditur Effectum præstat, qui eo major est, quo pars superaddita est major *.
1817. 1859. Huc autem referre possumus ratiocinium in N. 495. propositum, quo patebit determinatam dari Actionis partem, primæ superaddendam, ut Effectus integer sit omnium maximus; id est, ut quantitas Aquæ, quæ certo tempore extollitur, sit omnium maxima, respectu ipsius Potentiæ applicatæ. In Scholio 2. demonstrabimus talem esse Effectum, si Intensitas hujus Potentiæ valeat duplum Actionis sæpius memoratæ *.
1816. 1860. Si Planum LM sit circulare, & Diameter sit unius Pedis, & altitudo EF sit decem pedum, Potentiaque per NP applicata valeat quingentas libras, Aqua sustinebitur ad altitudinem EF, & non effluet; si autem Potentia valeat mille libras, Effectus est omnium maximus cum relatione ad potentiam. Si Potentia hæc minuatur, magis minuitur Effectus quàm Potentia, si augeatur, minus hic augetur.
1861. Effectum hunc maximum determinamus, datâ altitudine ad quam Aqua extollenda est; non autem hic maximus est, quem hæc ipsa Potentia præstare potest.
1862. Si enim, manente plano LM, quis quærat Effectum maximum, quem Potentia data, Ex. Gr. dicta Potentia

tia mille Librarum, exferere potest. Determinanda tunc est Altitudo, ad quam extollenda est Aqua, ut productum Altitudinis per Aquæ Velocitatem sit maximum; mutatur enim Effectus, ut variatur Altitudo, & sequitur ille quoque rationem Velocitatis, quâ Aqua ex Tubo ejicitur.

Productum autem hoc est maximum, ut quoque in Scholio 2^{do}. demonstramus, quando Aqua extollitur ad Altitudinem, quæ valet duas tertias partes illius, ad quam Potentia Aquam in Tubo sustinere potest. Dicta Potentia mille Librarum, sustineret Aquam in Tubo BF, sursum continuato, ad Altitudinem viginti Pedum; si nunc Altitudo EF sit tredecim Pedum cum tertiâ parte, Effectus erit maximus. 1863.

Secundo examinandas esse diximus Actiones Rotarum, quæ Impetu Aquæ moventur *. 1864.

Quomodocumque Rota talis Machinæ jungatur, semper in computatione eo res reduci potest, ut Potentiam determinemus, quæ in superficiem LM agit, ut Aqua Rotæ Pinna Impetu suo, premit; hujusque Potentiæ Velocitas eodem modo ut Aquæ Velocitas determinata erit, & Intensitas à Velocitate pendeat. Manente eâdem Rotâ, & eodem Aquæ motu, à constructione Machinæ quidem pendeat Velocitas, ut & etiam Intensitas Potentiæ, quæ per NP agit; sed datâ Machinâ, ubi Velocitas detecta est, quæ respondet maximæ Velocitati Rotæ, id est, ipsi Velocitati Aquæ, quæ Rotam movet, ita rem consideramus; quasi Aqua, detectâ Velocitate mota, in LM incurreret, ibique exfereret Pressionem, cujus Intensitas sequeretur rationem Quadrati Velocitatis respectivæ hujus Aquæ & Plani

V v v

LM;

L M; & cujus ipsa Intensitas, pro datâ quacumque Velocitate determinaretur, ex Intensitate Actionis in Rotam, & ex constructione Machinæ; ratiocinia deducendo ex iis, quæ in parte 2^{da}. Lib. 1. demonstrata sunt.

1865. Aquæ, determinatâ Velocitate motæ, Actionem in Planum maximam esse vidimus, quando Plani Velocitas valet tertiam partem Velocitatis Aquæ *. Non tamen semper in hoc casu maximâ copiâ extollitur Aqua; ita tantum res sese habet, quando per Orificium determinatum Aqua ejicitur.
1866. Sed si Orificium mutetur cum Plano, quod immediatè protrudit Aquam, & huic Plano Orificium semper æquale sit, paululò minuenda erit Velocitas Plani; id est, minor hæc desideratur tertiâ parte Velocitatis Aquæ. Differentia autem exigua est, nisi agatur de majori Velocitate Aquæ in Planum incurrentis, aut de minori Altitudine, ad quam Aqua extollenda est; si enim ad Altitudinem, hanc superantem, Corpus illâ Velocitate posset adscendere, minor Plani Velocitas desideraretur; ut hæc in Scholiō 3^o. explicabimus.
1867. Superest ut dicamus de Potentiâ omnimodo determinatâ *. In hoc casu Effectus etiam est determinatus, & nihil peculiare observandum habemus; generalia, ante demonstrata, huc referri possunt, & præcipuè ad N^m. 1829. attendendum erit.
1868. In constructione Machinarum, quibus tales Potentiæ applicari debent, observandum, ne nimium magnum sit Planum L M; Intensitas enim Actionis datæ debet superare Actionem in N^o. 1816. memoratam.
1869. Præterea observare debemus, ubi determinatum est Planum L M, altitudinem *eg* dari; ideoque *fg*. Datur

tur ergo Velocitas, quâ Aqua ex Orificio IF expellitur; sed datur Velocitas quâ movetur LM; ergo ita Orificium temperandum erit, ut hæ Velocitates respondeant, id est, ut Velocitas Plani se habeat ad Velocitatem Aquæ exeuntis, inversè ut Planum ad Orificium, per quod Aqua exit; aliter desideratum Effectum non præstaret Machina: si Orificium sit datum, determinari debet magnitudo plani LM ita, ut dicta ratio locum habeat.

Universalis admodum est Theoria, quam hoc Capite exposuimus; & non inficias ibo difficultates in applicatione dari posse, ubi agitur de Machinis peculiaribus, præcipuè illis, in quibus non per Tubos Aqua extollitur; sed hæc ad scopum horum Elementorum non spectant; difficultatem quoque augent causæ retardantes, quas seposuimus; sed quæ evitari nequeunt, & ad quas necessariò in computationibus attendere debemus.

SCHOLIUM I.

Demonstratio N^o. 1826. de Aquâ effluente.

Si Rectangulum $fOPq$, cujus partem tantum exhibemus, quod basim habet æqualem circumferentiæ Orificii, per quod Aqua effluit, & cujus altitudo fq quartæ parti Diametri hujus æqualis est; ita ut Rectangulum æquale sit ipsi Orificio.

Ponimus Aquam per Orificium ascendere Velocitate, quam Corpus acquirit cadendo ab Altitudine gf^* , & quam linea fr indicat; si lateraliter eadem Velocitate omnis Aqua exiret, deberet extolli ad Altitudinem fq supra Orificium; tunc omnis Aqua adfluens lateraliter deflueret, per spatium æquale ipsi aperturæ. Cum autem Aquæ effluxus ubique, per totam circumferentiam, eodem modo fiat, satis est hunc exhibere in uno puncto ut f . Effluxum ab f ad q , Velocitate fr , Rectangulum $frsq$ exhibet.

Vvv 2

Hic

1871.
TAB. LX.
Fig. L

1817.

1872. Hic est effluxus qui requiritur, ut omnis Aqua effluat; cum quâ debemus conferre illam, quæ revera effluit. Hanc, in puncto eodem *f*, representamus per superficiem *fgr*, quæ Curvâ *gbr* terminatur, cujus Ordinata, ut *ab*, Velocitates indicant in punctis quibus respondent, ut *a*; estque

* 380. Velocitas in *a* illa, quam Corpus acquirit cadendo ab Altitudine *ga**; quare

* 381. *ga* ad *gf*, in ratione duplicatâ *ab* ad *fr**. Unde sequitur curvam *gbr* esse Parabolam*.

* La Hire
scil. con. lib.
3. prop. 1.

Ut Rectangulum *fgr* se habet ad superficiem *fgr*, ita se habet quantitas Aquæ, quæ per Tubum adscendit, ad illam quæ ad latera defluere potest.

1873. Quando *fg* non tertiâ suâ parte superat *fq*, Parabolæ superficies minor est Rectangulo*, & non omnis Aqua effluere potest; id est, nisi augeatur Actio, non servabitur Velocitas Aquæ in Tubo.

* La Hire
scil. con. lib.
5. prop. 26.

1874. Ponamus Actionem ita augeri, ut Velocitas hæc servetur; id est, ut superficies, quæ Aquam, revera effluentem, exhibet, æqualis sit Rectangulo *fgr*. Sit hoc augmentum *gn*; Aqua nunc effluet ubique lateraliter Velocitate, acquisitâ cadendo ab *n*, & superficies Parabolæ *fn* indicabit omnem quæ effluit, eritque hæc superficies æqualis dicto Rectangulo *fgr*. Parabola hæc cum primâ congruit, est major ejusdem Curvæ portio; utraque enim Corporis cadentis Velocitates indicat. Rectangulum ex *ft* & *fn* est ad Parabolæ *fn* superficiem, ut 3. ad 2*; & æquale est Rectangulo ex *fr* per tres partes octavas Diametri Orificii; *fq* enim valet duas tales octavas partes*.

* It. Hire
scil. con. lib.
5. prop. 25.
1871.

* La Hire
scil. con. lib.
3. prop. 1.

Inde sequitur Quadratum lineæ *ft* multiplicatum per Quadratum Altitudinis *fn*, æquale esse producto Quadrati lineæ *fr* per Quadratum trium partium octavarum Diametri Orificii. Est autem Quadratum lineæ *ft* ad Quadratum lineæ *fr*, ut *nf* ad *gf**. Ergo Productum lineæ *nf* per Quadratum ejusdem, id est, Cubus Altitudinis quæsitæ *nf*, valet Productum Altitudinis *gf* per Quadratum trium partium octavarum Diametri Orificii; quod ipsum in N. 1826. diximus, & nunc demonstrandum erat.

SCHOLIUM II.

Demonstratio illorum, quæ de Actionibus maximis indicantur in N^{is}. 1859. & 1863.

1875. A Gitur in hisce N^{is}. 1859. & 1863. de Actione in superficiem determinatam, ita ut Intensitas Pressionis sequatur rationem Altitudinis ad quam Aqua in Tubo sustineri possit.

1876.
TAB. A.
fig. 2.

Sit AB Altitudo, ad quam extolli debet Aqua; sit AC Altitudo, ad quam in Tubo, Actione Potentiæ, sustineri potest; quæ Altitudo est ut hujus Potentiæ Intensitas. Aqua tunc exit Velocitate quâ à B ad C ascendere posset, quam ponimus representari per CE. Si Potentiæ Intensitas esset ut AD, Velocitate exiret Aqua, quâ per BD ascendere posset; & ductâ DF, parallela EC, quæ Velocitatem Aquæ in hoc casu exhibeat, crunt EC & FD ejuf-

Fig. 4.

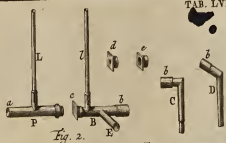
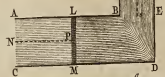


Fig. 2.

Fig. 5.

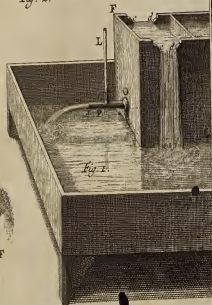


Fig. 1.

Fig. 6.

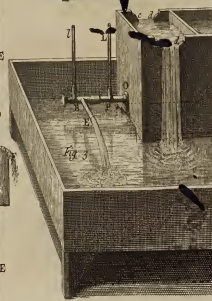


Fig. 3.

Fig. 8.

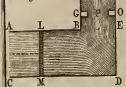
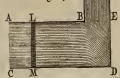


Fig. 7.



ejusdem Parabolæ BEF Ordinatæ ad Diametrum BD, ut hæc omnia, ex demonstratis in præcedenti Scholio, sequuntur.

Quærimus casum, in quo Effectus sit omnium maximus respectu Intensitatis Potentiæ; id est, in quo ratio inter lineas EC & CA sit maxima. Quantitas enim Aquæ, quæ extollitur certo tempore, est ut Velocitas, quâ ipsa in B ex Tubo effluit, quæ Velocitas est ut EC.

Ductâ EA, erit EC omnium maxima respectu ipsius CA, quando angulus EAC est maximus; hic autem maximus est, quando linea EA tangit Parabolam; nam augeri amplius non potest. Sit hæc Tangens AF, & Aderit Potentiæ Intensitas quæsitâ, quæ dupla erit ipsius AB*, ut in N. 1859. diximus.

Ponamus nunc datam intensitatem Pressionis; Ideoque datam esse Altitudinem BA, ad quam Aqua in Tubo sustineri possit.

Si Tubi longitudo sit BC; ex hoc exhibit Aqua, eâ Velocitate, quâ per CA ascendere potest; quam Ordinatâ CE respresentari ponimus, ductâ Parabolâ AED; ut sæpius jam vidimus*.

Effectus de quo agitur*, sequitur rationem Altitudinis BC, ad quam Aqua extollitur, & Velocitatis CE, quâ ex Tubo exit; id est, Effectus sequitur rationem Rectanguli CBGE*.

Quærimus igitur Punctum C, ut Rectangulum hoc sit omnium maximum. Ponamus punctum hoc dari inter C & c; & puncta hæc ita esse determinata, ut Rectangula CBGE, cBge, quæ ambo parum à maximo deficiunt, sint æqualia; ideoque æqualia CcFE, GgeF; unde sequitur Fe:FE::EC:FG*, aut EG=CB

Sed Fe:FE::EC,CL; ductâ Tangente EL.

Ergo sunt æquales CB & CL*; & CA valet dimidium ipsius CB*, id est, valet tertiam partem totius BA. Quod demonstrandum erat*.

SCHOLIUM III.

Demonstratio Altionis maximæ in N^{is}. 1865. 1866. memoratæ.

Datâ Velocitate Aquæ, in Planum agentis, quærimus quâ Velocitate Planum protrudi debeat, ut, dato Tempore, maxima Aquæ copia extollatur.

Dicatur Aquæ Velocitas data 1.; Velocitas quæsitâ plani x; Velocitas respectiva erit $1-x$ *; & Intensitas Pressionis in Planum $\frac{1-x^2}{2}$ *.

Uterius dicimus 1. Altitudinem, ad quam Aqua extollenda est; a designat Altitudinem, ad quam Corpus Velocitate 1. ascendere potest; id est, 1. se habet ad a, ut Altitudo prima ad secundam, quæ ambæ dantur; tandem z est basis columnæ aquæ, quæ extollitur; aut potius, indicat z magnitudinem superficiæ quæ protruditur.

Ponamus Aquam ejci per Orificium determinatum, quod dicimus 1. Omnis

1877

* La Hire
sect. con. lib.
2. prop. 20.
1878.
TAB. LXI
Fig. 3.

* 1872.
1876.
* 1863.

* 23. EL. VI.
1879.

* 14. EL. VI.

* 9. EL. V.
* La Hire
sect. con. lib.
2. prop. 20.
* 1863.

* 978.
* 1773.

1881.

mnis Aqua, quæ à Plano z , Velocitate x , protruditur, transit per hoc Orificium, Velocitate, quæ se habet ad x , ut ipsum Planum ad Orificium, id est, ut z ad 1 ; Velocitas illa est ergo zx . Quâ Velocitate Corpus adscendere potest ad Altitudinem $azzxx$: nam

381.

$$1, a::zzxx. azzxx^*$$

Hæc Altitudo addenda est illi, ad quam Aqua extolli debet; & integra Altitudo ad quam Potentia sustinere debet Aquam est $1+azzxx$. Si hanc multiplicemus per basim z , habebimus integram Columnam, quæ sustinetur, & cui proportionalis est Impetus Aquæ in Planum; ergo $1-x^2 = z+az^3x$. Quantitas Aquæ, quæ extollitur, illa ipsa est, quam Planum z protrudit, Velocitate x ; quæ quantitas sequitur proportionem producti zx . Quærimus x , in casu, in quo productum hoc est omnium maximum.

1882.

Regulæ Algebraicæ de maximis & minimis hîc in subsidium vocari debent; si computatio ineatur, & tollatur z , incidimus in hanc simplicem æquationem $3x=1$; quæ congruit cum iis quæ in N^o. 1865. habuimus.

1883.

Si autem Orificium, quod fixum posuimus, æquale sit ipsi z , Velocitate x Aqua ex hoc exit; & Altitudo, ad quam pertingere potest hac Velocitate, est axx , & habemus $1-x^2 = z+azzxx$. Si nunc queramus casum, in quo productum zx est maximum, & tollatur z , habemus $x^3+xx+\frac{3x}{a}=\frac{1}{a}$.

1884.

Si Altitudo, quam unitate exprimimus, ad quam evehenda est Aqua, sit exigua, aut Velocitas Aquæ Impetum facientis magna, a poterit unitatem superare; & quo major erit a , eo minor erit x . Si vero a , minor sit unitate, ut ferè semper contingit, x parum admodum deficit à $\frac{1}{3}$; ut hæc omnia ex inspectione Æquationis sequuntur, & in N^o. 1866. indicata acce.



L I B E R III.

Pars IV. De Corporibus motis in Fluidis.

C A P U T XV.

De Resistentiâ quam patiuntur Corpora, per Fluida Mota.

O Mne Corpus, quod in Fluido movetur, Resistentiam 1885.
patitur, & quidem ex duplici causâ.

Quamvis Fluidorum partes parum admodum cohæ-
reant, illas tamen Vi quadam cohærere, extra du-
bium est *; hanc autem, dum Corpus in motu suo sepa- 16. 17.
rat Fluidorum particulas, superare debet Cohæsi- 1886.
onem; hæc-
que est prima Resistentiæ causa.

Actio hæc similis est illi, quâ Corporum mollium partes se- 1887.
parantur, dum in ipsis Cavitas efficitur; quam effici vidi-
mus Actione, quæ sequitur proportionem ipsius Ca-
vitatæ effectæ *; quam demonstrationem ad Corpus * 341.
in Fluido motum etiam possumus applicare; in
autem motu Corpus Cavitatem efficit proportionalem
Spatio percurso; quamvis Cavitas hæc, singulis mo-
mentis, affluxu Fluidi, iterum impleatur. Unde de-
ducimus, Corpus, ex hac primâ causâ, Resistentiam pati 1888.
proportionalem huic Spatio percurso; quæ idcirco ad
instar Velocitatis augetur & minuitur *.

Dum Corpus in Corpore molli Cavitatem impri- 1889.
mit, partes immediatâ tantum Actione Corporum in
se mutuo transferuntur, quâ cessante Actione ces-
sat particularum motus; hac de causâ, in formandâ

Ca-

Cavitate, tantum consumitur Vis, quâ partium Cohæsio superatur; possuntque Corpora integras, in fortissimis Cavitatibus, Vires insitas amittere.

1890. Corpus autem, in motu per Fluidum, non tantum transfert particulas Actione immediatâ, dum sibi Viam inter has aperit, in quâ translatione immediatâ Cohæsionem superat; sed & præterea ipsis particulis Vim communicat, quâ, post cessatam Corporis Actionem
 1891. inter se moventur: *Reactio verò particularum, dum ipsis motus hicce imprimitur, ex harum Inertiâ oriunda, est secunda causa Resistentiæ.*

- Ut clarius illa concipiamus, quæ Resistentias has spectant, ad hoc attendere debemus: *mutuam Actionem Corporis & Fluidi eandem esse, sive Corpus certâ Velocitate, in Fluido quiescente, moveatur; sive, quiescente Corpore, eâdem Velocitate Fluidum in hoc incurrat.* Actio enim hæc à motu respectivo pendet, qui in hisce casibus non variat.

- Si nunc, sepositâ partium Cohæsione, ad motum Fluidi attendamus, & hoc consideremus, dum in Corpore quiescens incurrit, facile videbimus, *Fluidi Actionem esse Pressionem*; particulasque non impingi in Corpus; sed juxta hoc, aut juxta particulas Fluidi, quæ Corpus tangunt, moveri, & interea illas premere Corpus, eodem modo ac Corpus premit Planum super quo movetur; quales Pressiones, ex Viribus oriundas, superius * indicavimus.

* 1003.
1004 1005.

1894.
753.

- Pressio hæc, à Vi insitâ particularum oriunda, est ut hæc Vis, id est, ut Quadratum Velocitatis *; quod clarius patet, si ad analogiam attendamus, quæ datur inter hanc Actionem & Vim centram, quæ, cæteris paribus, etiam est ut Quadratum Velocitatis *. Augetur

* 616.

tur

tur etiam Pressio, de quâ hîc agimus, ut numerus particularum, determinato Tempore, incurrentium, qui numerus Velocitatis sequitur proportionem; tandem Pressio, hæc sequitur rationem Temporis, per quod durat singularum particularum Actio in determinatam superficiem partem; quod Tempus eo minus est, quo Velocitas est major, sequiturque rationem inversam Velocitatis: ultimæ duæ rationes sese mutuò destruunt, superstitemque habemus solam *rationem Quadrati Velocitatis*; quam idcirco sequitur *Resistentia ex secundâ causâ*. 1895.

Quomodo autem ambæ Resistentiæ causæ simul agant, in ipso casu, in quo Corpus quiescit, & Fluidum movetur, ut in hac demonstratione posuimus, facile percipimus, si ad sequentia attendamus. Particulas, quæ in Corpus, ut A, agunt, ad latera defluere in B & D; ibique, sepositâ Cohæsione, nullam exferere Actionem; positâ autem Cohæsione, particulæ hæc laterales secum trahunt insequentes, & has Actione suâ separant; quæ desideratur separatio, ut Fluidum ab omni parte defluat: Cohæsió autem superari minimè poterit, nisi Corpus resistat, & Actio in hoc detur*; quæ Actioni, ex Inertiâ oriundæ, luparaddenda est. 1896.

TAB. LX.
Fig. 4.

MACHINA,

Quâ Experimenta de Fluidorum Resistentiis insituntur.

Arca lignea AB longitudinem habet quinque Pedum, latitudinem duorum Pedum cum semisse, altitudinem octo, aut decem, Pollicum. 1897.

TAB. LIX.
Fig. 5.

Quatuor hæc sustinetur Columnis ligneis, altitudinis quinque Pedum, qui minori Arcæ CD imponuntur, quæ ipsa pedibus gaudet quatuor, altitudinis circiter

X x x

decem

decem Pollicum: non autem minorem hisce pedibus tribuimus altitudinem, ut ex Epistomio E Aqua in Situlam, hujus altitudinis, recipiatur.

Parallelopipedum cavum ligneum F longitudinem habet trium Pedum cum semisse à *g* ad *b*; hujus cavitatis basis est Quadratum quinque Pollicum. In figurâ exhibemus quomodo verticaliter, inter regulas ligneas, firmetur Parallelopipedum. Distantia, inter hujus superficiem superiorem I & Arcæ AB fundum, est quindecim Pollicum.

In hoc ipso fundo, in medio respectu longitudinis, foramen datur rotundum, diametri circiter quatuor Pollicum cum semisse, quod paulo minus distat ab uno latere quàm ab alio; ut magis commodè Experimenta instituantur.

Huic foramini respondet foramen, quod parum cum præcedenti differt, sed tamen minus est, in medio superficiiei superiori I Parallelopipedi F.

1898. In hisce foraminibus Tubus plumbeus T, cujus Diameter quatuor valet Pollices, verticaliter firmatur; quæ Communicatio datur inter Arcam AB & Parallelopipedum F. Tubi longitudo est octodecim Pollicum; hujus cavitas est cylindrica, & benè lævigata est interior superficies.

Probè firmatur Tubus, & Aquæ effluxus inter hunc & lignum, interpositis lini filamentis, cohibetur.

1899. Tubi quoque angustiores sæpe adhibentur, in quo casu annulis ligneis extremitates circumdantur, ut eodem modo firmentur in foraminibus memoratis.

1900. In inferiori parte Parallelopipedi F Epistomia dantur quatuor I, L, M, N. Horum aperturæ in laminis

nis dantur horizontalibus, quæ omnes in eodem posita sunt plano horizontali: suntque hæ aperturæ ipsis Epistomiorum capacitatibus multo minores; ut Aqua sine sensibili attritu effluat. Minorum duorum Epistomiorum I & L, quæ æqualia sunt, aperturæ æquales sunt; Epistomii M apertura dupla est; Tandem maximi N tripla est. Diameter aperturæ mediæ Semi-poll. æqualis est.

Quantumvis exactè hæ mensurentur aperturæ, non omnis error vitari potest, qui quomodo corrigatur, statim dicam *.

Oris Arcæ AB in medio imponitur Tabula P, cujus longitudo Arcæ latitudinem paululum excedit, & cujus latitudo sedecim aut octodecim est Poll. Hæc, ne illa quæ ipsi imponuntur, casu in Aquam decident, oris, Semi-pollicem altis, circumdatur. Firmatur Tabula regulis ligneis quatuor, quarum duæ videntur in o & q, cum ipsâ cohærentibus, & inter quas prominentia lignea r, cum Arcâ cohærens, recipitur.

Tabulæ huic superimponitur crux lignea S infra Tabulam penetrans, ut cochleâ firmetur. Cruci additur Bilanx V, quâ in aliis Experimentis utimur, & de quâ antea egimus *.

Ita suspenditur hæc, ut, quando est in æquilibrio, Lancium pedes à Tabulâ ad altitudinem, quæ paululum excedit quartam partem Pollicis, tantum removeantur.

Uncus autem Lancis k respondet foramini in Tabulâ, quod Diametrum habet trium partium quartarum Pollicis, & cujus centrum datur in axe continuato Tubi T.

Ufu veniunt in Experimentis, quæ hac Machinâ in-

X x x 2

stituun-

1901.

* 1905.

1902.

1903.

* 1480.

1904.

TABLIX.
Fig. 2. 3. 4.

stituuntur, Globi, Cylindri, & Coni varii, qui singuli capillis equinis suspenduntur; in quâ suspensione respectu Cylindrorum & Conorum attendendum, ut axem habeant verticalem, & Conorum vertices sursum dirigantur.

1900. An Epistomiorum aperturæ illam, quam indicavi *, inter se rationem haberent, ut explorarem, & errores corrigerem, methodo usus sum, quam nunc exponam.

1905. Rebus ut explicavi dispositis, & in T applicato Tubo *, cujus Diameter erat hypotenusa Trianguli rectanguli isosceles, cujus latera sunt duorum Pollicum, Arcam AB Aquâ replevi ita, ut oræ Arcæ duobus tantum Pollicibus Aquam superarent; quo etiam F & T repleta fuere.

In Tubo T, capillo equino Cylindrum suspendi æneum, cujus Diameter Pollicem fere quartâ parte excedit, & cujus Altitudo est Sesqui-pollicis; suprema superficies paululum convexa est, & cavus ipse est, ut minus gravet Libram, & exactè clausus, ne Aqua in ipsum penetrare possit: capillus equinus cum unco Lanciæ & Væ V cohærebat, & Pondere Lanciæ oppositæ imposito, dabatur æquilibrium.

Quæsi vi quodnam Ponderus adjiciendum esset, ut æquilibrium daretur, aperto uno ex Epistomiis minoribus; detegitur Ponderus hoc tentando. Primo Ponderus ad libitum imponitur, Libraque manu in situ æquilibrii retinetur, &, post apertum Epistomium, relinquitur; si Libra moveatur, pro diverso motu augetur, aut minuitur, Ponderus; & eadem operatio repetitur, donec, relicta Balance, hæc in æquilibrio maneat; habemusque tunc Ponderus, quod valet

Actio-

Actionem, quam Aqua, dum per Tubum movetur, in Corpus exferit.

Hac methodo detexi, apertis successivè Epistomiis minoribus, paululum Actiones differre; idèdque non exactissimè æquales esse Aquæ quantitates, per singula effluentes; qui error facillimè, paululum admodum aucto foramine uno, correctus fuit.

Apertis tunc ambobus his Epistomiis I, L *, simul, ^{* 1906} ut Aquæ quantitas dupla efflueret, quæsi Aquæ Actionem in Cylindrum; curavique, ut Actio eadem foret, aperto unico Epistomio M.

Tandem, eâdem methodo, eo reduxi Epistomium N, ut ex hoc ea flueret Aquæ quantitas, quæ ex Epistomio M & uno ex Epistomiis I, aut L, simul, æquali Tempore, fluit.

In his omnibus observavi, & hoc in omnibus Experimentis, quæ hac Machinâ instituuntur, observandum, ut Aqua in Arcâ servetur ad eandem Altitudinem; quare, ubi uno Pollice depressa est superficies, de novo Aqua infundenda est.

Potest nunc Machina Experimentis inservire ~~per~~ ¹⁹⁰⁶ Epistomio I, aut L, certa Aquæ quantitas effluit, determinatâque Velocitate movetur Aqua in Tubo T, & uniformem Velocitatem habet in toto Tubo; in hunc enim continuè intrat, & eodem tempore exit Aquæ quantitas, æqualis illi, quæ ex Epistomio defluit. Dupla est Aquæ Velocitas in Tubo, si dupla Aquæ quantitas defluat, id est, si ambo Epistomia I & L, aut solum M, aperiantur. Tripla est aperto M & I vel L simul, aut N solo. Quadrupla est Velocitas apertis tribus Epistomiis I, L, & M; aut N, & uno ex

X x x 3

I & L

I & L. Quintupla est apertis simul M & N. Sextupla apertis N, M, & uno ex I & L. Septupla tandem apertis omnibus simul.

1907. In his omnibus motibus nunquam Acceleratio Aquæ in Tubo T dari potest ex Cohæsione oriunda, qualem alio loco * memoravimus; quæ si daretur non hæc procederet conclusio, æqualem certo Tempore per Epistomium fluere Aquæ quantitatem, sive solum, sive cum aliis aperiatur, quod hic extra dubium est; quia ex solâ Pressione Aquæ, supra orificium Tubi incumbentis, dari potest Velocitas, quæ multis vicibus maximam superat, quâ in hisce Aqua in Tubo gaudet.

EXPERIMENTUM I.

1908.
TAB. LIX.
Fig. 1. 2.
* 1905.

Rebus, ut in Machinæ descriptione explicavi, dispositis, adhibitoque Tubo T, superius memorato *, cujus Diameter est hypotenusæ Trianguli rectanguli isosceles, cujus singula latera sunt duorum Pollicum, Globus æneus G, cujus Diameter est Semi-poll., suspenditur ad profunditatem quamcunque, sex, octo, aut decem Pollicum, in Tubo. In cujus axe datur Globus, quia capillus equinus, cui cohæret, cum uno Lancis k conjungitur.

Methodo, in N°. 1905. traditâ, quasi Actiones Aquæ in Globum, dum successive, diversis Velocitatibus, Aqua per Tubum transivit; quæ Actiones æquales fuerint resistentiis Corporis, si hoc, quiescente Aquâ, iisdem Velocitatibus, in hac translatum fuisset.

Pondera minima, quibus usus sum in his Actionibus determinandis, erant quartæ partes unius Grani; Actiones detexi, quæ sequuntur.

<i>Velocitates.</i>	<i>Resistentiæ.</i>
1. - - - - -	Gr. $\frac{3}{4}$.
2. - - - - -	Gr. $1\frac{1}{2}$.
3. - - - - -	Gr. 3.
4. - - - - -	Gr. $4\frac{3}{4}$.
5. - - - - -	Gr. $7\frac{3}{4}$.
6. - - - - -	Gr. $10\frac{1}{2}$.
7. - - - - -	Gr. 14.

In tribus primis Velocitatibus deficiebant paululum 1909.
Actiones à Ponderibus notatis.

Experimenta hæc, adhibitâ admodum exactâ Bilan- 1901.
ce, fuere instituta, maximâ cum curâ; non tamen,
nullum omnino errorem, quantumvis exiguum, dari,
asserere ausim.

Fateor potius exiguos, quartâ parte Grani minores,
vitari non potuisse; & non credo ab Experimento re-
cedi, quando tale quid suppletur, ubi regularis Series
hoc postulat.

Errorem talem dari in primâ Actione, hic determi-
natâ, quæ parum deficit à $\frac{3}{4}$ Gr., & qui respectu hujus
Ponderis sensibilis est, non tantum indicat regularis
Series, ex reliquis Experimentis deducenda, sed & hoc
confirmat Experimentum sequens *.

Experimenta hîc traduntur, ut, ante initam ullam
computationem, à me fuere instituta.

Diviso nunc Grano in centum partes, patet in se-
quenti Serie, Resistentiam pro parte sequi rationem Ve-
locitatis, pro parte rationem Quadrati Velocitatis.

Ve-

1911.	<i>Velocitates.</i>	<i>Resistentiæ ex prima causa.</i>	<i>Resistentiæ ex secunda causa.</i>	<i>Summæ Resistentiæ ambarum. In Exp.</i>
1.		$1 \times 20 = 20.$	$1 \times 26 = 26.$	46. 75.
2.		$2 \times 20 = 40.$	$4 \times 26 = 104.$	144. 150.
3.		$3 \times 20 = 60.$	$9 \times 26 = 234.$	294. 300.
4.		$4 \times 20 = 80.$	$16 \times 26 = 416.$	496. 475.
5.		$5 \times 20 = 100.$	$25 \times 26 = 650.$	750. 775.
6.		$6 \times 20 = 120.$	$36 \times 26 = 936.$	1056. 1050.
7.		$7 \times 20 = 140.$	$49 \times 26 = 1274.$	1414. 1400.

1912. Quando Corpora similia, similiter, & Velocitatibus æqualibus, per idem Fluidum, moventur, deducitur ex ante demonstratis *, Resistentiam utramque augeri, & minui, ut augetur, & minuitur, numerus particularum Fluidi ex loco motarum eodem Tempore; id est, sequitur Resistentia integram rationem Quadratorum laterum homologorum *; & , si de Globis, Cylindris, aut Conis, agatur, rationem Quadratorum Diametrorum *.

EXPERIMENTUM 2.

1913. Differet hoc cum præcedenti tantum respectu magnitudinis Globi, qui in Tubo T suspenditur. In hoc adhibemus Globum H, cujus Diameter est hypotenusa Trianguli rectanguli isosceles, cujus latera sunt Semi-poll., æqualia nempe Diametro Globi G, in Experimento 1. adhibiti; quare Quadrata Diametrorum sunt ut unum ad duo *; in quâ ratione etiam detectæ fuere Resistentiæ, ut sequenti Tabellâ patet, in quâ + denotat excessum, & - defectum exprimit.

<i>Velocitates.</i>	<i>Resistentia globi H.</i>	<i>Resistentia globi G in exp. 1.</i>	1914.
1. - - - -	$\frac{3}{4} +$ - - - -	$\frac{3}{4} -$	
2. - - - -	$2\frac{3}{4}$ - - - -	$1\frac{1}{2} -$	
3. - - - -	6 - - - -	3 -	
4. - - - -	$9\frac{3}{4} +$ - - - -	$4\frac{3}{4}$	
5. - - - -	$15\frac{1}{4}$ - - - -	$7\frac{3}{4}$	
6. - - - -	21 - - - -	$10\frac{1}{2}$	
7. - - - -	28 - - - -	14.	

Resistentiæ in minori Velocitate solæ sunt, quæ cum 1915.
Propositione non congruunt; sed jam in Experimento
præcedenti vidimus, illam corrigendam esse, quæ in
illo Experimento, ubi Velocitas omnium minima erat,
fuit detecta; Resistentia verò ibi in regulari serie po-
sita, dimidium est illius, quæ, in eâdem Velocitate,
in hoc ultimo Experimento, fuit determinata.

Resistentia ex primâ causâ non mutatur pro diver- Cor- 1916.
poris figurâ, si modo Cavitas formata in motu eadem sit. * 1887. 842.
quare in Cono & Cylindro, juxta axeos directionem
motis, ut & in Globo, si horum Corporum Diametri
fuerint æquales, & agatur de eodem Fluido, & eâdem
Velocitate, Resistentia eadem est.

Resistentia autem ex secundâ causâ variat pro diversâ 1917.
Corporis figurâ; nam licet Fluidum quiescens quaque
versum æquali Vi premat, hoc ad Pressionem ex motu
oriundam non debere referri facile patet; hæc juxta
unicam tantum directionem agit, & non tota sustinetur
nisi à plano ad hanc directionem perpendiculari.

Y y

De-

<i>Velocitates.</i>	<i>Resistentia.</i>	
1. - - - - -	Gr. $\frac{3}{2}$ -	
2. - - - - -	Gr. $1\frac{1}{4}$ +	
3. - - - - -	Gr. $2\frac{1}{2}$ -	
4. - - - - -	Gr. 4. -	
5. - - - - -	Gr. 6. -	
6. - - - - -	Gr. $8\frac{1}{2}$ -	
7. - - - - -	Gr. 11. -	

Diviso Grano in centum partes, in Tabellâ sequenti separamus Resistentias ex utraque causâ.

<i>Velocitates.</i>	<i>Resistentia ex primâ causâ.</i>	<i>Resistentia ex 2â. causâ.</i>	<i>Summæ Resistentia amborum.</i>	<i>Resistentia in Exp.</i>	1923.
1.	1 × 20 = 20.	1 × 20 = 20	40	50 -	
2.	2 × 20 = 40.	4 × 20 = 80	120	125 +	
3.	3 × 20 = 60.	9 × 20 = 180	240	250 -	
4.	4 × 20 = 80.	16 × 20 = 320	400	400	
5.	5 × 20 = 100.	25 × 20 = 500	600	600 -	
6.	6 × 20 = 120.	36 × 20 = 720	840	850	
7.	7 × 20 = 140.	49 × 20 = 980	1120	1100	

Qui Tabellam hanc examinaverit, vix quicquam magis accuratum in talibus Experimentis posse sperari, facile videbit.

Conferendo hoc Experimentum cum primo *, confirmatur N. 1916.

Liquet etiam, quoad Resistentiam ex secundâ causâ, hanc, in hoc casu, se habere ad Resistentiam Globi ejusdem Diametri, ut 20. ad 26. *.

Ut nunc computationem ineamus de hisce Resistentiis;

Y y y 2

* 1907.
1911.

* 1910.
1923.
1925.

his; sunt hæc inter se ut $\frac{2}{3} v b$ ad Semidiametrum Basis *: si hæc Semidiameter dicatur \perp , erit Coni Altitudo 2.; & valebit $v b$ Radicem quadratam numeri 5 *; sunt ergo Resistentiæ ut $\frac{2}{3} \sqrt{5}$. ad 1. Sed in superiori parte, ut in vertice Conus suspendi possit, figura conica non servatur; quare Resistentia augenda est.

Ad latera foraminis per quod filum transmittitur, duæ exiguæ dantur superficies planæ, quæ simul circiter valent $\frac{1}{25}$ superficiei Circuli, cuius Diameter est $b d$; quare vigesima quinta pars Resistentiæ Coni augenda est in ratione Resistentiæ Coni hujus ad Resistentiam Cylindri; id est, in ratione 1 ad $\sqrt{5}$ *. Sunt ergo Resistentiæ quæsitæ ut $\frac{25 \times 2}{3} \sqrt{5}$. ad $24 + \sqrt{5}$; quæ ratio vix differt à ratione 26. ad 19. In quâ computatione negleximus considerationem figuræ ipsius verticis, cui filum fuit alligatum.

1926. Differt hæc Resistentia ex computatione à Resistentiâ in Exp. vigesimâ parte, quomocunque mutetur Velocitas; unde patet differentiam hanc figuræ ipsi tribuendam esse.

Cum autem non admodum magna sit hæc differentia, & cum non commodè ad computum potuerit recurrari pars quædam figuræ, facile patet Experimento hoc Propositionem N. 1920. confirmari.

1927. Experimentis, cum Cylindris institutis, non usus sum ad demonstrata confirmanda; difficultas horum Experimentorum in causâ est; vix enim potest suspendi Cylindrus quin agitetur, dum Aqua juxta hunc movetur; unde irregularis est Series Resistentiarum, & in majoribus Velocitatibus admodum incerta.

Di-

Diversas quoque, detexi Resistentias Cylindrorum, quorum Diametri erant æquales, sed Altitudines diversæ; quod clarum est indicium agitationis cujusdam, cum extra dubium sit, Resistentiam Cylindri, juxta axeos directionem moti, ab ipsius Altitudine non pendere. Cum vero facile Sphæræ, & Coni, ita suspendantur, ut agitatio nulla timenda sit, hæc Corpora adhibenda credidi.

Quædam tamen de Experimentis cum Cylindris institutis addam.

Inter quatuor Cylindros, cum quibus Experimenta tentavi, unum datur, cujus Diameter est Semi-pollicis, & Altitudo $\frac{2}{3}$ Poll., cujus Resistentiæ dant Seriem fere regularem, quæ ad regularitatem reducta, cum ante demonstratis exactè congruit; maxima correctio respondet Velocitati sex, in quâ Resistentia $1\frac{1}{4}$ Gr., id est circiter duodecimâ parte, in Exp. deficit ab illâ, quæ in Serie desideratur; quæ differentia certè notabilis est.

EXPERIMENTUM 4.

Hoc ut præcedentia fuit institutum, suspensum Cylindro K, cujus Diameter erat Semi-pollicis. Aquæ erat juxta directionem axeos Cylindri.

Velocitates. Resistentiæ.

1. - - - - -	Gr. $\frac{3}{4}$.
2. - - - - -	Gr. 2.
3. - - - - -	Gr. 4.
4. - - - - -	Gr. $7\frac{1}{2}$.
5. - - - - -	Gr. 11.
6. - - - - -	Gr. 14.
7. - - - - -	Gr. $20\frac{1}{2}$.

Y y 3

Di-

1928.
1929.
TAB. LXI
Fig. 1. 4.

Diviso Grano in centum partes separantur Resistentiæ ex duabus causis.

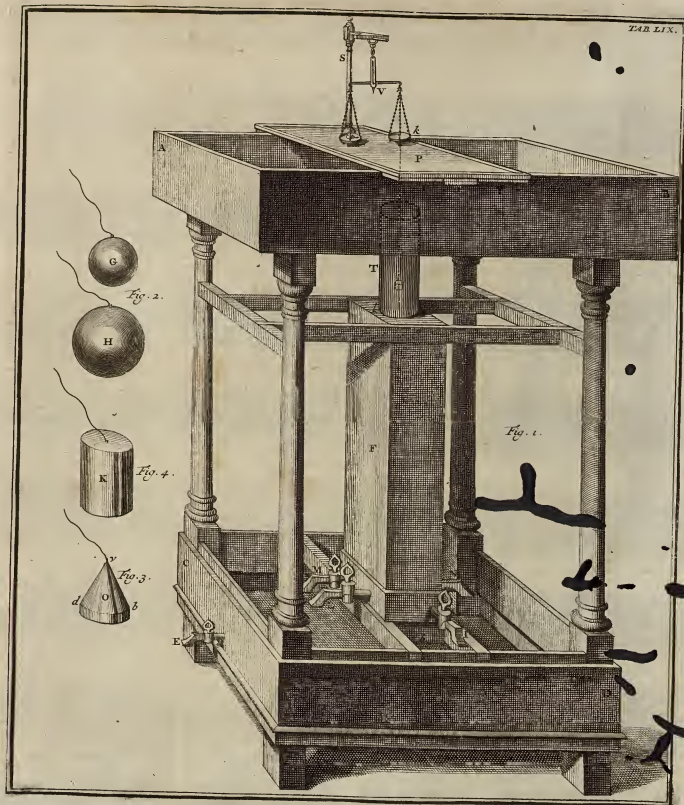
1930.	<i>Velocitates. Resistentiæ ex 1^a. causâ.</i>	<i>Resistentiæ ex 2^a. causâ.</i>	<i>Summæ Resistentiæ ambarum. in Exp.</i>
1.	$1 \times 20 = 20.$	$1 \times 39 = 39.$	59. 75.
2.	$2 \times 20 = 40.$	$4 \times 39 = 156.$	196. 200.
3.	$3 \times 20 = 60.$	$9 \times 39 = 351.$	411. 400.
4.	$4 \times 20 = 80.$	$16 \times 39 = 624.$	704. 750.
5.	$5 \times 20 = 100.$	$25 \times 39 = 975.$	1075. 1100.
6.	$6 \times 20 = 120.$	$36 \times 39 = 1404.$	1524. 1400.
7.	$7 \times 20 = 140.$	$49 \times 39 = 1911.$	2051. 2050.

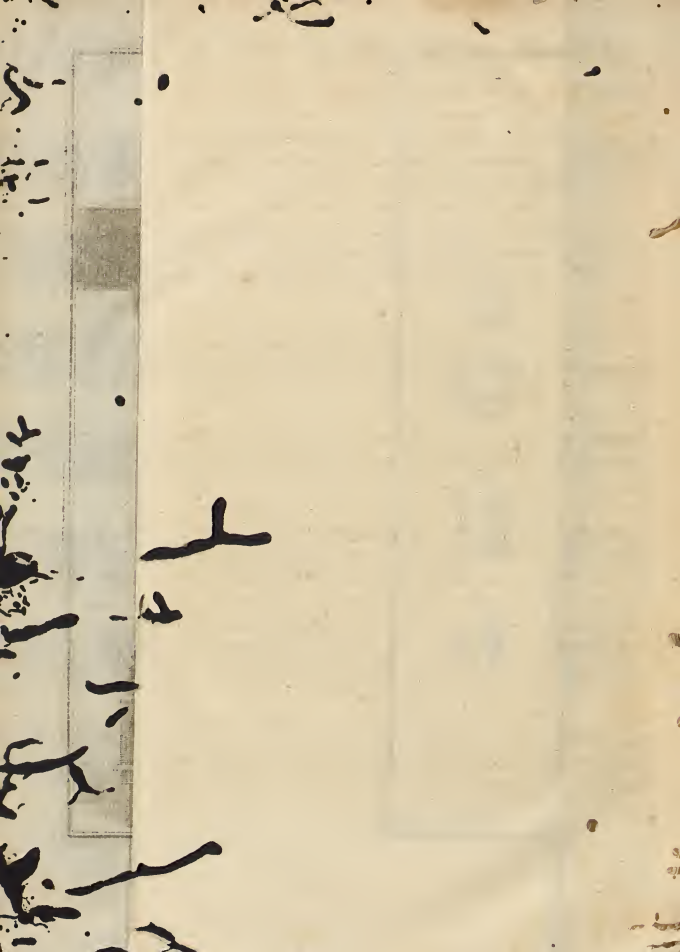
1931. Unde patet Resistentiâ ex primâ causâ, in hoc casu, illam esse, quæ observata fuit, in Experimentis cum Globo, & Cono, ejusdem Diametri cum hoc Cylindro, institutis; juxta demonstrata in N. 1916. Patet etiam Resistentiâ ex secundâ causâ, in hoc Experimento, se habere ad Resistentiâ Globi, ut 39. ad 26. *; id est, ut 3. ad 2.; ut monui in N. 1919.

1932. *Resistentia ex primâ causâ in variis Fluidis differt*, hancque ~~Resistentiam~~ nisi Experimentis determinari non posse, facile etiam patet.

1933. *In motibus Velocioribus*, si Fluida glutinosa excipiamus, *paucula est Resistentiâ ex Cohæsione partium, collata cum Resistentiâ ex secundâ causâ*; quod ex diversis rationibus, secundum quas augentur, sequitur. Centies ex. gr. auctâ Velocitate, in quâ æquales sunt Resistentiæ hæ, prima erit ad secundam, ut unum ad centum.

1934. *Resistentia autem ex secundâ causâ, in variis Fluidis*, sequitur rationem particularum ex loco motarum; pendet enim à Materiæ Inertiâ, quæ Materiæ quantitatis ratio-





rationem sequitur *: *est ergo Resistentia hæc, cæteris paribus, ut Fluidi Densitas.*

Computatio de Resistentiâ ex secundâ causâ iniri potest, nullo instituto Experimento, determinando Pondus, quod hanc Resistentiam valet.

Sit Corpus, cujus superficies AB Resistentiam patitur, dum motûs directio ad hanc superficiem perpendicularis est, ponimus autem, ut superius, Corpus quiescere, dum Fluidum movetur, quo Actio Fluidi in Corpus non mutatur *.

Sit superfici ei AB æqualis superficies CD in fundo Vasis, continentis simile Fluidum ad Altitudinem DF; ponamus præterea Pressionem, quam patitur pars CD fundi, æqualem esse Actioni, quam patitur AB, sepositâ partium Cohæsione.

Plana hæc duo æqualia, cohibent singula motum Fluidi; & premuntur, quia motum impediunt: ideo, cum Actiones sint æquales, æquales motus cohibent. Idcirco, sublati ipsis Planis, Fluidum in locis in quibus Plana agebant, eâdem Velocitate fertur; id est, Fluidum, quod in superficiem AB agit, movetur Velocitate, quâ Fluidum per foramen in CD exire potest; quæ est Velocitas, quam Corpus acquirit, in vacuo cadendo ab Altitudine EC*; seponimus enim Cohæsionem partium, & omnem attritum. Ergo actio, quam patitur superficies AB, dum Fluidum in hanc agit, valet Pondus Columnæ Fluidi, cujus Basis est CD, aut AB, & Altitudo EF; hæc est enim pressio quam patitur CD *.

Unde patet *Prismatis recti, juxta directionem ad Basim perpendicularem, in Fluido moti, Resistentiam valere pondus Columnæ*

1935.
TAB. LX,
Fig. 5.

* 1892,

* 1437.

Columnæ ejusdem Fluidi, cujus Basis æqualis est Basi Prismatis, & cujus Altitudo illa est, à quâ Corpus, in vacuo cadendo, acquirit Velocitatem quâ Prisma in Fluido fertur.

1938. Demonstratio hæc tantum locum habet, ubi superficies, quæ Resistentiam patitur, ad motûs directionem perpendicularis est *; ubi de aliis superficiebus agitur, ad demonstrata de his * attendendum est.

1939. Quare si de Globo agatur, Resistentia valebit duas tertias partes ponderis Cylindri ex Fluido, cujus Diameter æqualis est Diametro Globi, & cujus Altitudo illa est, à quâ, cadendo in Vacuo, Corpus acquirit Velocitatem, cum quâ in Fluido movetur *.

1940. Altitudo, à quâ Corpus cadendo acquirit Velocitatem, quâ si in Fluido feratur, Resistentia ex secundâ causâ ponderi ipsius Corporis æqualis sit, ex his facillè detegitur. Si de Prismate agatur, Densitas Fluidi se habebit ad Prismatis Densitatem, ut hujus Altitudo ad Altitudinem quæsitam *.

1941. Si de Globo agatur Densitas Fluidi se habebit ad Globi Densitatem, ut Altitudo Cylindri, ejusdem ponderis cum Globo, & Diametrum æqualem Globi Diametro habentis, quæ Altitudo valet duas tertias partes Diametri, ad duas tertias partes Altitudinis quæsitæ *, id est, ut Diameter ad Altitudinem quæsitam.

1942. Pondus quod Resistentiam valet, ideoque ipsa Resistentia ex secundâ causâ, sequitur rationem Baseos Prismatis, Densitatis Fluidi, & Quadrati Velocitatis Corporis *.

Quod cum ante demonstratis * congruit.

1943. Quæ de pondere, Resistentiam valenti dicta sunt *, etiam cum Experimentis congruunt, ut patebit, si computatio ineatur de Pondere, quod valet Resistentiam, datâ Velocitate quacunque ex illis, quas in Experimentis Aqua habuit.

Velo-

Velocitatem Aquæ diximus 2. aperto Epistomio, cuius apertura erat circulus Diametri Semi-pollicis, & supra quod foramen Aquæ Altitudo erat quinque Pedum; ita ut Pes Cylindricus Aquæ effluere potuerit in Tempore 46,⁶⁶. Minutorum secundorum *. Pes Cylindricus in Tubo, in quo Experimenta fuere instituta, si hicce continuatus foret, occuparet Pedes 18 *. Ergo Aqua per Tubum transivit Velocitate, quâ Pedes 18 percurruntur, in Tempore Minutorum secundorum 46,⁶⁶.; & ubi Velocitas in Exp. fuit 6., hoc idem spatium 18. Pedum potuit percurri in Min. sec. 15,⁵⁵. Computatione, ex ante demonstratis, initâ *, detegimus hanc esse Velocitatem, quam Corpus acquirit, cadendo in Vacuo ab Altitudine 0,²⁵⁷. Poll.; quæ vix excedit quartam Pollicis partem.

Pes cubicus Aquæ ponderat Grana 487360 *; & pondus Pedis cylindrici est Gran. 382772; & Poll. cylindrici Gran. 221 $\frac{1}{2}$.

Resistentia Cylindri cujus Diameter est Semi-poll., & Velocitas illa, quæ in Experimentis dicitur 6. valet pondus Cylindri aquei, cujus Diameter est Semi-poll. & Altitudo æqualis 0,²⁵⁷. Poll. *, valet ergo Gr. 14,²³.

Ponendo nunc Resistentiam hanc in ratione duplicatâ Velocitatum *, & Globi Resistentiam æqualem esse duabus tertiis partibus Resistentiæ Cylindri *, Tabelam sequentem efficimus; in quâ partes, centesimâ Grani parte minores, negliguntur.

1945. *Velocitates.**Resistentiæ ex secundâ causâ.*

	Cylindri.		Globi.	
	<i>Comp.</i>	<i>Exp.*</i>	<i>Comp.</i>	<i>Exp.*</i>
1930. 1911.				
1.	39.	39.	26.	26.
2.	158.	156.	105.	104.
3.	356.	351.	237.	234.
4.	632.	624.	421.	416.
5.	988.	975.	659.	650.
6.	1423.	1404.	949.	936.
7.	1937.	1911.	1291.	1274.

1946. Exiguam dari differentiam inter has Resistentias, computatione detectas, & illas, quæ Experimentis deteguntur, non mirum; cùm pendeat collatio hæc, 1. à mensurâ Aquæ effluentis certo Tempore; 2. à mensurâ Spatii percurſi certo Tempore à Corpore cadente; 3. à mensurâ ponderis Pedis cubici Aquæ; & 4. tandem à mensurâ ipsarum Resistentiarum. In singulis harum quatuor mensurarum errores exigui vitari minimè possunt; non tamen tales sunt ut scrupulus ullus hæc Experimenta superesse possit.

1947. In Cap. 2. Lib. 2. diximus*, nos in hoc Capite tradituros demonstrationem ab illâ diversam, quæ ibi datur, de Virium mensurâ; quas, in eodem Corpore, Quadratis Velocitatum statuimus proportionales*. Demonstratio hæc est.

1948. A nemine in dubium vocatur Fluidi Velocitatem, ex Pressione Fluidi superincumbentis oriundam, sequi rationem subduplicatam Altitudinis Fluidi*; demonstravimus in hoc Capite*, Resistentiam ex secundâ causâ sequi ejusdem hujus Altitudinis rationem; ideoque

que rationem duplicatam Velocitatis: sed etiam vidimus Resistentiam eandem sequi rationem cum Vi infatâ particulis singulis Fluidi *; Ergo Vis hæc etiam est ut Quadratum Velocitatis. Q. D. E.

SCHOLIUM.

Demonstrationes N. 1914. & 1915. De Resistentiâ Coni, & Globi.

Int ABCD, EFG, sectiones per axes Cylindri & Coni, quorum Basium Diametri sunt æquales; moveatur Fluidum juxta directiones axium. Planum AB integram Fluidi Actionem sustinet, dum hoc juxta hanc Superficiem, ab omni parte, continuo defluit. Superficies autem FE minorem sustinet Pressionem, & eo minorem, quo ipsius obliquitas ad motus directionem major est *: revocaturque Pressio, in punctum quodcunque M, ad Pressionem perpendicularem ad Superficiem, si, posita IM juxta motus directionem, ipsi FE æqualem, detur in M perpendicularis ML ad FE, & ducatur huic parallela IL. Tunc Pressio, ex motu oriunda, se habet ad Pressionem quam Superficies patitur, ut IM ad ML*; talemque Pressionem Superficies FE in omnibus punctis patitur; Fluidum enim, quod in omnibus punctis tangit Superficiem, à continuo accedente Fluido, talem patitur Actionem. Ita res sese non haberet, si de motu Corporum separatorum ageretur; tunc enim numerus Corporum, in Superficiem EF incurrentium, æqualis esset numero Corporum, quæ, sublatâ superficie EF, in Superficiem EH impingi possent; Fluida vero agunt semper in omnia puncta Superficierum, quas premunt.

Si Pressio per LM in duas solvatur, ductâ LN perpendiculari ad IL, designabit NM Actionem, quâ Corpus, juxta directionem motus Fluidi, propellitur.

Actio nunc tota in Conum ad Actionem in Cylindrum, ut Coni Superficies convexa ad Cylindri Basin; tales enim sunt Superficies, in quas Pressiones agunt; id est, ut EF ad EH: & ut Actio, quæ in singulis punctis in Conum agit, juxta directionem motus Fluidi, ad Actionem, quæ in singulis punctis Cylindrum propellit, id est, ut NM ad IM. Ratio ex his composita est ratio producti EF per NM ad productum EH per IM.

Quæ producta propter æquales EF, IM, sunt ut NM ad EH, aut ML; sunt enim æquales hæc lineæ; propter æqualia & similia Triangula IML, EFH. Sunt etiam similia Triangula LMN, LMI*; quare MN ad ML, ut ML ad MI, aut ut EH ad EF. Ergo Resistentia Coni se habet ad Cylindri Resistentiam, positis ambobus rectis, habentibus Bases æquales, & Velocitatibus æqualibus, juxta axium directiones, in eodem

1949.
TAB. LXI
Fig. 6.

* 1917;

* 319;

* 8. El. VI.

dem Fluido, agitatis, ut Semidiameter Bassi, ad rectam in Coni superficie à vertice ad punctum Baseos ducta; ut diximus in N. 1918.

1950. Ponamus nunc Cylindrum cum Sphærâ, diametros æquales habentes, eadem Velocitate, in eodem Fluido, moveri, Cylindrumque juxta axeos directionem transferri.

TAB. LXI. Sit hic ABLM, dum Sphæra representatur per DFEG; estque C centrum. Resistencia, quam patitur pars Baseos Cylindri, infinitè exigua, *li*, se habet ad Resistenciam, quam patitur pars respondens Ff Superficii Sphæræ, ductis IH, *ib*, ad axem Cylindri, ideoque ad directionem motûs, parallelis, ut Ff ad Fg, quæ ad AB parallela ducitur; quod patet hic applicando Demonstrationem datam in Numero præcedenti. Triangula Ffg, FHC, ambo rectangula, & habentia Angulos æquales Fg, CFH, quorum singulorum defectus ab Angulo recto est Angulus gFC, sunt similia: ergo $Ff, Fg :: FC \text{ aut } IH, FH$.

Idcirco si IH representat Resistenciam quam patitur pars Superficii *Ii*, FH ipsam representabit, quam patitur pars respondens Ff Superficii Globi. Et, cum hæc demonstratio ad singula Superficii Hemisphærii DFE puncta possit applicari, sequitur, Cylindrum ADEB, Hemisphærio circumscriptum, se habere ad ipsum Hemisphærium, ut integra Resistencia Cylindri ad integram Sphæræ Resistenciam; quæ ergo Resistenciæ sunt ut tria ad duo, ut monui in N. 1918.

1951. Ex iisdem hisce principiis, quæ Corporum quorumcunque Resistencias spectant, deducuntur. Ex. Gr. facile ex his probatur, Cylindri recti, cuius Altitudo Diametro æqualis est, Resistenciam ex secundâ causâ eandem esse, si Velocitas eadem fuerit, juxta quamcunque directionem hinc feratur.

C A P U T XVI.

De Retardatione Corporum in Fluidis motorum.

1952. Idimus superius Corpus in Fluido motum Resistenciam pati *, darique Pressionem motui contrariam, quâ Corpus retardari manifestum est *.

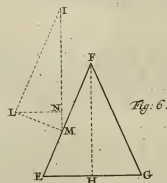
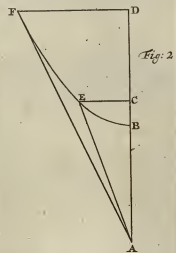
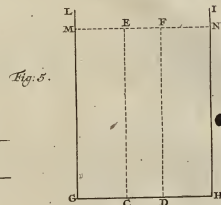
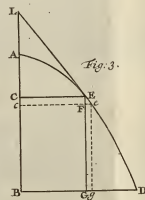
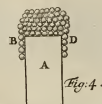
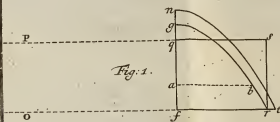
1885.

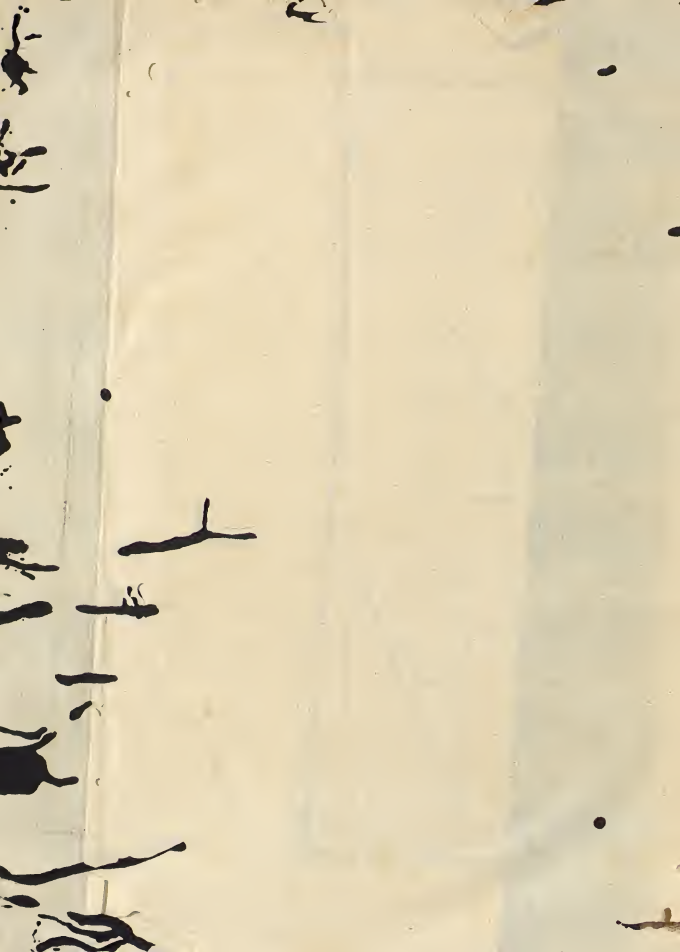
* 708.

Cum duplex detur Resistencia, Corpus etiam ex duplici causâ à motu suo amittit.

1854.

Natura utriusque Resistenciæ cum diversa sit, generant hæ Retardationes diversas, in ipsis illis casibus, in quibus Pressiones, quas in Corpus exerunt, sunt æquales: quod ex pecu-





peculiari examine utriusque Resistentiæ deducimus.

In casu in quo Corpus quiescit, dum Fluidum movetur, cau- 1955.
sæ, quæ, si Corpus moveretur, hoc retardarent, nunc
huic motum communicant; & est hæc *Velocitas acquisi-*
ta, æqualis ipsi Retardationi, quam patitur Corpus, quan-
do, quiescente Fluido, Corpus movetur, eâ Velocitate, quam
*in casu primo Fluidum habuit **. * 1892.

In casu autem hoc, in quo Fluidum movetur, Cohæsi- 1956.
onem partium immediatè nunquam motum Corpori potest communi-
care, sed tantum mediante motu aliarum particularum,
*ut explicavimus *; quod non itidem ad secundam cau-* * 1896.
sam Resistentiæ applicari potest, quæ immediatè Cor-
pori motum communicat: quare ex Principiis omnino di- 1957.
versis, quæ Retardationes, ex hisce diversis Resistentiis o-
riundas, spectant, deducenda sunt.

Quando Corpus quiescit, & Fluidum movetur, par- 1958.
ticularæ, quæ ad latera defluunt, Cohæsi-
& hæ ex Vi suâ amittunt; quæ Actio considerata
est, ad determinandam Velocitatem ex hac Corpori
communicatam, sed difficilior est hujus Celeritati de-
terminatio; quam tamen in Scholio ultimo hujus
explicabo, in quo etiam scrupulos quosdam tollam.

Præstabit hic retardationem determinare, quam pa-
titur Corpus in casu, in quo hoc movetur, & Fluidum
quiescit.

Vidimus Resistentiam ex primâ causâ ejusdem esse 1959.
Naturæ cum Resistentiâ Corporum mollium, dum in
his Cavitas formatur *. * 1887.

Vidimus etiam Cavitatem hanc proportionem sequi
ipsius Vis amissæ in hac formandâ *; Cavitas autem, * 8412
quam Corpus in Fluido efficit, dum per hoc move-

1960. tur, *Spatio percurso* proportionalis est: ergo & huic *Spatio Vis*, ex hac *Resistentiâ ex primâ causâ amissâ*, proportionalis est.

Corpus, quod in vacuo verticaliter in altum projicitur, in adscensu suo amittit continuò Vim proportionalem *Spatio percurso* *; sequitur igitur Retardatio, in hoc adscensu, eandem rationem, quam sequitur

1961. Retardatio Corporis, oriunda ex *Resistentiâ*, de quâ agimus; sed Retardatio Corporis adscendentis est æqualis *; ergo & talis est Retardatio, quam examinamus.

1962. Quamdiu ergo idem Corpus, eodem modo, per idem Fluidum movetur, quacunque Velocitate feratur, sepositâ *Resistentiâ ex secundâ causâ*, æqualibus Temporibus, æquales gradus Velocitatis amittit; & percurrendo Spatium determinatum *, quod Quadrato Velocitatis in initio proportionale erit *, in Tempore, ipsi Velocitati huic proportionali *, integrum amittet motum.

Hinc videmus Corpora in Fluido mota tandem quiescere, quod communi admittâ opinione, de Viribus ipsis Velocitatibus proportionalibus, difficulter admodum explicari poterit, si queat; nam nisi Tempore infinito tota Velocitas consumi non posset.

Retardatio ex secundâ causâ determinatur, ponendo Corpus quiescens, & Fluidum in hoc incurrens; quia facilius investigatur Velocitas, quæ Corpori quiescenti à Fluido communicatur, quàm Retardatio quam Corpus patitur; præstabit ergo Velocitatem hanc considerare, quæ, ab ipsâ Retardatione Corporis agitati per Fluidum quiescens, non differt *.

1964. Pressio, quam in Corpus quiescens exerit Fluidum, immediatè Corpus potest transferre; unde sequitur,

Ve-



Velocitatem infinite exiguam, Momento infinite exiguo constanti, communicari, proportionalem ipsi Spatio, per quod Corpus hoc quiescens, Actione Fluidi, immediate transfertur; quod Spatium ipsi Pressioni proportionale est *; quæ ipsa rationem sequitur Quadrati Velocitatis *.

* 123.

* 1895.

Diminutiones idcirco Velocitatis, quas Corpus in Fluido motum, Momentis, infinite exiguis, equalibus, ex Resistentiâ ex secundâ causâ, patitur, sunt ut Quadrata Velocitatum ipsius Corporis. 1965.

Ex quâ demonstratione sequitur nunquam Corpus, ex solâ Resistentiâ ex secundâ causâ, integram posse amittere Velocitatem. 1966.

Patet etiam in omni casu Retardationem, ex hac Resistentiâ, eandem cum ipsâ rationem sequi, quamdiu Corpus motum eandem Materie quantitatem continet; ubi autem hæc est diversa, Retardatio est, cæteris paribus, inversè ut hæc Materie quantitas *. Ex quibus facile videmus, quomodo, positis demonstratis in Capite præcedenti, Retardationes pro variis Corporibus, & Variis Fluidis, inter se conferri possint. 1967, 1968.

* 138.

Si de Sphæris, Cylindris, aut Conis similibus, Ex. gr. agatur, positis Cylindris, & Conis, juxta axium directiones motis, erunt Retardationes ex secundâ causâ directè ut Quadrata Diametrorum *, ut Quadrata Velocitatum *, ut Densitates Fluidorum *; & inversè ut Densitates Corporum *, & Cubi Diametrorum *; sed ratio directâ Quadratorum, & inversa Cuborum Diametrorum, ad inversam ipsarum Diametrorum reducitur; Idcirco, junctis rationibus ultimâ & primâ, sunt Retardationes inversè ut Diametri. 1969.

* 1967.

1912.

* 1965.

* 1966.

1934.

* 1968.

* 1968.

Nu-

1970. Numeri in harum rationum ratione compositâ deteguntur, multiplicando, pro singulis Corporibus, Fluidi Densitatem per Quadratum Velocitatis Corporis, & dividendo productum hoc per Diametrum ductam in Densitatem Corporis, divisionumque quotientes exprimunt Retardationum relationes.
1971. Hæ etiam deteguntur, si, pro singulis Corporibus,
 * 1937. Pondus, quod valet Resistentiam*, dividatur per Corporis pondus; quotientes enim sunt ut Retardationes*.
- * 1967.
 1968. 156.
 1972. Dum Corpus in Fluido retardatur, singulis momentis, cum mutatâ Velocitate, mutatur Retardatio; unde varia circa motum Corporis in Fluido continuatum, deducuntur, quorum quædam in Scholiis, huic Capiti subjunctis, demonstramus; horum pauca hîc indicabo.
1973. *Sepositâ, ut in ultimis Propositionibus, Resistentiâ ex partium Cohæsione, moveatur Corpus per Fluidum, percurreret hæc Spatia æqualia, Temporibus inæqualibus, quæ erunt in Progressione geometricâ; in quâ eâdem Progressione, sed inversâ, sunt Velocitates in initis horum momentorum.*
1974. Si Globus, aut Cylindrus rectus, juxta axeos directionem moveantur per Fluidum, Cylindri Longitudo, aut Globi Diameter, se habebunt ad Spatia, quibus percurrendo Corpora hæc respectivè dimidium Velocitatis amittunt, in ratione compositâ Densitatis Fluidi ad Densitatem Corporis, & numeri 10000. ad 13863.
1975. Corporis autem, quod in Fluido movetur, Retardatio ab utrâque causâ Resistentiæ pendet, & est pro parte æqualis*,
 * 1961.
 * 1965. pro parte ut Quadratum Velocitatis*.
- Quod etiam ad Corpora adscendentia & descendentia applicari potest.
- Cor-

*Corpus Fluido specificè gravius, quod adscendit, aut Fluido specificè levius, quod descendit, præter Retardationem, ex inertia Fluidi oriundam **, aliam æquabilem patitur, non modo ex Cohæsione *, sed præterea, in primo casu, ex Gravitate respectivâ *, in secundo, ex Vi, quâ in Fluido sursum pellitur *.

E contra, si Corpus, specificè Fluido, quo immergitur, gravius, descendat, aut Fluido levius adscendat, continuo acceleratur Vi, quæ valet differentiam Gravitationum specificarum Corporis & Fluidi *; quæ Acceleratio, à Gravitate oriunda, æquabilis est *: minuitur hæc Retardatione à Cohæsione oriundâ, sed æquabiliter *, & est adhucdum æquabilis Acceleratio. Cum autem Retardatio ex secundâ causâ cum Velocitate crescat, minuitur continuo Acceleratio; & Corpus magis ac magis accedit ad Velocitatem quandam maximam determinatam, ad quam tamen nunquam peringere potest.

Illa verò est Velocitas maxima, in quâ Retardatio Accelerationi æqualis est; si enim ad hanc pertingeret Corpus, æquabiliter motum continuaret, Pressionibus oppositis sese mutuò destruentibus.

Corpus Cylindricum hanc acquirit Velocitatem maximam, in Vacuo cadendo ab Altitudine, quæ se habet ad Cylindri Longitudinem, si hic juxta Axeos directionem in Fluido descendat, aut si de Globo agatur, ad hujus Diametrum, ut differentia Densitatis Corporis, in Fluido moti, cum Fluidi Densitate ad hanc Fluidi Densitatem *; si nempe seponamus Retardationem ex partium Cohæsione oriundam; quâ autem posita minor erit Altitudo à quâ, in Vacuo cadendo, Corpus acquirit Velocitatem maximam, de quâ agimus.

Relictis nunc motibus in lineis rectis, pauca etiam addam de motu Pendulorum.

A a a a

Sit

1981.
TAB. L. XL.
Fig. 2.
* 414.

* 1962.

Sit ABD arcus Cycloidis, in quo Pendulum vibratur; B punctum infimum. Acceleratio ex Gravitate in puncto quocunque ut E, est ut EB^* ; sed hæc à Cohæsione minuitur æquabiliter*; sit hæc diminutio ut BF, Acceleratio erit nunc ut EF, & in A erit ut AF. Adscensu Corporis, Retardatio in G, à Gravitate oriunda, erit ut GB, à Cohæsione erit ut BF, & ex his causis conjunctis est ut GF; & in totâ Vibratione, sepositâ aliâ Resistentiâ, Corpus respectu puncti F movetur, ut in Vacuo agigaretur respectu B.

Descensum ideo vocabimus motum Penduli usque ad F, & adscensum motum ultra punctum hoc; agam enim de Pendulis à parte A descendentibus.

1982.

Ut autem demonstramus, quæ obtinent, quando Pendulum etiam Resistentiâ ex secundâ causâ retardatur, fingam Resistentiam, quæ Retardationem generat in ratione Velocitatis; quasdamque, hac positâ, Propositiones demonstrabo; quibus expositis, facilius patebunt, quæ locum habent, quando Retardatio est ut Quadratum Velocitatis.

1983.

~~Pendula duo, omni~~ *nunc Retardatione in ratione ipsius Velocitatis, & Pendula duo, omnino similia, in Cycloide oscillata, inæquales peragant Vibrationes, eodemque momento cadere incipiant; mox inchoant Velocitatibus, quæ sunt ut Arcus descensu describendi**; si hæ Impressiones primi momenti solæ considerentur, post Tempus quodcunque Celeritates erunt in eâdem ratione ac in principio; nam Retardationes, quæ sunt ut ipsæ Velocitates, harum proportionem immutare nequeunt; ratio enim inter quantitates non mutatur, additione, aut subtractione, quantitatum in eâdem ratione*. Temporibus igitur

Fig. 17. 18.
El. V.

igitur æqualibus, utcunque inter movendum ex Resistentiâ mutetur Corporis Celeritas, Spatia percurruntur, quæ sunt ut Velocitates in principio *; id est, ut Arcus descensu describendi: idcirco, post Tempus quodcunque, Corpora sunt in horum Arcuum punctis respondentibus. In hisce autem punctis Accelerationes sunt in eâdem ratione quàm in principio *; & ratio inter Celeritates, quæ ex Resistentiâ non variatur, ex Acceleratione etiam nullam mutationem patitur. In adscensu motus Corporum retardatur, sed, in punctis respondentibus, Retardationes sunt in eâdem ratione, in quâ sunt in descensu Accelerationes. Ubique ergo, in punctis respondentibus, Celeritates sunt in eâdem ratione. Cum autem, iisdem momentis, Corpora sint in hisce punctis respondentibus, sequitur motum amborum eodem momento destrui, id est, *iisdem Temporibus Vibrationes absolvi*. Spatia, in integris Vibrationibus percurra, cum æqualibus Temporibus percurrantur, & cum, in singulis momentis, Velocitates sint inter se in eâdem ratione, sunt quoque in hac ratione; id est, *Arcus, integrarum Vibrationum, sunt ut Arcus descensu descripti*, quorum dupla sunt Arcus in Vacuo describendi. Ergo *Defectus Arcuum, in Fluido descriptorum, ab Arcubus, in Vacuo describendis, sunt differentia quantitaturn in eâdem ratione, & sunt ut Arcus descensu descripti* *.

Crescat nunc Retardatio in ratione duplicatâ Velocitatis, & Vibrationes inæquales peragat Corpus pendulum, majores erunt magis diuturnæ, propter Resistentiam magis crescentem quàm in casu N. 1982.

Celeritates tamen, positis Arcubus non admodum inæqualibus,

libus, in Arcuum descriptorum punctis respondentibus, sunt ubique quam proximè in eâdem ratione, & quidem ratio-

1988. ne Arcuum descensu descriptorum. Si Retardatio esset in ratione Celeritatis, hæc proportio obtineret; nunc verò turbatur, propter majorem Resistentiam in majori Vibratione, quâ motus in hac magis minuitur. Sed duplici ex causâ magis acceleratur. 1. Vibratio hæc

1986. major diutius durat; Corpusque diutius hæret in certo Spatio, quàm in Spatio respondententi in Vibratione minori; ideo per longius Tempus acceleratur. 2. Defectus Arcûs descripti, ab Arcu in Vacuo describendo, major est, servatâ proportionem, in Vibratione majori; quia in hac Retardatio magis differt à Retardatione in minori Vibratione, quàm in N. 1984. Puncta ergo respondentia, servatâ proportionem, magis à Puncto F, in Arcu majori quàm in minori, distant, quamdiu in hoc Corpus descendit; major ideò, servatâ proportionem, in illo datur Acceleratio; quia hæc est ut Corporis distantia à puncto F. Datur ergo compensatio, & memorata proportio instauratur. In adscensu Corporis, duratio Retardationis concurrit cum ipsâ Retardatione ad hanc turbandam proportionem; sed nunc minus in majori Arcu puncta respondentia, servatâ proportionem, à puncto F distant, quàm in minori, & ex Gravitate minor, servatâ proportionem, Retardatio datur; & ita jam, servatâ proportionem, crevit differentia distantiarum punctorum respondentium à puncto infimo, ut ex hoc solo facile compensatio detur.

Retardationes, quæ sunt ut Quadrata Celeritatum, sunt igitur ubique, in punctis respondentibus, proximè ut Quadrata Arcuum descensu descriptorum; &, in eâdem

dem etiam erunt ratione summæ omnium Retardationum *; quæ sunt *differentiæ inter Arcus descensu & ascensu proximo descriptos*. Hæ ergo differentiæ, si *Vibrationes non fuerint admodum inæquales, sunt quam proximè ut Quadrata Arcuum descensu descriptorum*. Hoc etiam cum Experimentis satis exactè congruit.

MACHINA,

Quæ Experimenta de Pendulorum Retardationibus instituuntur.

Arca AB tres Pedes longa, & Pedem unum lata 1990.
& altitudinis unius Pedis, Aquâ impletur; Lamellæ *i*, TAB. LXI.
fixæ, & medio Arcæ respondent, Pendulum *gp* su- Fig. 3.
spenditur. Constat hoc ex Filo æneo *gh*, septem aut octo Pedes longo, & ex Globo plumbeo *p*, Diametri unius Pollicis cum semisse. Quando Pendulum quiescit, distat Globus ab Arcæ fundo tribus Pollicibus. In *P* Globus major plumbeus, Diametri trium Pollicum, cum memorato Filo jungitur; ut Globus *p* in Aquâ minus retardetur.

Lamella memorata *i* separatim in I exhibetur, firmatur hæc duabus cochleis in Lignum perennansibus, & cum hac cohærent duæ minores Lamellæ *L* & *M*, perforatæ ut axem, circa quem Pendulum movetur, recipiant. Axis hic acutus est ab inferiori parte, ut axis Libræ, & hæret in solido æneo *O*, ipsi Filo Penduli juncto. Foraminibus inseritur axis, sublatâ Lamellâ *M*, quæ, iterum applicata, firmatur auxilio cochleæ *n*. Fig. 4.

Juxta latitudinem Arcæ, super hujus ora, moveri potest Tabella lignea altitudinis circiter quinque Pollicum, cui applicantur Regulæ divisæ æneæ, *CD*, *CD*,
A a a a 3 &

& Indices F, F, ad Angulos, à Pendulo descensu & adscensu descriptos, mensurandos, methodo in N. 737. traditâ.

EXPERIMENTUM.

1991. Regulæ CD, CD, ita disponantur, ut extremitates D, D Pendulo respondeant, quando hoc quiescit, & ut inter illas extremitates distantia detur æqualis Diametro Fili ænei cui Corpora P, p, cohærent. Dimittatur Pendulum successivè à variis Altitudinibus, quæ in singulis occasionibus Indice notantur: deteguntur Altitudines ad quas Pendulum adscendit, si variis vicibus ab eâdem Altitudine dimittatur, & Index alter mutetur, donec ad hunc Pendulum in adscensu appellat; sed, remoto parum Indice, ad ipsum non pertingat.

Differentiæ Arcuum, adscensu & descensu descriptorum, erunt proximè inter se ut Quadrata Arcuum descensu descriptorum, si ad hoc attendamus, æqualiter Vibrationes singulas esse minuendas, propter Resistentiâ ex partium cohæsione.

Notandum autem Pendulum non esse dimittendum quiescente Aquæ superficie.

S C H O L I U M I.

De Logarithmicâ.

Quæ in Scholiis sequentibus, de Retardationibus Corporum, in Fluidis motorum, demonstrantur, Lineæ Logarithmicæ proprietates pro fundamento habent. Formationem ideò hujus Curvæ, proprietatesque, quibus in sequentibus indigemus, in hoc Scholio exponam.

1992.
TAB.
LXII.
fig. 1.

Sit AB recta, & in hac partes infinitè exiguæ AD, DF, FH, &c. æquales inter se. Sint præterea ad AB, perpendiculares AC, DE, FG, HI, &c. infinitè parum differentes, & quæ sint in Progressione continuâ geometricâ

metricâ. Si nunc Curva transeat per extremitates C, E, G, I, &c. erit hæc Logarithmica, cujus Asymptotos erit AB, ad quam continuo Curva accedit, & ad quam nunquam pertinere potest.

Eadem datur ratio inter Ordinatæ duas quascunque, si inter ipsas eadem detur distantia. AC se habet ad HI, ut LM ad RS, si distantia AH distantie LR fuerit æqualis. Ratio enim, quæ datur inter AC & HI, componitur ex rationibus AC ad DE, DE ad FG, & FG ad HI; ratio LM ad RS, componitur ex rationibus LM ad NO, NO ad PQ, & PQ ad RS: rationes componentes singulæ sunt æquales inter se*; numerusque rationum componentium, in utroque casu, idem est; propter æquales distantias AH, LR: ergo & æquales sunt rationes compositæ. Q. D. E.

DEFINITIO 1.

Logarithmus Ordinatæ cujusunque dicitur Abscissa ipsi respondens, ubicunque initium Abscissarum ponatur. 1993.

DEFINITIO 2.

Distantia inter duas Ordinatæ vocatur Logarithmus rationis, quæ inter ipsas datur. Estque differentia Logarithmorum ipsarum Ordinarum. 1995.

Positis iterum AH & LR æqualibus, habemus

AC, HI::LM, RS*; & dividendo

AC—HI=TC, AC::LM—RS=VM, LM*. Quare est

TC, VM::AC, LM*.

Id est, Ordinatæ sunt inter se ut harum singularum differentie cum aliis Ordinatis, æqualiter ab his distantibus.

In puncto quocunque C, Logarithmicæ CM, ductâ Tangente CT, quæ Asymptoton secat in T, habetur Subtangens AT: & est hæc constans in omnibus Curvæ punctis; ductâque in M tangente MV, erunt æquales AT, LV. Ut hoc pateat sint AD, LN, infinite exiguæ, & æquales; ductisque Ordinatis DE NO, sint Ec, Om, ipsi AB parallelæ. Triangula CcE, CAT, sunt similia; ut & MmO & MLV; ergo

Cc, cE::CA, AT, Altern. Cc, CA::cE, AT.

Mm, mO::ML, LV, Altern. Mm, ML::mO, LV.

Sed Cc, Mm::CA, ML*, & altern. Cc, CA::Mm, ML; ergo & cE, AT::mO, LV: sed sunt æquales cE, mO; idcirco & AT, LV. Quod demonstrandum erat

Si, servatis Ordinatis AC, DE, FG, HI &c. servatæque æqualitate distantiarum AD, DF, FH, &c. distantie hæc augeantur, aut minuantur, manifestum est Logarithmicam mutari, Subtangenterque etiam mutari in eadem ratione, in quâ distantie hæc mutantur; nam in triangulo CcE, servato latere Cc, si mutetur cE, in Triangulo simili CAT, cujus latus CA servatur, in eadem ratione cum cE mutabitur AT.

Etiam in eadem ratione, in quâ singulæ distantie minores mutantur, mutantur summæ distantiarum quarumcunque: id est ut mutatur AD sic & mutatur AH, Log. rationis AC ad HI; unde sequitur, in diversis Logarithmicis Subtangentes esse inter se, ut sunt Logarithmi rationum æqualium.

In Tabulis Logarithmorum, quas editas habemus, Logarithmus rationis unius

1993.

* 1992.

1994.

1995.

* 1993.

* 17. El. V.

* 16. El. V.

1996.

TAB.

LXII.

Fig. 2.

1997.

1998.

1999.

TAB.

LXII.

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 1.

2000.

2001.

nus

nus ad decem est ipsa Unitas; & Logarithmi rationum intermediarum per fractiones decimales exprimuntur, estque Subtangens Logarithmicæ Tabularum 0,43429.44819.

S C H O L I U M II.

De Retardatione in genere.

2002. **R**etardatio, & Acceleratio, mensuratur, positis Momentis infinitè exiguis æqualibus; Retardatio, quæ à primâ causâ pendet, æquabilis dicitur, quia
 * 1962. diminutiones Velocitatis, æqualibus Temporibus, sunt æquales *. Retardatio ex secundâ causâ dicitur ut Quadratum Velocitatis, quia diminutiones, in
 * 1965. Momentis infinitè exiguis æqualibus, sunt ut hæc Quadrata *.
 2003. In singulis autem Momentis, infinitè exiguis, Retardationes, & Accelerationes, durante hoc Momento, sunt æquabiles; nam in tali Momento mutatio in Actione respectivâ pro nullâ haberi potest; ergo, si momenta differant, erunt
 2004. Retardationes, & Accelerationes, ut ipsa momenta; id est, sunt hæc in momentis infinitè exiguis inæqualibus, in ratione compositâ rationis Retardationum, & Accelerationum, positis Momentis æqualibus *, & rationis ipsorum Momentorum inæqualium *.
 2005. Quando Spatiola infinitè exigua sunt æqualia, momenta quibus singula Spatiola percurruntur, sunt inversè ut Velocitates *, ergo Retardationes, & Accelerationes, quas Corpus patitur, percurrendo singula talia Spatiola æqualia, sunt directè ut Retardationes, positis Momentis æqualibus, & inversè ut Velocitates *.
 * 120. * 2004. Ideo in Retardatione ex primâ causâ, si Spatiola infinitè exigua fuerint æqualia, sunt Velocitatis diminutiones inversè ut Velocitates *.
 2006. In Retardatione ex secundâ causâ sunt Velocitatis diminutiones, in Spatiolis æqualibus, directè ut Quadrata Velocitatum, & inversè ut ipsæ Velocitates *,
 * 1965. 2007. inversè ut Velocitates.

S C H O L I U M III.

De Retardatione ex primâ Causâ.

2008. **S**it AC Spatium, in quo Corpus totam amittit Velocitatem, quando ex
 TAB. LXI. primâ causâ solâ retardatur, dum Velocitas in initio repræsentatur lineâ
 Fig. AD.

Dum Spatium hoc AC à Corpore percurritur, patitur hoc easdem mutationes, quibus subjicitur Corpus adscendens, quod solâ retardaretur Gravitate, & quod ad Altitudinem AC adscendendo, totam amitteret Velocitatem *. Quadratum igitur Velocitatis in A se habet ad Quadratum Velocitatis in alio puncto quocunque B, ut AC ad BC *. Si ergo fuerit AD ad BE, in ratione subduplicatâ AC ad BC, repræsentabit BE Velocitatem in B. Datur

tur autem ratio hæc inter Ordinatas Parabolæ, quæ tranſit per C & D, poſita C extremitate Diametri AC*.

Idcirco, ſi Parabolæ Diameter repræſentat Spatium percurſum, Ordinatæ ad Diametrum Velocitates, in punctis quibuſcunque, designabunt, ſi Corpus ex ſolâ primâ cauſâ retardetur, aut aliam quamcunque retardationem æquabilem patiatur.

Si ſpatiola Aa & Bb, infinite exigua, fuerint æqualia, diminutiones Velocitatum DF, GE, erunt inverſe ut ipſæ Velocitates AD, BE*; Si Aa aut Bb muteur, mutatur in eâdem ratione DF aut GE; ergo in Parabolâ, differentiæ infinite exigue Ordinatarum vicinarum ſunt directè ut differentiæ Abſciſſarum reſpondentium, & inverſe ut ipſæ Ordinatæ. Quod etiam ex ſolâ conſideratione Parabolæ deduci potuiſſet.

Si duo dentur Corpora, æqualibus Velocitatibus mota, quæ diverſas patiuntur Retardationes ex primâ cauſâ, aut in genere Retardationes diverſas æquabiles, ſunt Spatia, quibus percurrendo integræ Velocitates tolluntur, inverſe ut Retardationes in Momentis æqualibus, ut hoc facilè deducitur ex demonſtratis de adſcenſu ſuper Planis inclinatis. Nam Velocitatibus æqualibus Corpora ad eandem adſcendunt Altitudinem ſuper Planis diverſis*; id eſt Spatia, quibus percurrendo integras amittunt Velocitates, ſunt ut Planorum Longitudines, poſitis Altitudinibus æqualibus: ſed in hoc caſu ſunt Preſſiones, quibus Corpora ſuper his Planis deſcendere conantur, quæ ſunt ut Velocitates eodem Tempore communicatæ, aut ſublata, in ratione inverſâ Longitudinum*.

SCHOLIUM IV.

De Retardatione ex ſecundâ Cauſâ.

SI AB, Logarithmicæ Aſymptotes, Spatium à Corpore in ~~percurſum~~ repræſentat, poterunt Velocitates, in ſingulis punctis, Ordinatis repræſentari, ſunt enim Velocitatum decremента, in Spatiis infinite exiguis æqualibus, AD, DF, FH, &c. ut ipſæ Velocitates*, & decremента Ordinatarum AC, DE, FG, &c. ut ipſæ Ordinatæ*.

Unde ſequitur, ſi Spatia fuerint æqualia, ut AL, LX, XB, Velocitates in punctis A, L, X, B, quæ designantur Ordinatis AC, LM, XZ, BK, eſſe in Progreſſione geometricâ*; ut notavimus in N. 1973.

Sit AT Logarithmicæ Aſymptotes; BY Logarithmica; BM ejuſdem continuatio, in ſitu contrario poſita.

Si nunc ſumamus Ordinatam quamcunque, ut TYM; Logarithmus rationis TM ad AB eſt AT*, qui etiam eſt Logarithmus rationis AB ad TY; ſunt ergo in continuâ Proportionem TM, AB, TY*: & Quadratum AB valet TM×TY*: ſuntque æqualia eidem Quadrato AB, idcircoque inter ſe, Rectangula omnia ut TY×TM, SX×SL; PE×PG, &c.

Idcirco creſcunt Ordinatæ, quæ Curvâ BM terminantur, ut minuuntur Bb bb reſpon-

*Ia Hirc
ſicli. con. lib.
3. prop. 1.
2009.

*2006.
2010.

2011.

*399.

*341.

2012.
TAB.
Fig. 1.
*2007.
*1996.
2012.

*1993.
2014.
TAB.
Fig. 3.
*1995.
*1993.
*17. El. V

respondentes, quæ Curvâ BY terminantur; suntque primæ inversæ ut secundæ.

2016. Spatiola infinitè exigua Velocitate æquabili singula percurruntur; sunt ergo Momenta, quibus talia Spatiola æqualia AC, CP, PQ, &c. percurruntur, inversè ut Velocitates, quibus hæc ipsa percurruntur *; id est, inversè ut
- * 120. AB, CD, PE, &c. *; aut directè ut AB, CF, PG &c. *; quæ sunt ut differentiæ, Bb, Ff, Gg &c. *.

- * 1996. Totum igitur Tempus, quo linea ut AQ percurritur, omnibus hisce differentiis conjunctim repræsentatur, id est, lineâ NH; eodem modo OM repræsentat Tempus, quo QT percurritur: si vero Spatia AQ, QT, fuerint æqualia, erit NH ad OM, ut QH ad TM *; id est, inversè ut QK ad TY *, aut AB ad QK *.

- * 1993. Tempora ergo, quibus Spatia æqualia successivè percurruntur, sunt inversè ut Velocitates in fine, aut inversè ut Velocitates in initiis Spatorum, ut; minus in N. 1973.

2018. Ponamus iterum Corpus, quod in lineâ AB movetur, & ex secundâ causâ solâ retardatur; sit AC Velocitas in A, & CM Logarithmica, quæ in aliis punctis Velocitates determinat *; ut hac Curvâ, & Tabulis, utamur in computationibus, necesse est, ut determinemus magnitudinem Subtangents Logarithmicæ, quæ usu venire potest in casu quocunque proposito; aut, quod idem est, debemus determinare, in Figurâ datâ quacunque, quodnam Spatium Subtangente repræsentatur.

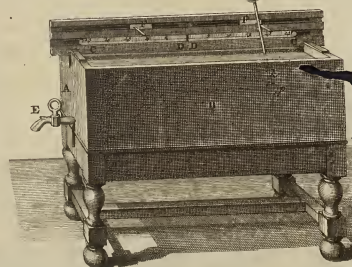
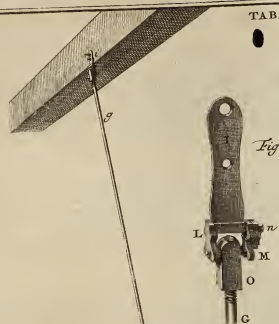
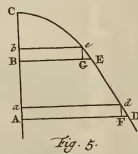
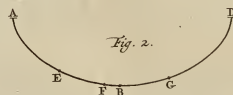
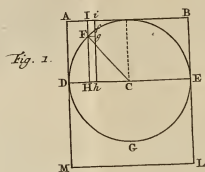
Ponamus AC esse Velocitatem, quâ si Corpus in Fluido feratur, Resistentia ex secundâ causâ ipsi ponderi Corporis æqualis sit.

2019. Ergo Corporis pondus, id est, *Pressio ex Gravitate*, quæ Corpus adscendens retardat, æqualis est *Pressioni*, quam Corpus, de quo agimus, ex *Resistentiâ ex secundâ causâ* patitur. Pressiones hæc ambæ immediatè Corpus transferunt, quando in hoc agunt: ergo æqualiter eundem Motum ejusdem Corporis mutare possunt; estque Retardatio, quam Corpus in Fluido patitur in primo Momento, æqualis Velocitati, quam in Momento æquali Corpus adscendens, & quod Gravitate retardatur, amittit.

2020. Sit nunc Cc Retardatio, quam Corpus patitur percurrendo AD, erit Cc Velocitas, quam Corpus amittit, adscendendo ad Altitudinem AD, quando Gravitate retardatur. Concipiamus nunc Parabolam descriptam, cujus Axis sit in AB, & quæ per puncta C & E transeat, id est, eandem habeat Tangentem CT cum Logarithmicâ, quæ per C & E transit, & cujus Asymptotos est AB.

- Ordinatæ Logarithmicæ hujus designabunt Velocitates Corporis in Fluido moti, cujus Velocitas in A est AC *: & AX Axis Parabolæ, cujus Vertex est X, demonstrabit Altitudinem, ad quam Corpus, Velocitate AC in altum projectum, & solâ Gravitate retardatum, potest adscendere *; igitur XA, dimidium Subtangents AT *, designat Altitudinem à quâ Corpus in vacuo cadendo acquirit Velocitatem, quâ si Corpus per Fluidum moveatur, Resistentiam patitur ponderi ipsius Corporis æqualem, quæ Altitudo datur *.

- * 1940. Hisce positis sequentia sponte sequuntur. Sit AL spatium à Corpore percursum.



Ut AX, Altitudo, à quâ Corpus, in Vacuo cadendo, acquirit Velocitatem, 2022;
 quæ dat Resistentiam Ponderi Corporis æqualem, ad AL, spatium à Corpore in
 Fluido percursum, ita dimidium Subtangente Tabularum, id est AX, numeris
 Tabularum expressâ, ad AL iisdem numeris designatam, id est, ut 0,21714.
 72409. * ad Logarithmum rationis inter Velocitates in initio & in fine Spa- 2001;
 tii *. 2012.
 2023.
 * 1995.
 1993.
 2024.

Numeri quicunque in Tabulis, quorum Logarithmorum differentia est
 Logarithmus Rationis detectus, sunt inter se ut hæ Velocitates *.

Eadem hac Regulâ, datâ ratione inter Velocitates in initio & fine Spatii
 percursum, detegitur Spatium hoc.

Logarithmus rationis 2. ad 1. habetur, subtrahendo ex Log. numeri duo 2025;
 0,30102.99957. Log. 0. Unitatis; ergo ut 0,21714. 72409, ad 0,30102.99957,
 id est, ut 1000000000. ad 13862945972, ita Altitudo, à quâ, in Vacuo
 cadendo, Corpus acquirit Velocitatem, quæ dat Resistentiam ponderi æqua-
 lem, ad Spatium, in quo Corpus dimidium Velocitatis amittit *. Congruit 2027;
 hoc cum indicatis in N. 1974.

Si in puncto quocunque Retardatio ex secundâ causâ fiat æqualis, Spatium 2026;
 in quo tota destruitur Velocitas dimidiatâ Subtangente repræsentatur, ut sequi-
 tur ex demonstratione N. 2019., quæ & hic applicari potest; cum autem Sub-
 tangens constans sit *, sequitur etiam in Fluido homogeneo, quale in his ubi-
 que ponimus, Spatium illud non mutari, quomocunque varietur Veloci-
 tas; & hoc æquari Altitudini à quâ, in Vacuo cadendo, Corpus acquirit Veloci-
 tatem, quâ posita, Resistentia ponderi æqualis est *. 2028;

SCHOLIUM V.

De ambabus Retardationibus conjunctim.

Si AM linea, quam Corpus in Fluido percurrit; sit hæc Asymptos Lo-
 garithmicæ ISP, cujus AI est Ordinata; sit præterea GFB Parabola, 2028;
 cujus Axis est IB; Vertex B; Ordinata GI, parallela AM; Parameter
 BI. Si AB fuerit ad BI, ut Retardatio ex primâ causâ ad Retardationem ex
 secundâ in puncto A, poterit Velocitas in puncto quocunque, ut C, deter-
 minari. Nam si in hoc puncto detur CD, ad AM perpendicularis, Ordina-
 ta Logarithmicæ, & per D ducta sit DF ad IG & AM parallela, erunt
 GI & FE, ut Velocitates in punctis A, & C, si Logarithmica ritè deter-
 minata sit; de quâ determinatione statim agam.

Ut hoc demonstremus ponimus Aa & Cc infinitè exiguas, & æquales; si
 Velocitates, in punctis a & c, ut in puncto C determinentur, erunt hæ KH
 & ef; decremента ergo Velocitatum, dum spatia æqualia Aa, Cc percur-
 runt, sunt Gg & FL; demonstrandum, si Gg resolvatur in duas partes
 quæ sint ut AB ad BI, FL posse resolvi in duas ita, ut partes primæ utri-
 usque decremmenti sint inversè ut GI ad FE *, & secundæ directè in eadem
 ratione GI, aut BI * (quia hæc est Parabolæ Parameter), ad FE *: id est, 2006.
 * La Hire
 sect. con. lib.
 3. prop. 2.
 * 2007.

Bb bb 2

debe-

debemus probare Gg se habere ad FL, ut $\frac{AB}{GI} + \frac{BI}{GI}$ ad $\frac{AB}{FE} + \frac{FE}{GI}$.

* 2010. Hæc autem est demonstratio; Gg, FL:: $\frac{IK}{GI}, \frac{Ee}{FE}$ *; sed IK, Ee::AI;

* 1996. AE *; ergo Gg, FL:: $\frac{AI}{GI} = \frac{AB}{GI} + \frac{BI}{GI}, \frac{AE}{FE} = \frac{AB}{FE} + \frac{BE}{FE}$.

* La Hire
sect. con lib.
3. prop. 1.

Verùm $\frac{BE}{FE} = \frac{BE \times FE}{FE \times FE} = \frac{BE \times FE}{BE \times BI} = \frac{FE}{BI} = \frac{FE}{GI}$ propter æquales BI,

GI: Ergo Gg, FL:: $\frac{AB}{GI} + \frac{BI}{GI}, \frac{AB}{FE} + \frac{FE}{GI}$. Quod demonstrandum erat:

Spatium in quo Corpus totam amittit Velocitatem est BP, aut AQ, in puncto enim Q Velocitas nulla est *.

* 2027.
2029. Ut nunc ipsam Logarithmicam determinemus, & hæc Figura computationi inserviat, Spatium, datâ lineâ representatum, determinandum est; ut & ratio quæ datur inter IB & BA; ad quæ sine Experimentis, circa ipsas Retardationes institutis, pervenire non possumus.

2030. Ponimus ergo Experimento detectum fuisse Spatium AQ, in quo Corpus totam amittit Velocitatem; quo Spatio dato, ratio inter AB & BI, quæ est ratio Retardationum in puncto A, nempe *in initio, detegi potest*, sequenti modo.

2031. Velocitas in A lineâ GI, aut BI ipsi æquali, representatur; & Retardatio, dum Spatium Aa percurritur, est Gg, ut vidimus; hæc (propter Subtangentem Parabolæ duplam Abscissæ BI *, ideoque duplam GI) dimidium est ipsius gH, aut ik.

* La Hire
sect. con lib.
2. prop. 20.

Logarithmicam ISP tangit linea IKO; sumtâ AM duplâ AO, ductâque IM, quæ secat ki in m, erit ki duplâ mi, quæ ergo Gg æqualis est, Retardationemque representat.

Sic ad AI parallela MT; quam in N. secat BP producta; ita ut æquales sint AB, MN, ut & BI, NT; ductâ ergo IN, quæ mi secat in n erit AB, ad BI, id est, prima Retardatio ad secundam in puncto A, ut mn, ad ni; representant idcirco hæc separatim utramque Retardationem; nam summa Retardationes conjunctim designat.

Est nunc ni Retardatio, quam Corpus, dum BI, quæ GI æqualis est, Velocitatem in A exprimit, ex secundâ causâ solâ patitur. Si igitur concipiamus Logarithmicam IR, cujus Asymptos sit BN, & quæ transeat per I & n, designabit PR Velocitatem quam Corpus, si ex solâ secundâ causâ retardaretur, superflitem haberet, percurrendo Spatium, Experimento detectum, AQ, aut BP *; potestque ratio inter BI & PR detegi *.

* 2012.
* 2021.

Subtangens Logarithmicæ IR est BN, aut AM dupla AO, quæ est Subtangens Logarithmicæ IP.

Si ergo AQ, æqualis BP, Logarithmo rationis BI ad PR, in duas partes æquales dividatur in V, & VS detur perpendicularis ad AQ, erit BI

2000. ad PR, ut AI ad VS *. Sunt autem in continuâ Proportionem AI, VS, QP

QP *; ergo AI^q ad VS^q, id est, BI^q ad PR^q, ut AI ad QP, aut AB; 1993.
& dividendo

$$BI^q - PR^q, PR^q :: AI - AB = BI, AB.$$

Quod sic enuntiaripotest: ut *Quadratum Velocitatis Corporis in initio minus Quadrato Velocitatis, quam, si Corpus ex solâ secundâ causâ retardaretur, supersisteret haberet, post percursum Spatium, in quo, dum ex ambabus causis retardatur, totum motum amittit, ad hoc ultimum Quadratum, ita Retardatio ex secundâ causâ ad Retardationem ex primâ, in primo momento idios.* 2032.

His præmissis, computatione detegimus Velocitatem in puncto quocunque dato lineæ AQ, ut C. 2033.

Quærimus in numeris Tabularum Logarithmum rationis BI ad PR *, qui est Logarithmus rationis AI ad VS; si hic duplicetur habemus numerum qui representat AQ, si ponamus ISP esse Logarithmicam Tabularum: demonstrata enim ad Logarithmicam quamcunque applicari possunt; Dicatur hic numerus L. 2022.

Ut spatium AQ, in quo Corpus totum motum amittit, ad Spatium datum AC, id est, AQ ad AC, ita L ad Logarithmum rationis AI ad CD aut AI ad AE: qui ergo datur, potestque designari litterâ M.

Sumto nunc ad libitum numero, qui designat AI, Log. AI—M erit Log. numeri qui designat CD *, aut AE. Log. AI—L est Log. numeri, qui designat QP, aut AB: quos numeros determinamus: dantur ergo tres numeri, qui sunt inter se ut AI, AE, AB; quare ex primis duobus subtracto ultimo, restant numeri, qui sunt ut BI ad BE, id est, ut Quadrata Velocitatum in A & C *, in initio & puncto dato. 1995.
2037.
La fire
sect. con. lib.
3. prop 1.

Operatione contrariâ, datis Velocitatibus GI & FE; & Spatio AQ, in quo Corpus totam amittit Velocitatem, detegitur punctum C. Nam datâ AQ, detegitur ratio inter BI & BA *; sumtoque numero qui Velocitatem GI, æqualem BI, exprimit, datur BA; sed ut GI^q ad FE^q ita BI^q ad BE, datur ergo numerus qui lineam hanc exprimit; ideoque numeros determinamus, qui sunt inter se ut AB, AE, AI. Ex demonstratis autem constat * differentiam Log. AI, AB, ad differentiam Log. AI, AE, ita AQ ad AC, spatium percursum, quod ergo detegitur. 2034.
2032.

Determinatur etiam CQ, Spatium in quo Corpus amittit totum Motum, datâ aliâ Velocitate FE in initio, subtrahendo nempe AC ex AQ. 2035.

Posuimus Experimento detectum fuisse spatium AQ, in quo Corpus totam amittit Velocitatem, quando in A, id est, in initio, habet Velocitatem; cum quâ ipsum Experimentum fuit institutum. Si verò, datâ aliâ Velocitate, Experimentum fuisset tentatum; tali Ex. gr., quæ se haberet ad Velocitatem in initio, ut FE ad GI, easdem computationes inire possemus. 2036.
1940.

Spatium Experimento detectum est CQ. Si ponamus IR esse Logarithmicam Tabularum, cum BI sit æqualis GI Velocitati in A, detegimus numerum Tabularum qui exprimit XP *, aut CQ; hic numerus exprimit dimidiatam CQ, si agatur de Logarithmicâ IDP *, duplicato igitur numero Bb bb 3; 2037.
2022.
2000.

ro habemus CQ, Log. rationis inter CD & QP, id est, AE & AB. Cum verò detur ratio inter FE & GI, datur etiam ratio inter BE, BI, quæ illius est duplicata; ex quibus deducimus numeros qui sunt ut BI ad AB, ut in N. 2031.

- Si nunc concipiamus, datâ Velocitate GI, solam locum habere Retardationem ex secundâ causâ, hancque æquabilem fieri, datur Spatium in quo tota destruitur Velocitas *; hoc autem Spatium se habet ad Spatium, in quo, solâ Resistentiâ ex primâ causâ, tota Velocitas destruitur, ut AB ad BI *; quæ ratio cum detur *, etiam determinamus Spatium hoc. Spatia autem hæc, in diversis Fluidis, sunt inversè ut partium Cohæsiones *.
2036.
2038.
2011.
2032.
2037.
2039.
2011.

S C H O L I U M VI.

De Corporibus in altum projectis.

2040. Corpus, Fluido specificè gravius, quod in hoc in altum projicitur, tribus ex causis retardatur, ex Gravitate, & ambabus causis in hoc Capite explicatis. Retardatio ex Gravitate, & ex primâ causâ, sunt ambæ æquabiles *, & conjunctæ æquabilem tantum efficiunt Retardationem; quare & hic applicari possunt, quæ in superiori Scholio demonstrata sunt.
377. 1961. 2041. Si ergo unico Experimento constet, ad quam Altitudinem Corpus in Fluido, datâ Velocitate, ascendit, sequentia Problemata solvuntur.
2042. 1. Detegitur Altitudo, ad quam, datâ aliâ Velocitate quacunque, Corpus adscendere potest *.
2043. 2. Datâ Velocitate in initio, detegitur Velocitas in puncto dato *.
2033. 3. Detegitur, datâ Velocitate, Spatium, in quo, sepositâ Resistentiâ ex secundâ causâ, solâ Retardatione ex Gravitate respectivâ & Cohæsione conjunctim, Corpus Motum suum amitteret *.
2044. 4. Detegitur Spatium in quo Corpus, datâ Velocitate motum, ex solâ Cohæsione Motum amitteret.
2045. Nam cum Velocitas detur, datur Altitudo, ad quam Corpus in Vacuo adscendere potest; est hæc ad Altitudinem ad quam in Fluido Corpus, dum solâ Gravitate respectivâ retardatur, adscendit, ut Gravitas hæc respectiva est ad pondus integrum *.
2046. Est verò Altitudo hæc ultima ad Altitudinem, ad quam adscendit Corpus, dum Gravitate respectivâ & Cohæsione retardatur, quæ Altitudo etiam datur *, ut Retardatio ex his ambabus causis ad Retardationem ex solâ Gravitate respectivâ *.
2047. Idcirco dividendo ut differentia harum Altitudinum ad ultimam, ita Retardatio ex Cohæsione ad Retardationem ex Gravitate respectivâ; & in eadem ratione Altitudo dum sola Gravitas respectiva retardat, ad Spatium, in quo solâ Cohæsione Motus perit *.
2011. 2048. 5. Tandem, datâ Velocitate, detegimus Spatium, in quo Corpus in Motu horizontali, dum Cohæsione & Inertiâ retardatur, Motum amitteret. Quod distinctius explicandum est.

Datur

Datur in præcedenti computatione ratio inter Retardationem ex Cohæſione & Retardationem ex Gravitate reſpectivâ *. Datur idcirco ratio inter primam harum & ipſarum ſummam. Datur quoque Altitudo, ad quam datâ Velocitate, Corpus aſcendit, dum totum motum amittit, quando ex hiſce duabus cauſis, ut & Inertiâ, retardatur*; unde deducimus rationem, quæ datur inter Retardationem ex Cohæſione & ex Gravitate reſpectivâ conjunctim, id eſt, inter dictam ſummam, & Retardationem ex Inertiâ *. Ratio quæ ex his ambabus rationibus componitur, illa eſt, quæ datur inter Retardationem ex Cohæſione & Retardationem ex Inertiâ. Si hæc referamus ad figuram Scholii præcedentis, datur ratio inter AB & BI, poſitâ GI Velocitate, de quâ agitur; & quæritur AQ, Poſſet quidem FE haberi pro Velocitate propoſitâ, in quo caſu ex ratione, inter BE & FE, Parameter BI Parabolæ detegenda foret; ſed determinatæ ſeſe adſtringere Figuræ inutile eſt.

Ex notâ ratione inter AB & BI deduci poteſt ratio BI ad PR*; quâ datâ detegitur BP*, aut AQ.

Corpus Fluido ſpecificè levius, eodem modo in hoc ſurſum fertur, ac gravius Fundum petit; quare demonſtrata in hoc Scholio, ad Corpora Fluidis ſpecificè leviora, & in his motu impreſſo deſcendentia, referri poſſunt.

SCHOLIUM. VII.

De Corporibus in Fluidis cadentibus.

Corpus, quod in Fluido ſponte cadit, continuè æquabiliter acceleratur *, ſed interea Reſiſtentiam patitur, quæ eſt ut Quadratum Velocitatis *. Quæ motum hunc ſpectant etiam Parabolâ, & Logarithmicâ, exhibentur.

Sit QAR Logarithmicæ BDH Aſymtos; Ordinata hujus Curvæ ad Aſymtoton perpendicularis AB; quæ etiam eſt Axis Parabolæ BFQ, cujus Parametrum ponimus AB, & Verticem in B.

Si AR repræſentet Spatium cadendo percurſum, poſito in A puncto ex quo Corpus demittitur, determinatur Velocitas in puncto quocunque ut C, ductâ CD ad AB parallelâ, & per D ad RAQ parallelâ DEF; Velocitatem quæſitam designabit Parabolæ Ordinata EF, dum AQ Velocitatem maximam exprimit, ad quam Corpus non pertingit, niſi poſt percurſum Spatium AR in infinitum productum.

Hæc patebunt ſi, ſumtis ad libitum Spatiolis, æqualibus, infinite exiguis, Cc, Gg demonſtrems augmenta Velocitatum, quæ hic ſL & kM expriment, eſſe inter ſe inverſè ut lineæ FE & KI, quas Velocitates exprimere dicimus, ſublatis partibus, quæ ſunt ut ipſæ hæ lineæ FE & KI*.

ſL;

* 2010.
1996.

$$fL, kM :: \frac{Ee}{FE}, \frac{Ii}{KI} * :: \frac{CD}{FE} = \frac{BA}{FE} - \frac{BE}{FE}, \frac{GH}{KI} = \frac{BA}{KI} - \frac{BI}{KI} *;$$

* La Hire
scilicet con. lib.
3. prop. 2.

$$\text{Sed } BE \times BA = FE \times FE *; \text{ ergo } \frac{BE}{FE} = \frac{FE}{BA}. \text{ Eodem modo } \frac{BI}{KI} = \frac{KI}{BA}.$$

$$= \frac{KI}{BA}. \text{ Idcirco}$$

$$fL, kM :: \frac{BA}{FE} - \frac{FE}{BA}, \frac{BA}{KI} - \frac{KI}{BA}$$

Quod demonstrandum erat.

2053. Ut Figurâ hac in computatione utamur, Velocitas maxima, ad quam Corpus pertingere potest, & quæ QA repræsentatur, determinanda est:

Querimus igitur Velocitatem, quâ concessâ, Retardatio ex secundâ causâ Accelerationi, ex Pondere respectivo, demtâ Retardatione ex primâ causâ, æqualis est; hæc enim est uniformis Acceleratio, quæ, Retardatione ex secundâ causâ, destruenda est, ut Acceleratio cesset *.

* 1979.

2054. Hic iterum Experimento indigemus; detur idcirco Altitudo, ad quam, in Fluido, Corpus, datâ Velocitate quacunque, adscendit; ex hac notâ, elicimus rationem inter Accelerationem ex Pondere respectivo & Retardationem ex Cohæsione *; ideoque rationem Accelerationis hujus ad hanc ipsam, demtâ Retardatione ex Cohæsione: estque hæc ratio ipsa, quæ datur inter Altitudinem, à quâ Corpus in Vacuo cadendo acquirit Velocitatem, quæ dat Resistentiam ponderi respectivo æqualem, quæ Altitudo datur *, & Altitudinem à quâ Corpus, in Vacuo cadendo, acquirit Velocitatem quæsitam QA*.

* 2047.

* 1937.
1938.

* 374-1905.

2055. Hac autem detectâ Altitudine, detegimus etiam aliam à quâ nempe Corpus in Fluido cadendo, sepositâ Resistentiâ ex secundâ causâ, hanc eandem Velocitatem QA acquireret; est enim Altitudo in Vacuo ad Altitudinem in Fluido, ut Retardatio ex pondere respectivo, demtâ Retardatione ex Cohæsione partium, ad Retardationem ex integro pondere *. Concipiamus hanc Altitudinem repræsentari lineâ BA, bO designabit Velocitatem, eodem modo cadendo ab Altitudine Bb, acquisitam*.

* 2005.

2056. Præterea debemus determinare Spatium, notâ quadam portione rectæ AR, designatum; quod fiet si ad hoc attendamus; in principio casus Corpus accelerari pondere respectivo, demtâ Retardatione ex primâ causâ, quia hæc Acceleratio æquabilis est; non autem retardari ex secundâ causâ, quia Velocitas nulla est; ideoque Velocitatem bO, in primo momento infinitè exiguo, cadendo ab Altitudine quæ Aa repræsentatur, acquirit ut in motu indicato, cadendo per Bb; repræsentantque idcirco Bb & Aa, in his lineis diversis, Spatia æqualia: sed est Bb ad Aa, aut bN, ut BA ad AP, Logarithmicè subtangentem; designant ergo etiam BA & AP Spatia æqualia; Spatiumque, subtangente repræsentatum, est Altitudo, à quâ Corpus in Fluido cadendo, sepositâ Resistentiâ ex inertia, Velocitatem maximam acquirere potest.

2057.

Ubi

Ubi nunc Tabulis utendum est, patet, Altitudinem hanc se habere ad Altitudinem quamcunque datam, AG, ut Subtangens Tabularum 0,43429, 44819. * ad numerum in Tabulis, qui Altitudinem datam exprimit. Numerus hicce est Logarithmus rationis BA & GH, quæ ergo ratio datur; quare etiam datur ratio AB & BI, quæ est ratio Quadratorum Velocitatum AQ & IK *; id est, Velocitatis maximæ & Velocitatis, quam Corpus in Fluido revera acquirit, cadendo ab Altitudine datâ AG *.

2058.
* 2001.

* La Hire
scit con. lib.
3 prop. 3.
2052.

SCHOLIUM VIII.

Illustratio quorundam quæ ad retardationem spectant.

Varia circa Retardationes illustranda sunt, quæ, dum ex ante demonstratis sequuntur, non tamen bene inter se, aut cum ante demonstratis, convenire videntur, saltem primo intuitu; quos ut removeam scrupulos, & ipsis sublati, magis, mutuâ omnium partium convenientiâ, confirmantur & Virium & Retardationum Theoriæ, Scholium hoc reliquis addere necessarium duxi.

Scrupulus primus spectat quod diximus in. N^o. 2003., Retardationem & Accelerationem, in singulis Momentis infinitè exiguis, durante Momento, esse æquabiles; difficultas autem datur respectu Accelerationis, & spectat convenientiam hujus Propositionis cum demonstratis de Viribus insitis.

2059.

Concipiamus Corpus quiescens in Fluido agitato; hoc illi in Momento primo, infinitè exiguo, Velocitatem, infinitè exiguam, communicat: Dividatur Momentum in duas partes æquales, in singulis partibus æqualis communicatur Velocitas, propter Accelerationem æquabilem; id est, in primâ parte unicus gradus, infinitè exiguus, Vis, & in secundâ tres similes gradus communicantur Corpori *; licet Actio respectiva non aucta fuerit, quod impossibile videtur.

2007.

* 753.

Ut hunc tollamus scrupulum distinguendum dicimus inter Actiones absolutas & Actiones respectivas. Dum has consideramus, in casu de quo agitur, æquales sunt gradus Velocitatis, qui in partibus æqualibus momenti, infinitè exigui, communicantur, propter non sensibiler mutata Actioneni respectivam; etiam, ad Motus respectivos attendendo, non major Vis in secundâ parte quàm in primâ, ipsius Momenti, Corpori imprimitur: Corpus, cui superadditur gradus unus Velocitatis, unicum gradum Vis acquirit in Nave, in qua Corpus quiescebat, quacunque Velocitate hæc feratur.

2001.

In examine autem Actionum absolutarum non tantum Actiones respectivæ, sed & absolutæ, considerandæ veniunt; ut hoc antea demonstravimus, ubi de Collisionibus egimus *. Corpus A Velocitate a motum, in Corpus B incurrens, majorem huic communicat Vim, si B ad eandem partem cum A feratur, quàm si quiesceret *, licet Velocitas respectiva in illo

2062.

* 995.

* 96. 997.
casu 996.

(casu minor sit, si modo Velocitas Corporis B certum limitem non excedat. Diversa est Actio in Corpus pro diversa Vi, qua jam gaudet, & impossibile si videatur, Corpus idem, eodem modo motum, in idem Corpus incurrere, majorem huic communicare Vim in certo casu, in quo Velocitas respectiva est minor, ad non bene intellectam Virium Theoriam illud referendum est; quod enim Experimentis immediatè probatur, ad impossibilia minime referri posse clarum est; sed rem ipsam satis illustravimus *.

* 1002.

2063. Quando ex Causis Effectus determinare suscipimus, ad hos integros debemus attendere. Ubi de Actione respectiva agitur, Effectui respectivo integro proportionalis illa erit; si Actio sit absoluta, omnem Effectum quemcumque considerare debemus; & omnibus Effectibus junctis Causa respondet.

Ad Fluidorum Actiones hæc referri debere clarum est; & cum Actionum respectivarum, & absolutarum, mutationes non eandem sequantur rationem, etiam in Effectibus respectivis, & absolutis, eandem rationem locum habere non posse clare patet.

2064. Scrupulus secundus, in hoc Scholio removendus, spectat Retardationem

* 1961. ex primâ causâ, quam æquabilem esse demonstravimus *; unde sequitur ex

* 1896. Actione, à Cohæsione partium oriundâ, quam superius explicavimus *, æquali Tempori, æqualem Corpori quiescenti communicari Velocitatem, quacumque Velocitate Fluidum in hoc incurrat *.

* 1955.

* 1962.

Hæc autem convenire non videntur cum ante demonstratis: vidimus enim Corpus, ex Actione à partium Cohæsione oriundâ, quando in Loco retinetur, pati Pressionem, quæ ad instar Velocitatis augetur *; & circa Pressionem in genere demonstravimus, hanc Corpori quiescenti, in momento determinato, infinitè exiguo, communicare Velocitatem, quæ ipsius Pressionis rationem sequitur *.

* 1918.

* 1911.

* 133. 355.

2055.

* 1956.

Fundamentum ratiocinii, quo hanc tolli credimus difficultatem, superius indicavimus *, ipsum nunc ratiocinium clarius explicabimus.

Diximus distinguendum inter Pressionem, quæ immediatè Corpus transfert, & Pressionem quæ non immediatè Corpus transfert. De primâ agitur in N°. 133., & ipsius demonstratio non potest applicari ad casum, in quo Pressio, quæ separat particulas, ita agit, ut & eodem Tempore Obstaculum transferre debeat.

Hæc actiones, toto cœlo distinctas, exserit, pro ut in Obstacula immobilia aut mobilia, majora, aut minora, agit. Ut autem, quæ hoc genus Pressionum spectant, determinemus, quæ sequuntur consideranda erunt.

TAB.

LXI.

Fig. 6.

* 1896.

Actio Fluidi in Corpus, ex Cohæsione partium oriundâ, analoga & similis est Actioni, quam Corpora ut A, B, Filo juncta, in Corpus C exserunt, dum ad latera hujus transeunt, Filumque, Actione suâ in C, frangunt *.

Corpora A & B, quamdiu partes Fili cohererent, premunt punctum C; Filo fracto cessat Pressio; sed si statim, eodem modo, alia duo similia D & F, premant, & post hæc G & H, &c. dabitur Pressio, quæ à Pressione Fluidi, ex Cohæsione oriundâ, non differt. Satis ergo erit demonstrare,

frare, motis hisce Corporibus, æquali Tempore, æqualem Corpori C communicari Velocitatem, quacunque Velocitate ferantur Corpora A, B, D, F, G, H, &c. quæ æqualia ponimus, & æquali Velocitate mota; ipsa autem hæc Corpora in Obstatulum immobile exserere Pressionem, quæ sequitur rationem Velocitatis, qua feruntur.

Corpus omne, quod quiescit, aut cujus Velocitas datur, eo magis resistit quo celerius acceleratur; dum enim determinatum gradum Velocitatis acquirit, determinatus gradus Vis ipsi communicatur; & dum gradum determinatum Vis acquirit, determinatam exserit Resistentiam *: hæc idcirco eadem est, sive lentius sive velocius gradus hicce Vis communicetur, considerando nempe totalem Resistentiam. Eadem de causâ, Resistentia instantanea eo major est, quo celerius Corpus acceleratur; totalis enim Resistentia sequitur proportionem Resistentiæ instantaneæ, & Temporis, per quod duravit; si ergo hoc minuatur illa augenda erit, ut totalis Resistentia servetur: Tempus verò minuitur in ratione, in qua ipsa Acceleratio augetur, & crescit cum ipsa Acceleratione instantanea Resistentia, si totalis Resistentia determinata sit. 2066. 361. 2067.

Quando Acceleratio æquabilis est, resistit Corpus in ratione Velocitatis quam habet *.

Generaliter ergo Corporis, quod acceleratur, instantanea Resistentia est in ratione compositâ Velocitatis, quam habet, & ipsius Accelerationis. 751. 2068.

Si ergo constans sit Resistentia instantanea, Velocitas Corporis est inversè, ut Acceleratio. 2069.

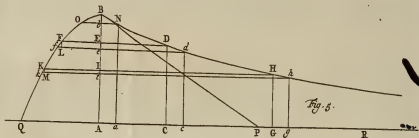
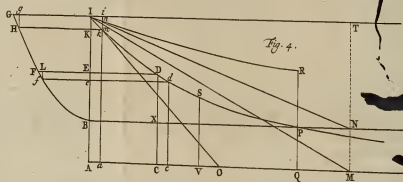
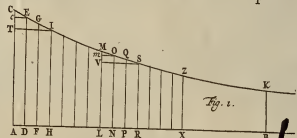
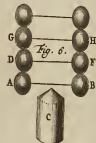
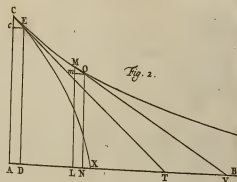
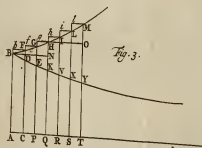
Propositio hæc ad casum de quo agitur applicanda nunc est.

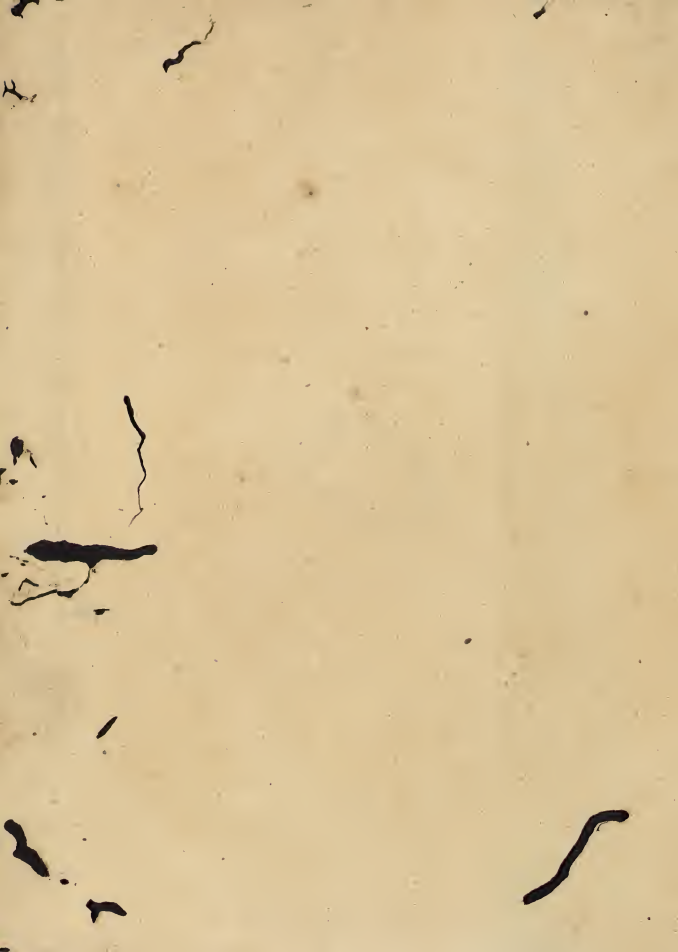
Corpora A & B in Corpus C agunt, donec hujus instantanea Resistentia, quæ sola cum Pressione contrariè agere potest, æqualis sit ipsi Pressioni qua Fili partes coherent; Acceleratio eo usque durat; sed ubi hæc datur æqualitas, cessat Actio, & Filum frangitur; & sive celerius sive lentius moveantur Corpora A & B, constans, quæ Cohæsioni partium Fili æqualis sit, Corporis C instantanea Resistentia desideratur, ut Filum frangatur. Sed quo velocius A & B moventur, eo major est Acceleratio, dum hæc protrahunt Corpus C; eo ergo minor Velocitas ipsi C communicata est, dum frangitur Filum *. Si ex. gr. tripla sit Velocitas Corporum A & B in uno casu quàm in alio, dum in utroque C quiescit; quia in casu primo tripla est Acceleratio, tertia pars Velocitatis tantum Corpori C communicatur, dum durat Actio Corporum in C. Si hic gradus Velocitatis fuerit exiguus, ut Actio respectiva sequentium Corporum D & F non sensibiliè differat, hæc æqualem gradum Velocitatis communicabunt; & nisi post tria fila contracta habebit C Velocitatem, quam habet, dum unicum disrumpitur Filum in secundo casu. Sed in Tempore, in quo, in secundo casu, sola Corpora A & B juxta C transeunt, in primo transeunt, A, B, & D, F, ut & G, H; id est, tria fila in primo casu franguntur, dum unicum in secundo dilaceratur, & æqualibus Temporibus memoratæ æquales communicantur Velocitates. Quod demonstrandum erat. Simile quid antea vidimus ubi de Corporum Collisione egimus *. 2070. 2069. 1034. 1035.

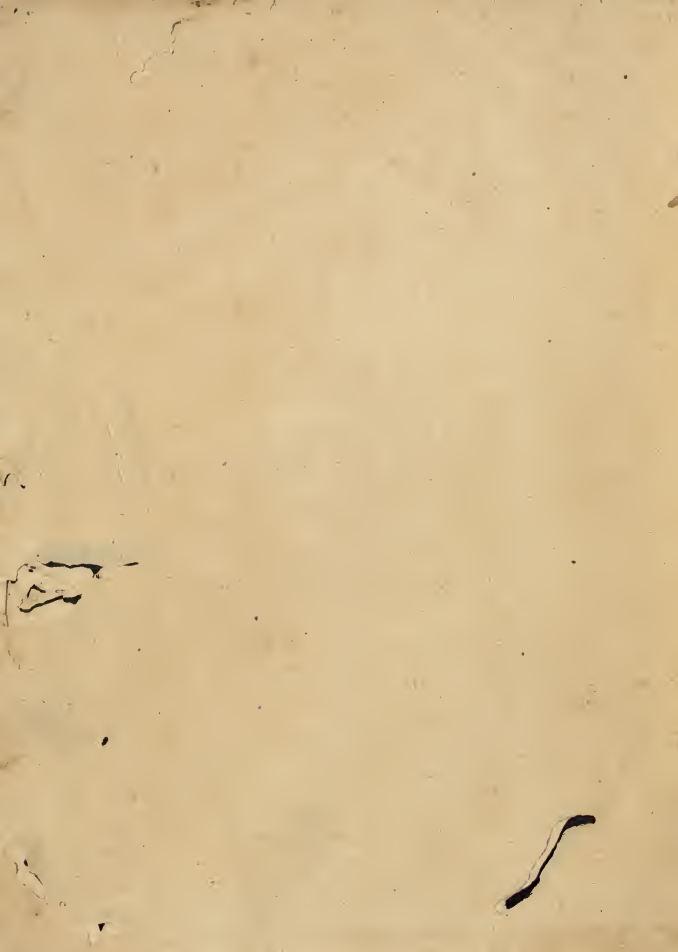
2071. Res vulgo nota est Corpori, quod Filo protrahitur, eo minorem communicari Velocitatem, dum Filum frangitur, quo celerius hoc trahitur; hac de causa si lente Corpus acceleretur, ipsi magna poterit communicari Velocitas, licet tenui Filo trahatur.
2072. Quando Corpora A & B, frangendo Filum, Vim communicant Corpori C, ex Viribus amittunt, quantum communicant, & quantum desideratur, ad Filum dilacerandum; eo ergo minus ex Vi amittunt, quo celerius moventur.
2073. Si ex loco cedere nequeat Obstacleum C, unicus est effectus Actionis Corporum A & B, & ex Vi tantum amittunt, quantum desideratur ad Filum frangendum; & Actio, quam patitur illud quod retinet C in loco, eadem est pro singulis Filis quæ franguntur. In præcedenti casu, quo lentius moventur Corpora A & B, eo diutius agunt antequam C resistat quantum requiritur, ut Filum dilaceretur; in hoc autem casu eo ipso momento quo Filum ad Corpus C accedit, hæc jam datur Resistentia: Quare in hoc casu Actio, quam patitur C, sequitur rationem Filorum, determinato Tempore fractorum; id est, Velocitatis Corporum. Quod etiam demonstrandum erat.

LIBRI TERTII FINIS.









A 077 (240) / 116

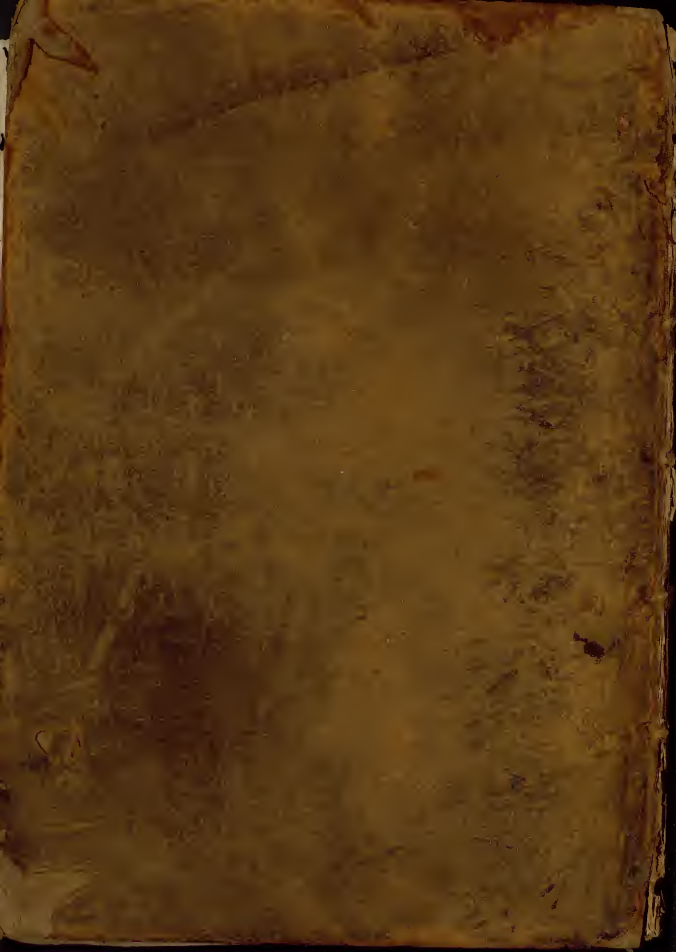


UNIVERSIDAD DE SEVILLA



600157615

i 24647275



S. GRAVESAN
ELEMEN
MATHESIA

